

# Trajectory Optimization for Mars Exploration Based on Combined Optimization Algorithm

Bin An, Ying Nan, Xin Wen, Congyun Ji, Haoxiang Chen

School of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing  
Email: [anbin1992@163.com](mailto:anbin1992@163.com)

Received: Nov. 25<sup>th</sup>, 2014; revised: Dec. 16<sup>th</sup>, 2014; accepted: Dec. 21<sup>st</sup>, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

This paper globally optimized the 4-D flight trajectories between the Mars and the Earth by using a combined optimization algorithm. The optimization algorithm is comprised of static parameters and dynamic control laws. The optimal program of the 4-D flight trajectory between the Mars and the Earth is obtained by a great deal of flight numerical simulation. The numerical simulation results show that this combined optimization algorithm is very useful regarding on global and integrative optimization of both flight trajectory and all design parameters.

## Keywords

Interstellar Trip, Mars Detector Spacecraft, Combined Optimization Algorithm, Trajectory Optimization, Flight Numerical Simulation

---

# 基于组合优化算法的火星探测轨迹优化

安彬, 南英, 闻新, 姬聪云, 陈昊翔

南京航空航天大学航天学院, 南京  
Email: [anbin1992@163.com](mailto:anbin1992@163.com)

收稿日期: 2014年11月25日; 修回日期: 2014年12月16日; 录用日期: 2014年12月21日

## 摘要

针对地球 - 火星之间的星际往返轨迹优化设计问题, 本文采用了一种静态参数+动态优化的组合优化算法, 进行全局一体化优化设计, 通过大量的飞行数值仿真, 得到了具体的最优方案。仿真结果表明, 这种组合优化算法对求解星际往返轨迹优化问题具有良好的适用性和实际工程应用价值。

## 关键词

星际往返, 火星探测飞行器, 组合优化算法, 轨迹优化, 飞行数值仿真

## 1. 引言

火星探测计划是中国航天工程中, 继发射人造地球卫星、载人航天、探月工程之后的第四大领域, 尤其是 2011 年 11 月 9 日, 搭载中国的火星探测器“萤火一号”的俄罗斯的“福布斯 - 土壤”火星探测器任务失败, 以及在 2013 年 11 月 5 日, 印度成功发射了首枚火星探测器, 都深深地影响了我国的火星探测计划, 促使我国必须大力发展以火星探测为基础的深空探测活动[1]。

火星作为太阳系中的行星, 包括轨道高度、半径、质量、自转周期等各个特征都与地球极为相近, 可以把火星和地球比作孪生兄弟。对火星进行探测, 对我国乃至整个人类的深空探测活动都有着深远的意义。自 1962 年 11 月苏联发射“火星 1 号”探测器到如今, 人类已经发射了超过 40 颗火星探测器, 其中成功率接近 50%, 目前, 包括好奇号在内的 7 个探测器仍然在火星及轨道工作。

在地球 - 火星往返轨道优化设计中, 全世界通常采用的是基于二体动力学模型的能量等高线图, 通过霍曼转移和有时间拘束的兰伯特问题的求解, 进行圆锥曲线拼接, 由此完成航天器整个地球 - 火星往返轨道的设计[2]。然而, 在地球 - 火星往返轨迹的设计中, 通常可选的优化方案很多, 寻找全局最优轨迹设计是核心问题[3]。

本文从我国的火星任务发出, 从我国的海南发射场发射一颗火星探测器, 采用了一种静态参数优化与动态参数优化的全局一体化的火星探测轨迹组合优化算法进行轨迹设计[4]。静态参数优化方法采用了全局搜索法; 动态参数优化方法采用改进的动态规划法和共轭梯度法。首先, 利用动态规划法和静态参数优化在任务时间内, 搜索最优的发射窗口和返回窗口, 并使航天器所需能量最小; 同时, 获得了一个次优方案; 然后利用共轭梯度法来求解该两点边值问题, 获得最优方案。通过长时间大规模数值仿真, 验证了该组合优化算法是可行的, 现详细介绍如下。

