

# Thermal-Mechanical Vibration and Stability Analysis of Fluid-Conveying Carbon Nanotubes under Magnetic Field

Yaxin Zhen

School of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Beijing  
Email: yasine\_zhen@163.com

Received: Jul. 9<sup>th</sup>, 2016; accepted: Jul. 26<sup>th</sup>, 2016; published: Jul. 29<sup>th</sup>, 2016

Copyright © 2016 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

In this paper, based on nonlocal elasticity theory and Euler-Bernoulli beam theory, we investigate the dynamical characteristics of carbon nanotubes conveying fluid under longitudinal magnetic field with considering thermal effect. Differential quadrature method is used to do the simulation. The influence of temperature changes under normal atmospheric temperature and magnetic flux on the natural frequency and critical flow velocity are discussed in detail. The results show that the natural frequencies and critical flow velocity increase as the temperature changes increase. As the magnetic flux increases, the natural frequency and critical flow velocity increase distinctly, which demonstrate that increase the magnetic flux can obviously improve the stability of the fluid-conveying system.

## Keywords

Thermal Effect, Nonlocal Elasticity Theory, Magnetic Field, Stability

---

# 磁场环境下输流碳纳米管的热振动与稳定性分析

甄亚欣

华北电力大学数理学院, 北京

Email: yasine\_zhen@163.com

收稿日期: 2016年7月9日; 录用日期: 2016年7月26日; 发布日期: 2016年7月29日

## 摘要

本文基于非局部弹性理论和欧拉梁理论, 研究了磁场和温度场耦合作用下输流碳纳米管的动力学特性。采用微分求积法进行求解, 详细讨论了常温环境下温度变化量和磁通量等对系统的振动频率和临界流速的影响。结果表明随着温度变化量的增大, 系统的振动频率和临界流速都增大。随着磁通量的增大, 系统的振动频率和临界流速明显增大, 增强磁场能够显著提高系统的稳定性。

## 关键词

热效应, 非局部弹性理论, 磁场, 稳定性

## 1. 引言

1991年, 日本学者 S. Iijima [1]在用高分辨透射电子显微镜(TEM)下检验石墨电弧设备产生的球状碳分子时, 发现了碳纳米管, 从而在世界范围内引发了碳纳米管研究的热潮。碳纳米管的空心圆柱形几何结构和极高的强度, 使其成为纳米尺度下流体储藏与运输的重要载体[2]。由于碳纳米管具有良好的力学、电学、化学特性, 其内壁又是极其光滑的, 因此可以被用来快速和安全的输送液氢等燃料, 为能源的输送提供新的解决办法。为了碳纳米管更好地应用在纳米工程中, 很有必要掌握输流碳纳米管的力学和物理性质, 因此研究输流碳纳米管的动力学特性具有重要的实际意义。

目前, 对碳纳米管力学行为的研究主要有实验研究、分子动力学模拟和基于连续介质力学理论的理论分析[3]。对碳纳米管的力学性能的实验研究主要是采取间接的测量方法, 获得的实验数据离散性较大, 实验研究也没有涉及环境(例如温度、化学环境)对碳纳米管力学性能影响, 而分子动力学模拟系统内所有原子的行为, 计算规模庞大, 难以模拟较大规模或较长时间跨度的问题, 同时, 在分子动力学模拟过程中对系统能量的获得伴随了一些经验假设, 所以在定量分析的准确性方面, 分子动力学的结果尚不能尽如人意。已有的研究表明, 连续介质模型能够在很多情况下描述碳纳米管的力学性能[4]。因此目前研究输流碳纳米管时, 一般采用弹性梁或者弹性壳体模型来分析其动力学行为[5]。

