

# Mode Coupling in Photonic Lantern and Its Influence on Beam Quality

Yao Lu, Zongfu Jiang, Wenguang Liu, Qiong Zhou, Kun Xie, Haolong Wu

College of Advanced Interdisciplinary Studies, National University of Defense Technology, Changsha Hunan  
Email: lybenben1@163.com

Received: Mar. 5<sup>th</sup>, 2018; accepted: Mar. 20<sup>th</sup>, 2018; published: Mar. 27<sup>th</sup>, 2018

---

## Abstract

Through simulating the coherence superposition process of the existential mode in the photonic lantern, the beam spot shape, combining efficiency and the changing rule of the beam quality with the phase difference between modes, power ratio and polarization are obtained on the basis of the mode coupling theory and the second moment algorithm of M<sup>2</sup> factor. In addition, the factors which need to be considered in controlling the photonic lantern are also analyzed. Research indicates that the output can be of high beam quality and high coupling efficiency only on condition that the input power ratio and phase difference of various mode of photonic lantern are under control at the same time; the needed special spots can be achieved through reasonable control of the input amplitude, phase and polarization.

## Keywords

Photonic Lantern, Mode Coupling and Controlling, Beam Quality

---

# 光子灯笼中模式耦合及其对光束质量的影响

陆 瑶, 姜宗福, 刘文广, 周 琼, 解 昆, 吴昊龙

国防科技大学前沿交叉学科学院, 湖南 长沙  
Email: lybenben1@163.com

收稿日期: 2018年3月5日; 录用日期: 2018年3月20日; 发布日期: 2018年3月27日

---

## 摘 要

通过仿真光子灯笼中存在模式的相干叠加过程, 利用模式耦合理论和M<sup>2</sup>因子的二阶矩算法, 得到了输出光斑形态、耦合效率和光束质量随模式间相位差、功率占比以及偏振的变化规律, 分析了对光子灯笼进

行控制时需要考虑的因素。研究表明,只有同时控制光子灯笼输入端各模式的功率占比和相位差,才能得到耦合效率较高的高光束质量的输出;通过对输入端振幅、相位和偏振的合理控制可以得到需要的特殊的光斑形态。

## 关键词

光子灯笼, 模式耦合与控制, 光束质量

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

光子灯笼是一种全光纤结构的线性光学器件,由多根单模光纤经拉锥而成[1][2],光子灯笼最早应用在天文学光谱滤波和空分复用(SDM)领域。目前人们将光子灯笼应用于光纤横模(模式)的自适应空间控制中[3],并表现出了其独特优势。基于光子灯笼模式自适应控制,实现了对高功率光纤激光的模式不稳定(TMI)的控制,实验结果显示光子灯笼模式自适应控制可以大大提高TMI的阈值[4]。模式的自适应控制,在激光应用具有重要应用,比如:激光切割技术中有时需要环形光束进行钻孔[5];基于空分复用的光通信系统需要利用高阶模式以提高通信容量[6];对于高功率激光器,希望得到接近衍射极限的基模光束[7]等。

用于模式控制的光子灯笼,与最早用于天文光谱测量中的光子灯笼在结构上不同,如图1所示。用于模式控制的光子灯笼其形状与合束器类似,但光子灯笼的控制要求更高,除了满足绝热近似要求外,还对输出模式与合束输入端单模光纤数以及排布有严格要求[6]。光子灯笼的输入端单模光纤的输入光初始相位、振幅等参量,对光束在光子灯笼中的演化和输出模式产生严重影响。为了分析光子灯笼中输入各通道的功率占比(振幅)、相位和偏振,对输出的耦合效率和光束质量的影响,本文中第二节将介绍光子灯笼中的结构与模式关系、模式相干叠加的一般理论、光束质量 $M^2$ 的理论计算方法。第三节主要通过数值计算,分析输出光斑形态、耦合效率和光束质量随模式间相位差、功率占比以及偏振的变化规律,并分析输入端振幅、相位和偏振对光子灯笼模式控制的影响。