## 2. 问题描述

航天器地球 - 火星往返轨迹问题描述如下:

航天器的初始质量为  $m_0 = 1500 \text{ kg}$ , 结构质量为  $m_d = 500 \text{ kg}$ , 燃料质量为  $1000 \text{ kg}$ ; 推进器的比冲为  $I_{sp} = 3000 \text{ s}$ , 推进的速度方向可以任意设定, 推进器的开关时间和次数没有限制。航天器出发时间为  $\text{MJD} = 57112 \sim 57843$  (2015 年 4 月 1 日与 2017 年 4 月 1 日之间), 在火星执行任务 1 至 2 年时间, 然后返回地球。

优选发射窗口  $t_0$  和初始速度  $(V_x, V_y, V_z) \Big|_{t_0}$ , 即需要优化静态参数  $x_j = \left\{ t_0, (V_x, V_y, V_z) \Big|_{t_0} \right\}$ , 使得满足以下性能指标

$$J(\vec{Y}, \vec{u}) = \max_{\vec{Y}, \vec{u}} \left[ 1 + k_1 \lg \frac{10000}{1 + (dr + 1000dv)} \right] \cdot \left[ \frac{m_f}{t_1} + k_2 (t_2 - 100) \right] \quad (1)$$

取最小，式中， $m_f$ 为航天器返回地球时的剩余质量(kg)； $dr$ 为航天器与火星交会时的位置误差(米)； $dv$ 为航天器与火星交会时的速度误差(米/秒)； $k_1 = 0.10$ ， $k_2 = 0.02$ 为指标加权系数； $t_1$ 为任务飞行时间，即航天器从地球出发到火星+从火星出发返回到地球的飞行时间(天)：

$$t_1 = t_{E,f} - t_{E,0} + t_{M,f} - t_{M,0} \quad (2)$$

式中  $t_{E,0}$ ， $t_{E,f}$ ， $t_{M,0}$ ， $t_{M,f}$ 分别是航天器离开地球的时间，到达火星的时间，离开火星的时间，到达地球的时间； $t_2$ 为航天器在火星停留的时间(天)：

$$t_2 = t_{M,0} - t_{E,f} \quad (3)$$

$\vec{Y}, \vec{u}$  分别是需要优化的静态与动态参数：

$$\vec{Y} = [t_{E,0}, \Delta V_{E,X}, \Delta V_{E,Y}, \Delta V_{E,Z}; t_{M,0}, \Delta V_{M,X}, \Delta V_{M,Y}, \Delta V_{M,Z}] \quad (4)$$

$$\vec{u} = [T_x, T_y, T_z] \quad (5)$$

并满足以下约束条件：

$$57112 \leq t_{E,0} \leq 57843 \text{ (MJD)} \quad (6)$$

$$731.0 \geq t_2 = t_{M,0} - t_{E,f} \geq 365.5 \text{ (天)} \quad (7)$$

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2} \leq T_{\text{Max}} \quad (8)$$

$$\Delta V_E = \sqrt{\Delta V_{E,X}^2 + \Delta V_{E,Y}^2 + \Delta V_{E,Z}^2} \leq \Delta V_{\text{Max}} \quad (9)$$

$$\Delta V_M = \sqrt{\Delta V_{M,X}^2 + \Delta V_{M,Y}^2 + \Delta V_{M,Z}^2} \leq \Delta V_{\text{Max}} \quad (10)$$

飞行器最大可用推力： $T_{\text{Max}} = 0.2 \text{ N}$ ；飞行器离开行星时的最大可用速度差： $\Delta V_{\text{Max}} = 1.21 \text{ km/sec}$ ，并且离开地球与离开火星时分别与这两颗行星的相对速度  $\Delta V_E$  与  $\Delta V_M$  的获取而需的加速度所耗燃料，本问题中不作兼顾考虑，由其它子系统提供。