Yoon [6]等最先提出了输流碳纳米管的运动方程, 他们采用欧拉梁模型研究了输流单壁碳纳米管的振动特性。发现管内流体可以明显影响碳纳米管的共振频率, 尤其是流速很大情况下的简支的大内径长碳纳米管。Wang 等[7]研究了充液碳纳米管的耦合振动。Khosravian 和 Raffi [8]研究了输送粘性流体的碳纳米管, 发现输送粘性流体的碳纳米管比输送无粘性流体的碳纳米管更加稳定。Peddieson 等[9]将 Eringen 的非局部弹性理论应用于欧拉梁模型, 并指出纳机电系统中的悬臂梁作动器表现出非局部效应, 而微机电系统则无此现象。Lee 和 Chang [10]基于非局部弹性理论对输流碳纳米管的横向自由振动进行了研究, 讨论了非局部效应对系统的振动频率以及模态振型的影响。Zhen 等[11]研究了非局部效应和温度场耦合作用下输流单壁碳纳米管的振动特性。Kiani [12]研究了纵向磁场作用下嵌入弹性介质的双壁碳纳米管的振动。据作者了解, 目前尚未发现磁场和温度场耦合作用下基于非局部弹性理论的输流碳纳米管的振动特性研究。本文基于非局部弹性理论和欧拉梁理论, 研究了磁场和温度场耦合作用下输流碳纳米管的动力学特性。研究结果可为纳米输流元器件的设计及应用提供一定的理论参考。

## 2. 方程建立

### 2.1. 非局部弹性理论

尽管经典连续介质梁模型已经成功模拟了一些情况下碳纳米管的力学性质，但是在求解过程中，宏观的连续体模型并不允许涉及对其内在尺寸的依赖性。在纳米尺度中，小尺度效应的影响是非常明显的。为了解释弹性的尺度效应，Eringen 和 Edelen [13] [14] 在 1972 年提出了非局部弹性理论。非局部弹性理论认为弹性体内某一参考点  $p$  处的应力不仅取决于  $p$  点的应变，而且与物体内部所有其他各点  $p'$  处的应变有关。通常采用的非局部弹性本构方程是积分的形式，积分中包含了表示参考点的应力受物体内部其他点的应变的相对影响的核函数。用数学方法求解此类积分方程来得到非局部弹性问题的解非常困难，Eringen 将一部分核函数形式的积分方程转化为等效的微分方程，得到单轴应力状态下的胡克定律

$$\sigma(x) - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma(x)}{\partial x^2} = E \varepsilon(x), \quad (1)$$

式中  $e_0 a$  是纳米材料中引起结构小尺度效应的参数。

### 2.2. 磁场力

考虑碳纳米管受轴向均匀稳定的磁场作用，简单起见假设磁场对管道中流体的作用可忽略。在磁场作用下，碳纳米管受横向洛伦兹力作用[15]，单位长度上磁场力为

$$F_m = \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (2)$$

其中  $\eta$  是磁导率， $H_x$  是轴向磁通量分量， $A$  表示碳纳米管的截面积， $w$  表示碳纳米管的横向振动位移。

### 2.3. 模型方程

基于非局部欧拉梁理论，研究磁场环境和热耦合作用下嵌入弹性介质的单壁输流碳纳米管的振动。假设碳纳米管中流体是不可压缩的且无旋无粘性的流体，不考虑重力作用，流体在管道中以定常流速流动。弹性梁与周边弹性介质的作用力可用温克勒(Winkler)模型来描述，见图 1。根据温克勒模型理论，弹性介质中最外层的碳纳米管上任意一点处所受到的弹性介质的法向压力取决于该点处最外层管的挠度，并与之成线性比例关系，即

$$p^m = p_0^m - kw(x, t), \quad (3)$$

上式中  $p_0^m$  表示最外层管与周围弹性介质间的初始作用压力，通常可忽略不计。 $k$  表示由周围弹性介质材料和最外层管直径确定的弹性常数，或称温克勒模型系数，负号说明弹性介质作用压力与管的挠度方向相反。磁场环境和热耦合作用下单壁输流碳纳米管的振动方程可写为

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = m_c \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + kw - \frac{\partial}{\partial x} \left( N_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + F_w - F_m, \quad (4)$$