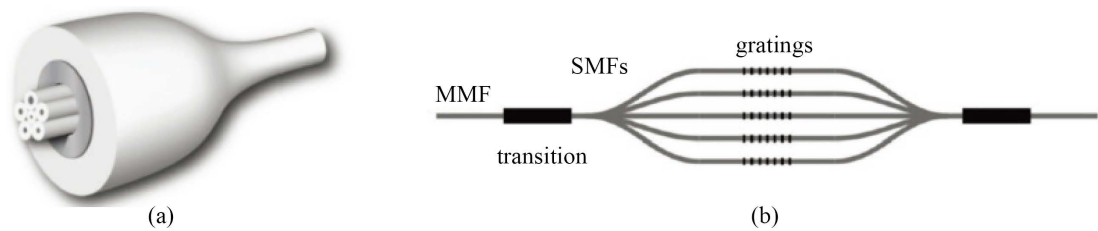
## 2. 基本原理

### 2.1. 光子灯笼结构与模式

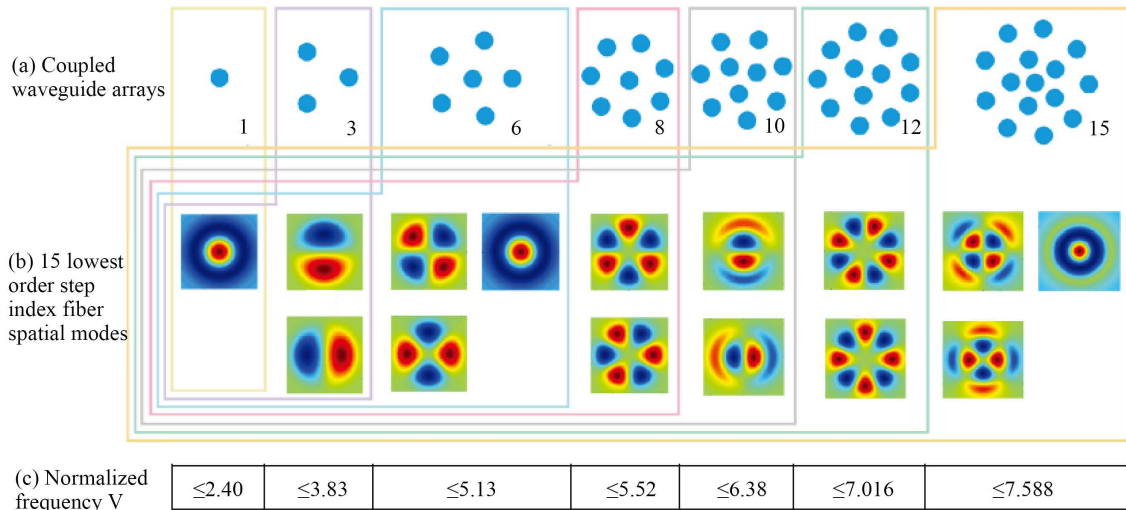
为了使光子灯笼能对输出模式进行控制,光子灯笼的控制满足绝热条件的同时,其输入端单模光纤数与输出端结构的等效V数有一定的要求,这是由于多模光纤中V数与光纤中可以存在的模式数有一定的对应关系。因此光子灯笼中输出端由等效V数所确定的可以存在的模式数与输入端单模光纤数必须相等[1][7][8],图2从物理图像上表示了这种关联,例如当等效V数大于3.83而小于5.13时(图中第三行),对应输出端可以存在的6个模式(图中第二行),则输入端单模光纤数应为6路,且其排布也有要求,以降低损耗[6],如图中第一行所示。因此,光子灯笼在制作过程中,输入端的单模光纤数、以及几何排布必须满足一定规则,如图2所示。

### 2.2. 模式相干叠加的一般理论

由于光子灯笼中存在的 $LP_{mn}$ 模具有正交性、叠加性,当相干光注入系统时,在光纤不太长或经过光



**Figure 1.** (a) Photonic lanterns in mode controlling system. (b) Photonic lanterns in astronomical measuring system  
**图 1.** (a) 光纤模式控制中的光子灯笼, (b) 天文测量中光学滤波光子灯笼。



**Figure 2.** (a) Coupled waveguide arrays. (b) 15 lowest order step index fiber spatial modes. (c) Normalized frequency V  
**图 2.** (a) 耦合波导阵列。 (b) 阶跃光纤前十五个空间模式。 (c) 归一化频率 V