由(1)式可得，要使得性能指标最大，航天器与火星交会时的误差( $dr$ ， $dv$ )最小，航天器返回地球时的剩余质量  $m_f$ 最大，任务飞行时间  $t_1$ 最短，同时航天器留在火星探测的时间  $t_2$ 最长。

地球和火星绕太阳运行采用多体动力学模型，详见文献[5]。

### 3. 轨迹优化方法

关于组合优化算法，详见文献[6]。

### 4. 仿真结果及分析

在 J2000 太阳坐标系中，探测器于  $t_{E,0} = 57429.628 \text{ (MJD)}$ 时刻从地球出发，飞离地球时，与地球的位置与速度为表 1；探测器与火星相遇时刻为  $t_{E,f} = 57664.968 \text{ (MJD)}$ ，与火星的位置与速度为表 2，此时探测器剩余质量为  $1221.8971 \text{ kg}$ ；探测器从火星出发返回地球的时刻为  $t_{M,0} = 58164.863 \text{ (MJD)}$ ，飞行器与火星的位置与速度为表 3；探测器到达地球的时间为  $t_{M,f} = 58385.769 \text{ (MJD)}$ ，探测器与地球的位置与速度为表 4。

**Table 1.** The position (km) and velocity (km/sec) of detector from Earth

**表1.** 探测器从地球出发时的位置(km)和速度(km/sec)

	地球位置 $x_E$	地球位置 $y_E$	地球位置 $z_E$	飞行器位置 $x$	飞行器位置 $y$	飞行器位置 $z$
	-1.09412e+008	9.92901e+007	2181.96	-1.09419e+008	9.92968e+007	2182.11
从地球 飞往火星 (离开 地球时)	飞行器相对地球的位置为 10000km					
	地球速度 $V_{EX}$	地球速度 $V_{EY}$	地球速度 $V_{EZ}$	飞行器速度 $V_x$	飞行器速度 $V_y$	飞行器速度 $V_z$
	-20.4946	-22.1373	-0.000456997	-19.3653	-21.8152	0.246573
	飞行器相对地球的速度为 $[\Delta V_{E,x}, \Delta V_{E,y}, \Delta V_{E,z}] = [1.12928, 0.322028, 0.24703]$ km/sec , $\Delta V_E = 1.2$ km/sec					

**Table 2.** The position (km) and velocity (km/sec) of detector when arriving Mars

**表2.** 探测器达到火星时的位置(km)和速度(km/sec)

	火星位置 $x_M$	火星位置 $y_M$	火星位置 $z_M$	飞行器位置 $x$	飞行器位置 $y$	飞行器位置 $z$
	1.62913e+008	-1.27827e+008	-6.6804e+006	1.62915e+008	-1.27823e+008	-6.68074e+006
从地球 飞往火星 (到达 火星时)	飞行器相对火星的位置为 4485km					
	火星速度 $V_{MX}$	火星速度 $V_{MY}$	火星速度 $V_{MZ}$	飞行器速度 $V_x$	飞行器速度 $V_y$	飞行器速度 $V_z$
	15.8272	21.1749	0.0548612	13.9376	19.5553	-0.182022
	飞行器相对火星的速度为 $\Delta V_M = 2.5$ km/sec					

**Table 3.** The position (km) and velocity (km/sec) of detector from Mars

**表3.** 探测器从火星出发时的位置(km)和速度(km/sec)

	火星位置 $x_M$	火星位置 $y_M$	火星位置 $z_M$	飞行器位置 $x$	飞行器位置 $y$	飞行器位置 $z$
	-1.93794e+008	-1.36973e+008	1.89077e+006	-1.93803e+008	-1.36978e+008	1.89084e+006
从火星 返回地球 (离开 火星时)	飞行器相对火星的位置为 9994.24km					
	火星速度 $V_{MX}$	火星速度 $V_{MY}$	火星速度 $V_{MZ}$	飞行器速度 $V_x$	飞行器速度 $V_y$	飞行器速度 $V_z$
	14.9461	-17.671	-0.737414	16.0251	-17.1862	-0.483896
	飞行器相对火星的速度为 $[\Delta V_{M,x}, \Delta V_{M,y}, \Delta V_{M,z}] = [1.079, 0.484768, 0.253518]$ km/sec , $\Delta V_M = 1.2097$ km/sec					