其中  $Q$  是截面上的剪切力， $m_c$  表示单位长度碳纳米管的质量， $t$  是时间。 $N_T$  是温度变化产生的轴向压力，可表示为

$$N_T = -\frac{EA}{1-2\nu} \alpha_x \Delta T, \quad (5)$$

其中  $\alpha_x$  是轴向的热膨胀系数， $\nu$  是泊松比， $\Delta T$  表示温度变化量。 $F_w$  表示单位长度上流体作用力

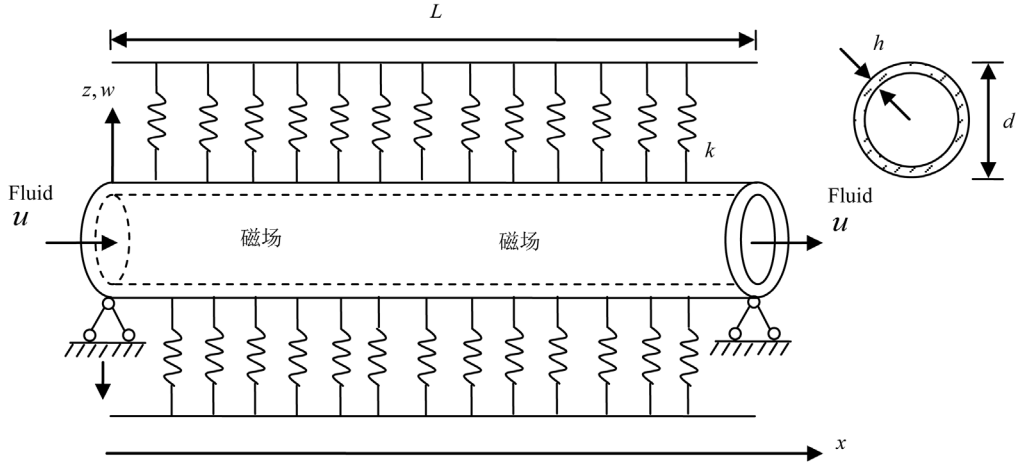


Figure 1. Schematic diagram of pinned-pinned carbon nanotubes conveying fluid  
图 1. 两端简支输流单壁碳纳米管示意图

$$F_w = m_f \left( u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2u \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right), \quad (6)$$

其中  $m_f$  表示单位长度上流体质量， $u$  是流体流动速度。

根据欧拉梁理论，弯矩  $M$  和应力应变的关系为

$$M = \int_A y \sigma_{xx} dA, \quad \varepsilon_{xx} = -y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (7)$$

其中  $y$  是高度方向上距离中面的距离。

将方程(7)代入非局部连续体本构方程(1)，得到

$$M - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (8)$$

由欧拉梁理论，剪力  $Q$  与弯矩  $M$  的关系为

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x}, \quad (9)$$

将方程(4)和(9)代入(8)可得到非局部弹性理论下弯矩的表达式

$$M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 \left( m_c \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + kw - \frac{\partial}{\partial x} \left( N_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + F_w - F_m \right), \quad (10)$$

为计算简便，我们假设碳纳米管的杨氏模量与温度无关。由方程(4)，(9)和(10)，可得到粘弹性介质中磁场和温度场耦合作用下基于非局部欧拉梁理论的输流碳纳米管的振动方程

$$\begin{aligned} & EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_c \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + kw - \frac{\partial}{\partial x} \left( N_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + m_f \left( u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2u \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) - \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \\ & \left( m_c \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( kw - \frac{\partial}{\partial x} \left( N_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + m_f \left( u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2u \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) - \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

当  $e_0 a = 0$ ,  $\Delta T = 0$ ,  $k = 0$ ,  $H_x = 0$  时，(11)转化为经典欧拉梁理论下输流碳纳米管的横向振动方程。

考虑两端简支的碳纳米管，对应的非局部弹性梁的边界条件为

$$w(0,t) = w(L,t) = 0, \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = 0. \quad (12)$$

引入如下形式的无量纲变量和参数:

$$Y = \frac{w}{L}, X = \frac{x}{L}, \tau' = \left( \frac{EI}{m_c + m_f} \right)^{1/2} \frac{t}{L^2}, \bar{N}_T = \frac{N_T L^2}{EI}, K = \frac{kL^4}{EI}, \quad (13)$$

$$U = \left( \frac{m_f}{EI} \right)^{1/2} Lu, \beta = \frac{m_f}{m_c + m_f}, e_n = \frac{e_0 a}{L}, N_H = \frac{\eta A H_x^2 L^2}{EI},$$