程补偿的条件下, 这些  $LP_{mn}$  模式是相干的, 此时输出光场可写为[9]:

$$E(r, \phi) = \begin{cases} \sum_{m,n} \frac{\sqrt{\eta_{mn}}}{\sqrt{P_{mn}}} \frac{J_m(U_{mn} r/a)}{J_m(U_{mn})} \cos(m\phi) e^{i\psi_{mn}}, & 0 \leq r \leq a \\ \sum_{m,n} \frac{\sqrt{\eta_{mn}}}{\sqrt{P_{mn}}} \frac{K_m(W_{mn} r/a)}{K_m(W_{mn})} \cos(m\phi) e^{i\psi_{mn}}, & a \leq r \leq b \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\eta_{mn}$  是在相干叠加过程中  $LP_{mn}$  模式的功率占比, 在实际系统中, 受到环境的影响, 输入振幅会发生随机变化, 进而引起  $\eta_{mn}$  的变化, 当然, 也可以通过外加的控制对各通道输入的振幅进行调节。  $\psi_{mn}$  是  $LP_{mn}$  模式的相位, 由三部分构成, 即  $\psi_{mn} = \psi_l + \psi_n + \psi_m$ ,  $\psi_l$  为  $LP_{mn}$  模式在传输过程中产生的相位, 可由  $\psi_l = \beta_{mn} \cdot l$  计算得来(其中  $\beta_{mn}$  为  $LP_{mn}$  模式的传播常数,  $l$  为  $LP_{mn}$  模式的传播距离);  $\psi_n$  为  $LP_{mn}$  模式的随机相位变化;  $\psi_m$  为控制系统外加的相位。另外, 考虑到一些  $LP_{mn}$  模式存在两个偏振态, 故偏振也可能是影响叠加光场的因素之一。

在光子灯笼各通道进行耦合时, 振幅和相位对耦合效率的影响如下[3]:

$$\eta = \frac{1}{N} \frac{\left| \sum_{m=1}^N \sqrt{P_m} e^{i\theta_m} \right|^2}{\sum_{m=1}^N P_m} \quad (2)$$

其中,  $P_m$  是光子灯笼第  $m$  通道的功率, 在小振幅误差条件下, 耦合损耗  $(1-\eta)$  与  $(\sigma_p^2)/P^2$  成正比, 其中  $P$  为每个通道的标称功率,  $\sigma_p$  为输入通道功率的标准差; 相似地, 随机相位变化  $(\psi_n)$  对耦合损耗的影响也满足  $(1-\eta) \sim \sigma_\theta^2$ 。

### 2.3. 光束质量 $M^2$ 的理论计算方法

$M^2$  因子是一种应用广泛且被大家所接受的光束质量评判参数[9], 能够反映光束在传输过程中的质量特性[10]。20 世纪 90 年代初, A.E.Siegman 引入空间频率和强度矩的概念, 总结出基于二阶强度矩的  $M^2$  因子计算方法。以  $x$  方向为例, 设一光束的光场用  $E(x)$  表示, 则其对应的空间频谱为  $\hat{E}(s)$ , 则该光束的  $M^2$  因子可表示为:

$$M_x^2 = 4\pi\sigma_x\sigma_s \tag{3}$$

其中二阶强度矩  $\sigma_x$  和  $\sigma_s$  分别为:

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^2 I(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(x) dx}, \quad \sigma_s^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (s-\bar{s})^2 \hat{I}(s) ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{I}(s) ds} \tag{4}$$

而  $\bar{x}$  和  $\bar{s}$  分别为空间和频域的重心:

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} xI(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(x) dx}, \quad \bar{s} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} s\hat{I}(s) ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{I}(s) ds} \tag{5}$$