**Table 4.** The position (km) and velocity (km/sec) of detector when arriving Earth

**表4.** 探测器达到地球时的位置(km)和速度(km/sec)

	地球位置 $x_E$	地球位置 $y_E$	地球位置 $z_E$	飞行器位置 $x$	飞行器位置 $y$	飞行器位置 $z$
	1.4991e+008	-1.08206e+007	-3118.31	1.49915e+008	-1.08168e+007	-4048.64
从火星 返回地球 (到达 地球时)	飞行器相对地球的位置为 6491km					
	地球速度 $V_{EX}$	地球速度 $V_{EY}$	地球速度 $V_{EZ}$	飞行器速度 $V_x$	飞行器速度 $V_y$	飞行器速度 $V_z$
	1.65432	29.6116	-0.000127902	-3.19834	31.2142	0.312943
	飞行器相对地球的速度为 $\Delta V_E = 5.12$ km/sec					

#### 4.1. 地球 - 火星轨迹:

探测器从地球出发到达火星的最优 4-D 飞行轨迹、速度~飞行时间、推力控制~飞行时间、飞行器质量~飞行时间分别见图 1~图 4。

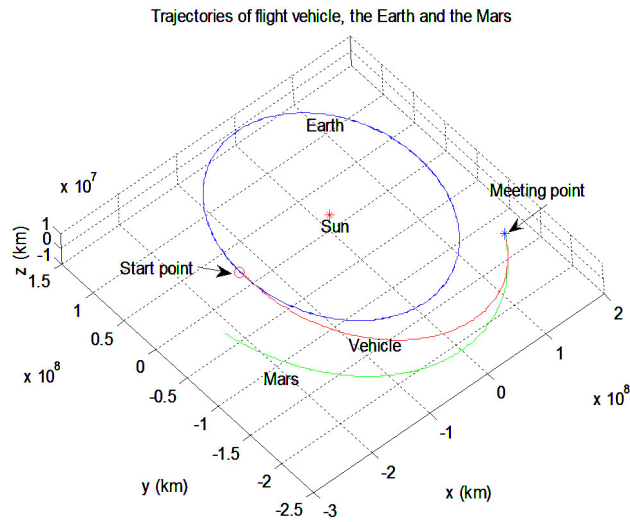


Figure 1. The optimal flight trajectory from Mars to earth  
图 1. 从地球到火星的最优飞行轨迹

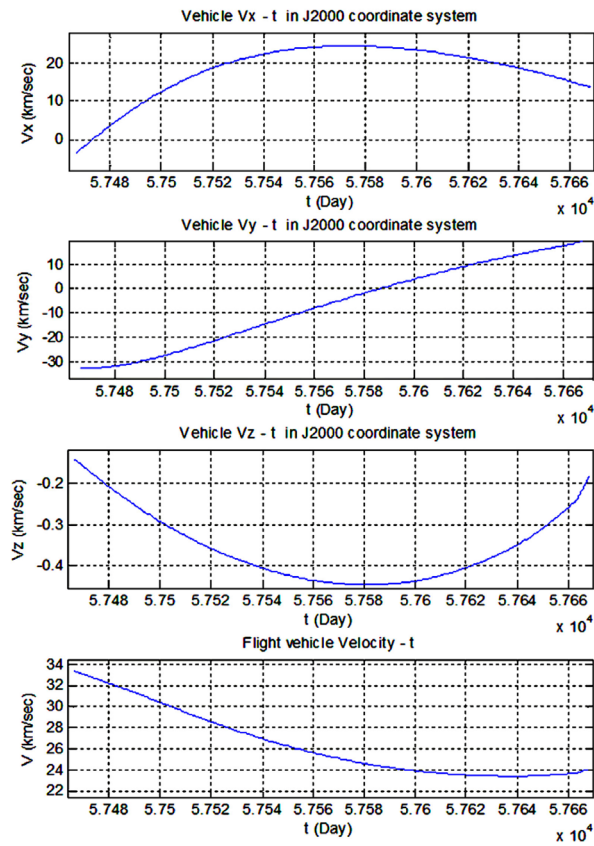


Figure 2. The velocity changes with time at starting  
图 2. 出发时速度随时间的变化

## 4.2. 火星 - 地球轨迹

飞行器从火星返回地球的最优 4-D 飞行轨迹、速度~飞行时间、推力控制~飞行时间、飞行器质量~飞行时间分别见图 5~图 8。

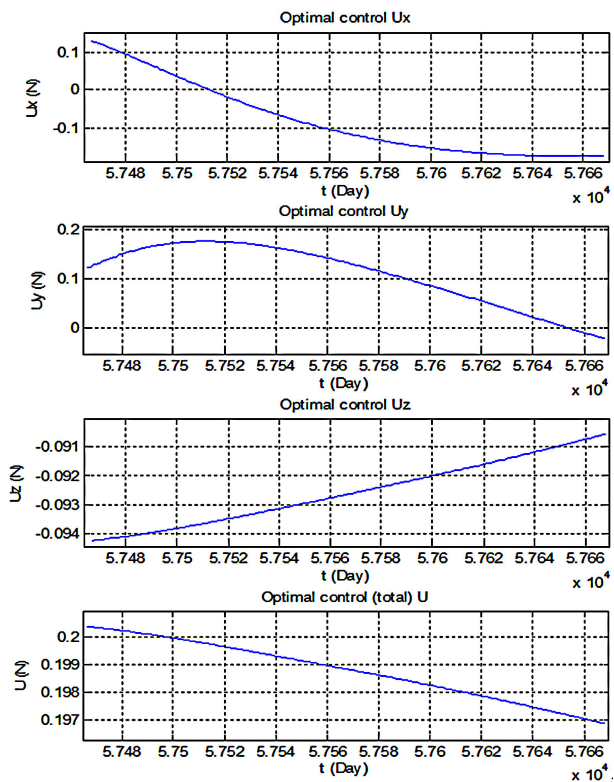


Figure 3. Change of control volume with time

图 3. 出发时控制量随时间的变化

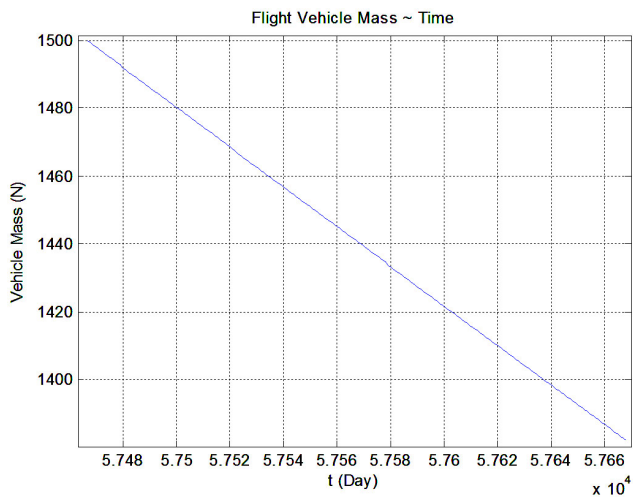


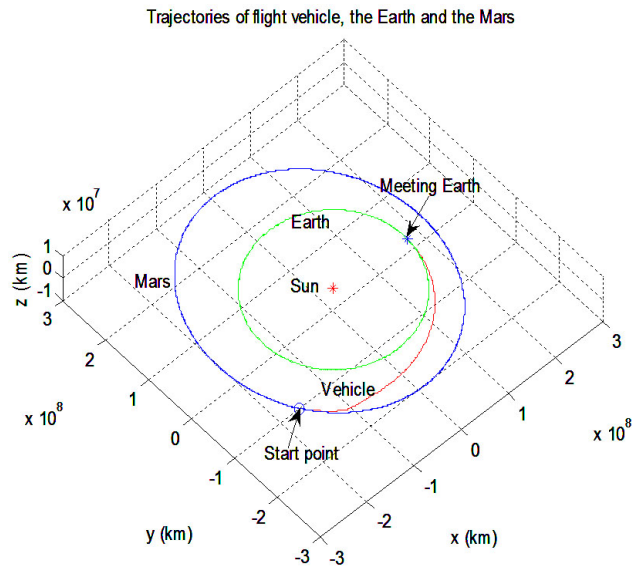
Figure 4. The change of mass with flight time