将(13)式代入式(11)和(12), 得到无量纲化的振动方程

$$\begin{aligned} & (1 + \bar{N}_T e_n^2 - U^2 e_n^2 + N_H e_n^2) \frac{\partial^4 Y}{\partial X^4} - 2\sqrt{\beta} e_n^2 U \frac{\partial^4 Y}{\partial X^3 \partial \tau'} - e_n^2 \frac{\partial^4 Y}{\partial X^2 \partial \tau'^2} \\ & + (U^2 - K e_n^2 - \bar{N}_T - N_H) \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} + 2U\sqrt{\beta} \frac{\partial^2 Y}{\partial X \partial \tau'} + \frac{\partial^2 Y}{\partial \tau'^2} + KY = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

对应的边界条件

$$Y(0, \tau') = Y(1, \tau') = 0, \frac{\partial^2 Y(0, \tau')}{\partial X^2} = \frac{\partial^2 Y(1, \tau')}{\partial X^2} = 0. \quad (15)$$

### 3. 微分求积法求解

采用微分求积法[11]对方程(14)和(15)进行分析, 得到方程的等价形式:

$$\begin{bmatrix} K_{dd} & K_{db} \\ K_{bd} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Y_d\} \\ \{Y_b\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{dd} & G_{db} \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{Y}_d\} \\ \{\dot{Y}_b\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{dd} & M_{db} \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{Y}_d\} \\ \{\ddot{Y}_b\} \end{Bmatrix} = 0, \quad (16)$$

其中下标  $b$  表示边界点,  $d$  表示内部点, “ $\cdot$ ” 表示对时间的微分。设方程(16)的解的形式为

$$\{Y\} = \{\bar{Y}\} \exp(\omega \tau'), \quad (17)$$

其中  $\{\bar{Y}\} = \left\{ \{\bar{Y}_d\}^T, \{\bar{Y}_b\}^T \right\}^T$  是单壁碳纳米管的振幅,  $\text{Im}(\omega)$  表示系统的振动频率。

将式(17)代入(16), 消除  $\{\bar{Y}_b\}$  后, 得到对应一个广义特征值问题的齐次方程

$$\left( \omega^2 [M^1] + \omega [G^1] + [K^1] \right) \{\bar{Y}_d\} = \{0\}, \quad (18)$$

其中  $M^1 = M_{dd} - M_{db} K_{bb}^{-1} K_{bd}$  表示系统的质量矩阵,  $G^1 = G_{dd} - G_{db} K_{bb}^{-1} K_{bd}$  表示系统的阻尼矩阵,  $K^1 = K_{dd} - K_{db} K_{bb}^{-1} K_{bd}$  是刚度矩阵。

为了得到方程(18)的非平凡解, (18)式的系数矩阵的行列式应满足下列条件

$$\det \left( \omega^2 [M^1] + \omega [G^1] + [K^1] \right) = 0. \quad (19)$$

式中  $\omega$  是系统的特征值, 可用来分析系统的稳定性。特征值通常为复数, 实部表示系统阻尼, 虚部代表系统的振动频率。显然, 特征值是流速的函数, 随着流速的增大, 流体作用力中的离心力和科氏力的作用使系统的有效刚度降低, 当流体流速达到一定值时, 系统的刚度消失(对应于特征值虚部为零), 系统发生屈曲失稳, 对应的流速就是屈曲失稳的临界流速。

### 4. 数值结果

选取单壁碳纳米管的有效参数如下: 杨氏模量  $E = 1 \text{ TPa}$ , 碳纳米管的密度  $\rho_c = 2300 \text{ kg/m}^3$ , 流体密

度  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ ，泊松比  $\nu = 0.3$ 。碳纳米管的半径为  $R_{out} = 3.4 \text{ nm}$ ，碳纳米管的壁厚  $h = 0.34 \text{ nm}$ 。为了忽略碳纳米管的剪切变形，我们选取较大的长径比  $L/(2R_{out}) = 100$ 。根据 Wang [17] 关于非局部参数的理论，选取非局部参数  $e_0 a = 1.0 \text{ nm}$  进行计算。考虑常温环境下碳纳米管的热振动，对应的热膨胀系数为  $\alpha_x = -1.6 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ 。