根据式(3)可以数值计算输出光束的  $M_x^2$  和  $M_y^2$ , 实现对光束质量的评价, 并为后续控制算法的评价函数提供依据。

## 3. 仿真结果及分析

### 3.1. 耦合结果随影响因素的变化规律

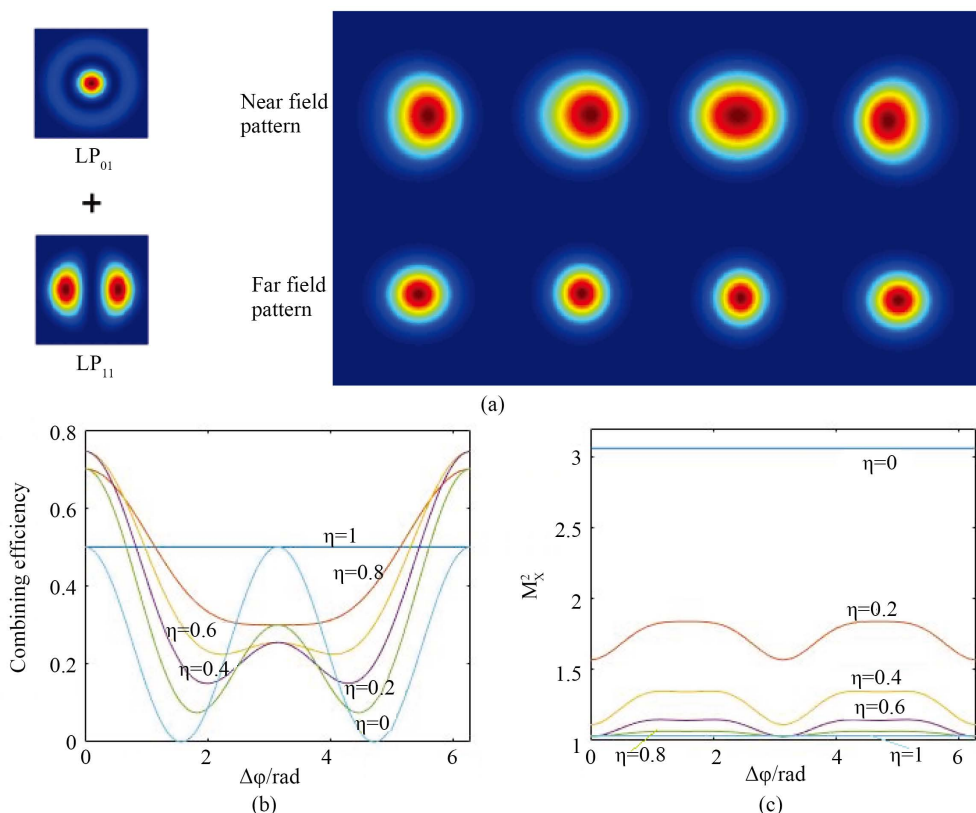
从两个  $LP_{mm}$  模式的相干叠加数值计算入手, 得到输出光斑形态、耦合效率和光束质量随模式间相位差、功率占比以及偏振的变化规律。

以  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式的相干叠加为例, 根据式(1)可知,  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式(暂不考虑偏振)相干叠加的光场表达式为:

$$E = \begin{cases} \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{P_{01}}} \frac{J_0(U_{01}r/a)}{J_0(U_{01})} + \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{P_{11}}} \frac{J_1(U_{11}r/a)}{J_1(U_{11})} \cos(\phi) e^{-i\Delta\phi}, & 0 \leq r \leq a \\ \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{P_{01}}} \frac{K_0(W_{01}r/a)}{K_0(W_{01})} + \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{P_{11}}} \frac{K_1(W_{11}r/a)}{K_1(W_{11})} \cos(\phi) e^{-i\Delta\phi}, & a \leq r \leq b \end{cases} \tag{6}$$

#### 3.1.1. 模式间相位差对耦合结果的影响

假设两模式耦合时,  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式的功率占比和偏振状态固定, 而两模式间的相位差  $\Delta\phi$  从小到大变化(这里只考虑确定的相位差, 而不考虑随机抖动的相位变化)。例如: 当  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式的功率占比为 4:1 保持不变, 且  $LP_{11}$  模式只考虑一个偏振态时, 可以得到叠加结果随  $\Delta\phi$  的变化, 如图 3 所示。



**Figure 3.** (a) Near- or far-field pattern, (b)  $\Delta\phi$ -combining efficiency diagram, (c)  $\Delta\phi$ - $M_x^2$  diagram, with the increasing of  $\Delta\phi$  when  $LP_{01}$  and  $LP_{11}$  coherent

**图 3.**  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式相干叠加时, 随着  $\Delta\phi$  的增加: (a) 近场和远场的光斑图像, (b)  $\Delta\phi$ -耦合效率曲线图, (c)  $\Delta\phi$ - $M_x^2$  曲线图