图 4. 质量随飞行时间的变化

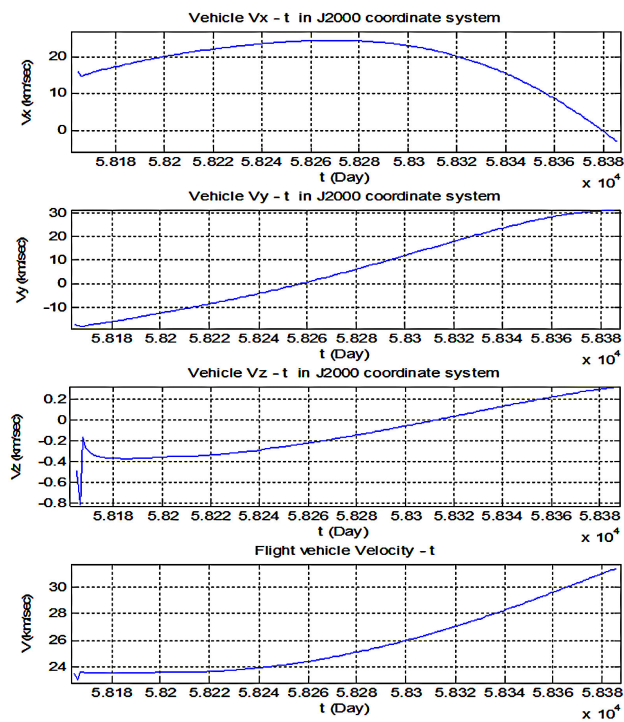
### 4.3. 仿真结果分析:

(1) 由仿真结果可以得到:  
全部往返飞行时间为

$$t_1 = 235.340 + 220.906 = 456.246 \text{ (天)}$$



**Figure 5.** The optimal flight trajectory of detector from Mars to the earth  
**图 5.** 探测器从火星到地球的最优飞行轨迹



**Figure 6.** The changes of the velocity with time when returning  
**图 6.** 返回时速度随时间的变化

飞行器在火星上探测时间为：

$$t_2 = 499.8950 \text{ (天)}$$

(2) 满足控制变量约束

从图 3 和图 7 可以看出，整个飞行任务过程中控制变量  $U$  小于 0.2 N。

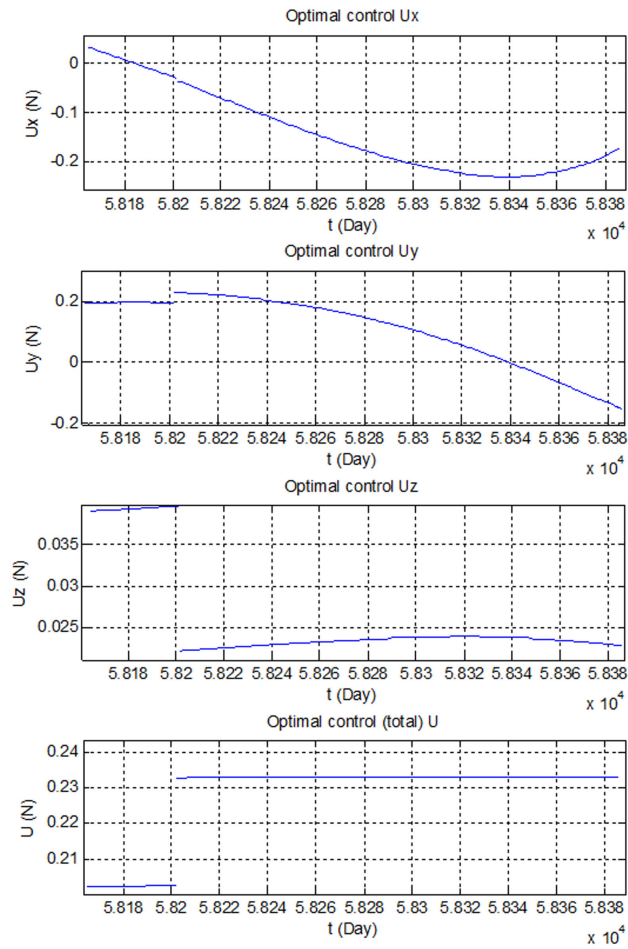


Figure 7. Change of control volume with time when returning  
图 7. 返回时控制量随时间的变化

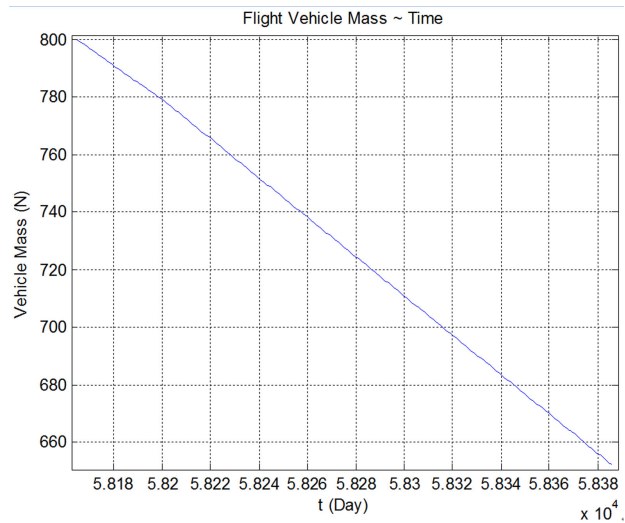


Figure 8. Quality change with time  
图 8. 质量随时间的变化

(3) 燃料消耗量



从图 4 和图 8 可以看出, 探测器在整个飞行任务燃料消耗了 850 kg, 其中包括地球飞往火星消耗的燃料和从火星探测期间后返回地球飞行所消耗的燃料。

## 5. 结论

针对探测器在地球与火星之间的往返飞行轨迹的全局一体化优化设计问题, 本文采用了一种航天器轨迹优化的组合算法, 该算法是在各种约束条件下, 静态参数优化+动态优化相互迭代的数值优化算法。经过大规模的数值仿真, 得到了在地球与火星之间的最优往返飞行轨迹, 该飞行数值仿真结果表明, 该轨迹优化的数值仿真算法对航天器轨迹优化具有良好的通用性, 具有明显的工程实用价值。

## 参考文献 (References)

- [1] 李俊峰, 祝开建 (2010) 2005-2009 年国际深空探测轨迹优化竞赛综述. *力学与实践*, **32**,130-137.
- [2] 南英, 陈士槽, 严辉 (1996) 航天器轨道优化的通用数值算法. *飞行力学*, **4**, 20-25.
- [3] Petropoulos, A.E. and Longuski, J.M. (2004) Shape-based algorithm for automated design of low-thrust, gravity-assist trajectories. *Journal of Spacecraft and Rockets*, **41**, 787-796.
- [4] 黄国强, 南英, 陆宇平 (2010) 小推力深空探测轨道全局优化设计. *航空学报*, **7**, 1366-1372.
- [5] 华鹏, 南英, 李鑫 (2012) 二体与多体运动模型下的深空探测轨道计算误差分析. *中国宇航学会深空探测技术专业委员会第九届学术年会*, 杭州, 2012 年 10 月 17 日.
- [6] 安彬, 南英, 姬聪云 (2013) 采用组合优化算法的深空探测轨迹优化. *系统仿真技术*, **4**, 344-349.