假设温度变化均匀的作用于单壁碳纳米管，首先我们研究温度变化对输流碳纳米管的一阶频率的影响。取温克勒系数  $k = 10^6 \text{ Pa}$ ，不考虑磁场力作用，图 2 描绘了温度变化  $\Delta T = 0 \text{ K}$ ， $10 \text{ K}$ ， $20 \text{ K}$ ， $30 \text{ K}$  时碳纳米管的一阶模态对应频率随流体流速的变化情况。随着流体流速的增加，系统的一阶振动频率越来越小，当流速达到一定值之后(对应于临界流速)，一阶振动频率降低为零，系统进入不稳定状态，发生屈曲失稳。图 3 描述了常温环境下，系统的临界流速随温度改变量的变化规律。由图 2 和图 3 可以看出，常温环境下，温度变化量的增加使得系统的一阶振动频率和临界流速增大，说明常温环境下升高温度能够提高系统的稳定性，这与文献[16]的结论一致。

为考虑纵向磁场对系统的稳定性的影响，取  $L/(2R_{out}) = 50$ ，忽略温度的变化量，图 4 描述了不同磁通量情况下系统的一阶振动频率随流体流速的变化图。随着流体流速的增加，系统的一阶振动频率越来越小，当流速达到一定值之后(对应于临界流速)，一阶振动频率降低为零，系统进入不稳定状态，发生屈曲失稳。从图 4 可以看出，随着磁通量的增大，系统的振动频率明显增大，说明增强磁场强度可以提高系统的稳定性。

## 5. 结论

本文采用微分求积法研究了温度场和磁场耦合作用下输流单壁碳纳米管的振动特性。基于欧拉梁理论和非局部弹性理论，考虑周边弹性介质和热载荷以及磁场的耦合作用对系统进行建模，通过绘制常温环境时的温度变化量，磁通量等对系统的振动频率的影响关系图，经过分析得到以下结论：

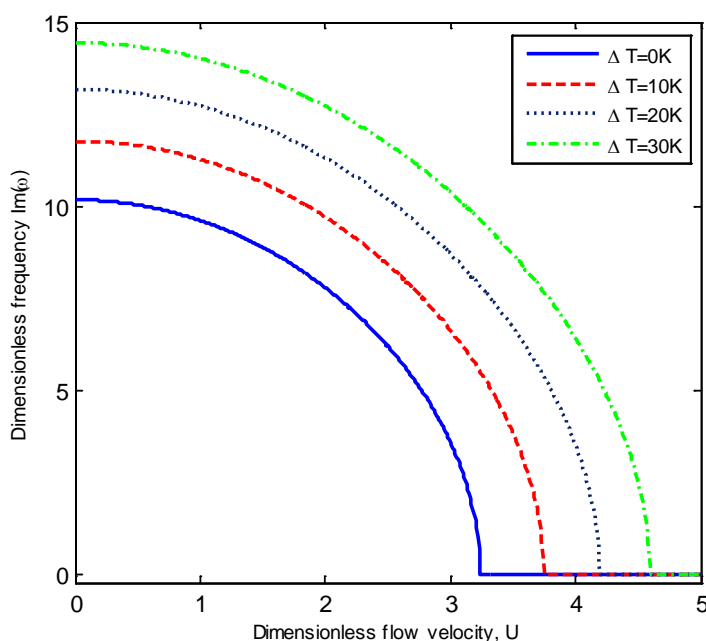
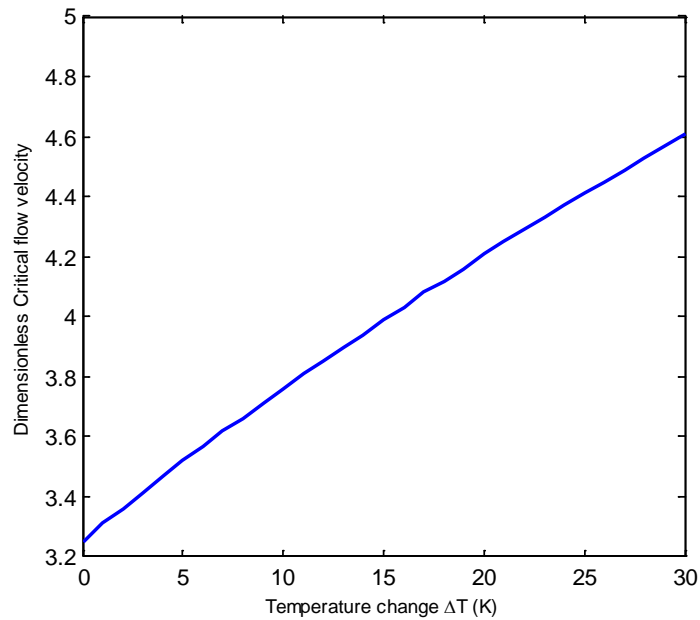