可见, 耦合效率和  $M^2$  因子随相位差  $\Delta\phi$  的变化是周期性的, 且周期为  $\pi$ 。特别地, 当高阶模成分比较低时, 可以通过控制  $\Delta\phi$ , 很好的提高光束质量。

### 3.1.2. 模式功率占比对耦合结果的影响

考虑功率占比  $\eta$  对叠加结果的影响: 假设两模式耦合时,  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式的相位差和偏振固定, 而两模式的功率占比变化。比如: 当  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式的相位差为 0,  $LP_{11}$  模式只考虑一个偏振态时, 可以得到叠加结果随  $\eta$  的变化(如图 4 所示)。

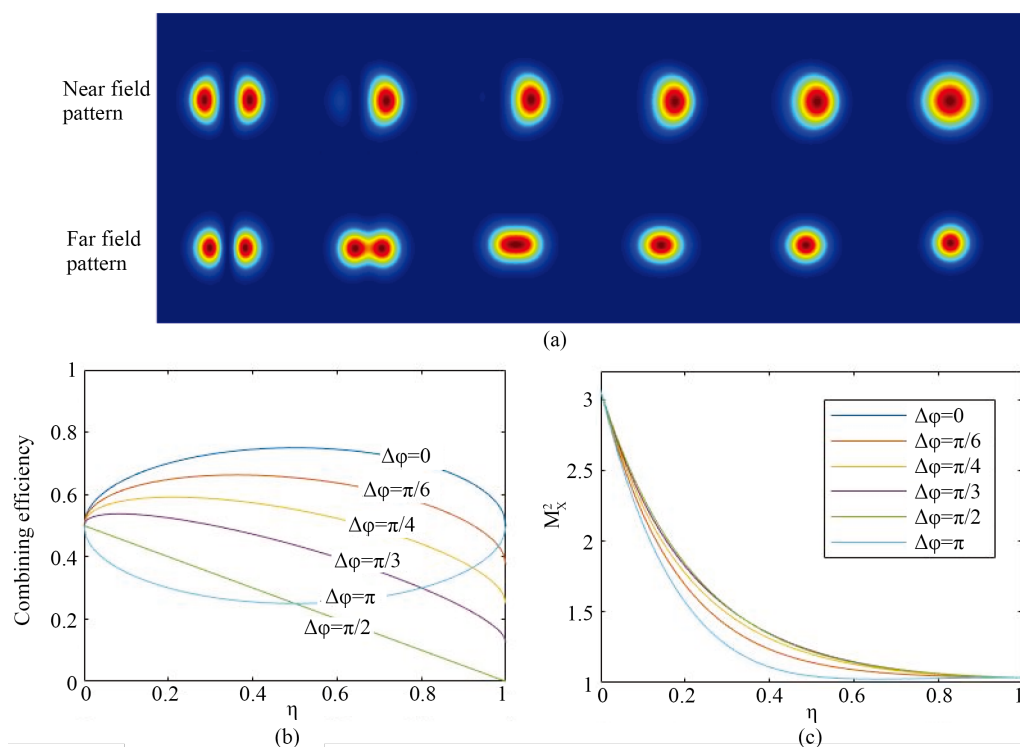
可以看到,  $\Delta\phi \neq \pi$  且  $\Delta\phi \neq 0$  时, 耦合效率随  $\eta(LP_{01})$  的增加而降低。同时,  $M_x^2$  也随  $\eta(LP_{01})$  的增加而降低, 且类似抛物线型, 说明随着高阶模成分的增加, 光束质量越差。

### 3.1.3. 偏振对叠加结果的影响

将上述参与耦合的单偏振的  $LP_{11}$  模式更替为两个偏振态  $LP_{11}$  模式的组合, 通过数值计算发现:  $LP_{11o}$  模式和  $LP_{11e}$  模式的占比不同时, 得到的光斑形态不同, 但与  $LP_{01}$  模式耦合后的效率以及  $M^2$  因子的数值并没有改变。

综上, 在两个  $LP_{mm}$  模式相干叠加时: 相位差对耦合效率和  $M^2$  因子的影响是周期性的; 高阶模功率占比提升会使光束质量迅速下降; 偏振会改变相干叠加的光斑形态而不影响光束质量;  $M^2$  因子相同的输出可能对应着不同相位和功率占比的组合。





**Figure 4.** (a) Near- or far-field pattern, (b)  $\eta$ -combining efficiency diagram, (c)  $\eta$ - $M_x^2$  diagram, with the increasing of  $\eta$  when  $LP_{01}$  and  $LP_{11}$  coherent

**图 4.**  $LP_{01}$  模式和  $LP_{11}$  模式相干叠加时, 随着  $\eta$  的增加: (a) 近场和远场的光斑图像, (b)  $\eta$ -耦合效率曲线图, (c)  $\eta$ - $M_x^2$  曲线图

### 3.2. 三通道光子灯笼中的模式控制

上一节展示了振幅、相位、偏振对叠加结果不同程度的影响。结合 2.1 中的理论, 以及三通道和六通道光子灯笼实际参数, 进行仿真计算, 得到光子灯笼单模输入端的振幅、相位和偏振对输出端模式控制的影响。

三通道光子灯笼是由三根单模光纤控制而成, 其输出模式为  $LP_{01}$ 、 $LP_{11o}$  和  $LP_{11e}$  三个模式, 如图 2 所示。由于三根输入单模光纤间的相位、振幅等因素的影响, 其光子灯笼的输出呈现出稳定模式变化, 其变化表现为  $LP_{01}$ 、 $LP_{11o}$  和  $LP_{11e}$  三个模式叠加行为[3]。我们对其变化规律进行了数值计算, 图 5(a) 显示了三通道的光子灯笼中  $LP_{01}$  模式、 $LP_{11o}$  模式和  $LP_{11e}$  模式叠加时, 光束质量与各模式功率占比的关系, 依然符合高阶模含量越高, 光束质量越差的基本规律, 通过提升耦合过程中基模的功率占比, 可以使输出端的光束尽量靠近基模状态; 图 5(b) 显示了  $LP_{11o}$  模式和  $LP_{11e}$  模式相对  $LP_{01}$  模式间的相位差对光束质量产生的影响, 此时  $M^2$  因子随相位的变化仍是周期性的, 且在  $\psi_{mm} = k\pi$ ,  $k$  为整数时, 取到极小值。结合图 5(a)、图 5(b) 可知, 欲使输出端的模式控制在基模状态 ( $M^2$  因子较小) 上, 至少要同时控制参与耦合模式的振幅和相位两个变量。

在三通道的光子灯笼中, 假设输入段光场已按不同模式传播了距离  $l$ , 则其耦合前已存在的  $\psi_l$  可以按照  $\psi_l = \beta_{mm} \cdot l$  的方式来计算。因此要控制各通道相位使得  $\psi_n + \psi_m = k\pi - \psi_l$  (其中  $k$  为整数), 此时耦合效率和光束质量都能得到较好的值, 光斑形态基本成基模样式。而对于功率占比的控制, 应在保证基膜含量较高的前提下, 把控制重点放在减小功率随机变化量上(即减小  $\sigma_p$ ), 以提高整个器件的耦合效率。

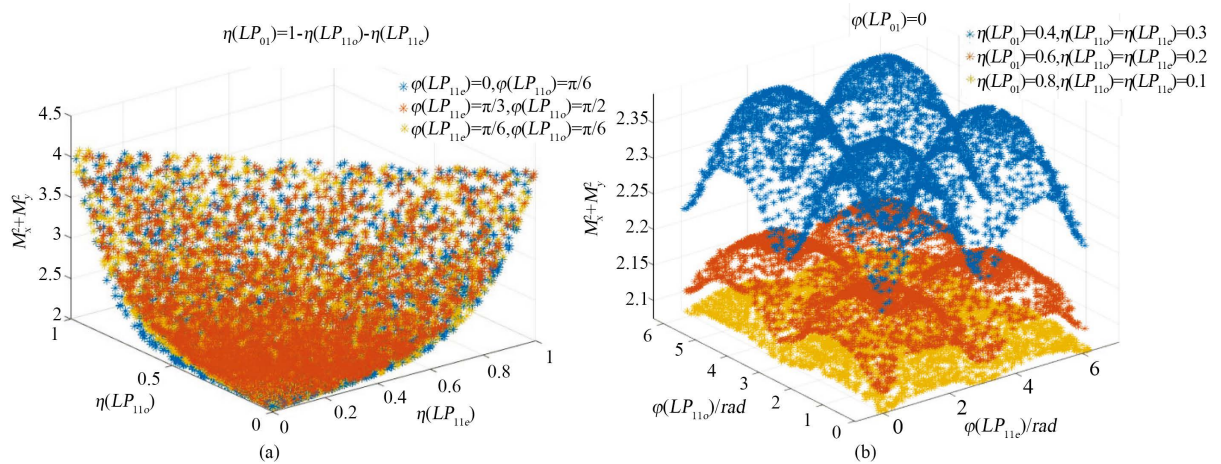


Figure 5. (a)  $\eta$ - $M^2$  diagram, (b)  $\Delta\varphi$ - $M^2$  diagram, when  $LP_{01}$ ,  $LP_{11e}$  and  $LP_{11o}$  coherent

图 5.  $LP_{01}$  模式、 $LP_{11e}$  模式和  $LP_{11o}$  模式相干叠加时, (a)  $\eta$ - $M^2$  图 (b)  $\Delta\varphi$ - $M^2$  图

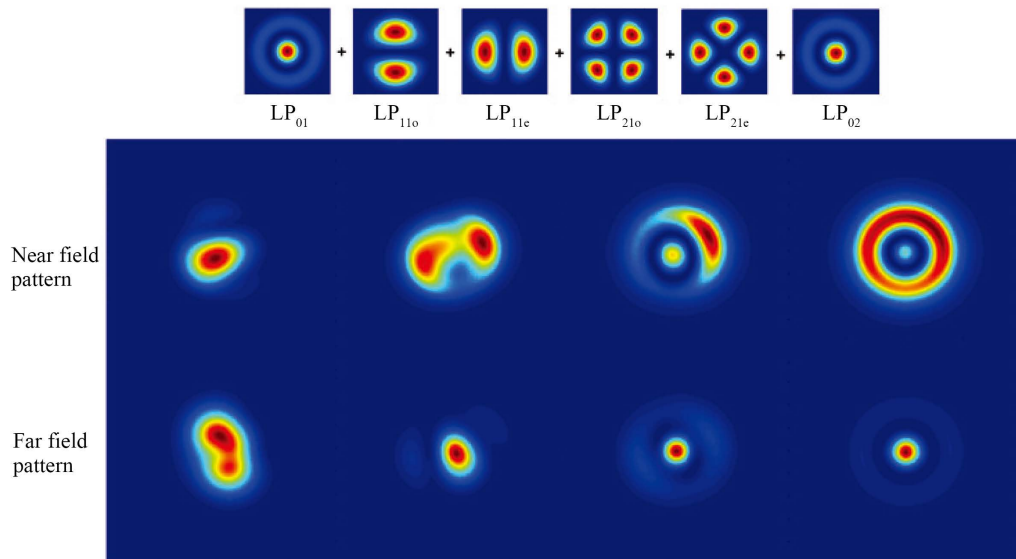


Figure 6. Different near- or far-field pattern when the modes coherent in the six-channel photonic lantern

图 6. 六通道光子灯笼中存在的模式相干叠加时形成的不同光斑形态

当光子灯笼扩展到六通道时, 不同叠加方式形成的光斑形态更为丰富, 给模式控制得到的结果提供了更多可能。六通道光子灯笼是由六根单模光纤拉制而成, 其输出应为六个模式如图 2 所示。在图 6 中第一行给出了六通道光子灯笼中可以输出的六个模式, 第二行给出了六通道输入经演化耦合后, 输出可能出现六个模式叠加的光斑形态。

依旧以控制输出到基模状态为例: 当同时改变六个通道的相位和功率占比时, 我们可以得到的最优的光束质量 ( $M_x^2 + M_y^2$ ) 在 2.03 附近, 该值在  $\eta(LP_{01})$  较高、 $\varphi(LP_{mn}) = 0$  或  $\pi$  或  $2\pi$  时取到; 而当  $\eta(LP_{01}) = 0.702$ ,  $\eta(LP_{11o}) = 0.013$ ,  $\eta(LP_{11e}) = 0.254$ ,  $\eta(LP_{21o}) = 0.021$ ,  $\eta(LP_{21e}) = 0.002$ ,  $\eta(LP_{02}) = 0.008$  时, 控制相位在 0 或  $\pi$  或  $2\pi$  附近的合适且相对稳定的值时, 可以使  $M_x^2 + M_y^2 = 2.07$ , 此时对应的  $\sigma_p = 0.28$ , 保证了可接受的耦合损耗, 得到的光斑形态也与基模相一致。这说明光子灯笼能够通过控制输入端的振幅、相位等因素, 实现输出端的模式控制。

## 4. 结论

本文主要讨论了光子灯笼中存在的模式在相干叠加的模型下, 不同模式间的相位差、功率占比以及偏振耦合效率 $\eta$ 和光束质量 $M^2$ 因子的影响, 分析了光子灯笼如何对输入端进行控制以实现输出端的模式控制。通过以上工作, 我们得出: 耦合效率 $\eta$ 和光束质量 $M^2$ 因子的数值随基模功率占比 $\eta(LP_{01})$ 的增加而降低; 而随着模式间相位差的改变, 耦合效率 $\eta$ 和光束质量 $M^2$ 因子呈周期性变化。将以上结果应用在光子灯笼的模式控制中, 需要同时控制光子灯笼输入端的功率占比和相位两个变量, 且在得到较为理想的输出(比如 $M^2$ 因子较低的基模)后, 要尽量减小这两个变量的标准差( $\sigma_p$ ,  $\sigma_\theta$ ), 以提升耦合效率。若要利用光子灯笼实现特殊光斑的输出, 则需同时控制振幅、相位以及偏振三个因素, 并在控制系统中对评价函数进行特殊地设定。

## 参考文献

- [1] Leon-Saval, S.G., Argyros, A. and Bland-Hawthorn, J. (2010) Photonic Lanterns: A Study of Light Propagation in Multi-Mode to Single-Mode Converters. *Optics Express*, **18**, 8430-8439. <https://doi.org/10.1364/OE.18.008430>
- [2] Thomson, R.R., Birks, T.A., Leon-Saval, S.G., Kar, A.K. and Bland-Hawthorn, J. (2011) Ultrafast Laser Inscription of an Integrated Photonic Lantern. *Optics Express*, **19**, 5698-5705. <https://doi.org/10.1364/OE.19.005698>
- [3] Montoya, J., Aleshire, C., Hwang, C., Fontaine, N., Velázquez-Benítez, A., Martz, D., Fan, T. and Ripin, D. (2016) Photonic Lantern Adaptive Spatial Mode Control in LMA Fiber Amplifiers. *Optics Express*, **24**, 3405-3413. <https://doi.org/10.1364/OE.24.003405>
- [4] Montoya, J., Hwang, C., Martz, D., Aleshire, C., Fan, T.Y. and Ripin, D.J. (2017) Photonic Lantern kW-Class Fiber Amplifier. *Optics Express*, **25**, 27543-27550
- [5] Duocastella, M. and Arnold, C.B. (2012) Bessel and Annular Beams for Materials Processing. *Laser & Photonics Reviews*, **6**, 607-621. <https://doi.org/10.1002/lpor.201100031>
- [6] Fontaine, N.K., Ryf, R., Bland-Hawthorn, J. and Leon-Saval, S.G. (2012) Geometric Requirements for Photonic Lanterns in Space Division Multiplexing. *Optics Express*, **20**, 27123-27132. <https://doi.org/10.1364/OE.20.027123>
- [7] Bland-Hawthorn, J. and Kern, P. (2009) Astrophotonics: A New Era for Astronomical Instruments. *Optics Express*, **17**, 1880-1884. <https://doi.org/10.1364/OE.17.001880>
- [8] Jovanovic, N., Spaleniak, I., Gross, S., Ireland, M., Lawrence, J.S., Miese, C., Fuerbach, A. and Withford, M.J. (2012) Integrated Photonic Building Blocks for Next-Generation Astronomical Instrumentation I: The Multimode Waveguide. *Optics Express*, **20**, 17029-17043. <https://doi.org/10.1364/OE.20.017029>
- [9] 冯国英, 周寿桓, 高春清. 激光模场及光束质量表征[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016.
- [10] Siegman, A.E. (1997) How to (Maybe) Measure Laser Beam Quality. *Optical Society of America Annual Meeting*.

### 知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2164-5450, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: [oe@hanspub.org](mailto:oe@hanspub.org)