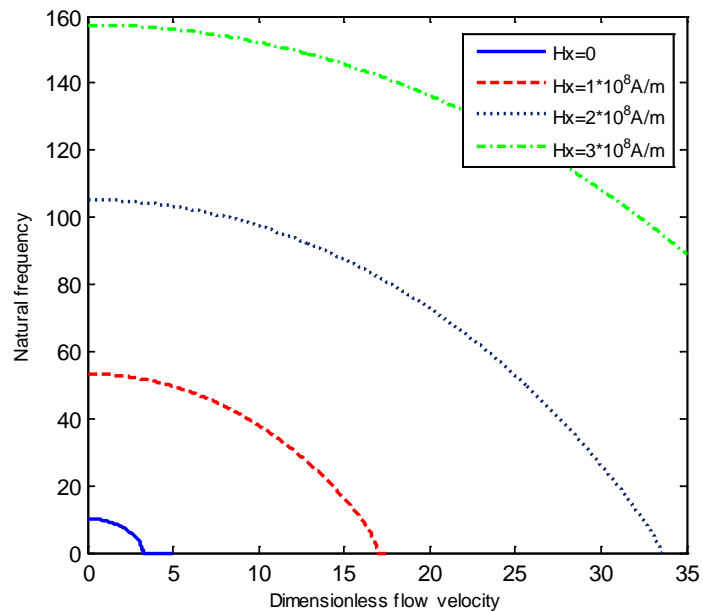
Figure 2. Variation of first natural frequencies of system with dimensionless flow velocity for different temperature changes

图 2. 不同温度变化量时系统的一阶振动频率关于无量纲流速的变化图



**Figure 3.** Variation of dimensionless critical flow velocity with temperature changes

**图 3.** 无量纲临界流速随温度改变量的变化图



**Figure 4.** Variation of first natural frequencies of system with dimensionless flow velocity for different magnetic fluxes

**图 4.** 不同磁通量情况下系统的一阶振动频率关于无量纲流速的变化图

1) 随着流体流速的增加,系统的振动频率越来越小,当流速达到一定值之后,一阶振动频率变为零,系统进入不稳定状态。常温环境时温度变化量的增加能够增大振动频率,考虑温度效应的临界流速要远大于不考虑温度效应时的临界流速,且临界流速随着温度变化量的增大而增大,说明升高温度能够提高输流单壁碳纳米管的稳定性;

2) 随着磁通量的增大, 系统的振动频率和临界流速明显增大, 可知磁场变化对碳纳米管的振动频率和临界流速有较大的影响, 增强磁场能够显著提高系统的稳定性。研究结果可为纳米材料在能源和生物医学领域的应用提供理论依据。

## 基金项目

国家自然科学基金资助(No. 11402087)和中央高校专项科研业务费(No. 2016MS64)。

## 参考文献 (References)

- [1] Iijima, S. (1991) Helical Microtubules of Graphitic Carbon. *Nature*, **354**, 56-58. <http://dx.doi.org/10.1038/354056a0>
- [2] 甄亚欣. 输流碳纳米管的动力学行为研究[D]: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- [3] 陈彦霖, 王晋宝, 周卫, 等. 碳纳米管的振动研究进展[J]. 浙江海洋学院学报, 2011, 30(3): 243-248.
- [4] Govindjee, C.F. and Sackman, J.L. (1999) On the Use of Continuum Mechanics to Estimate the Properties of Nanotubes. *Solid State Communications*, **110**, 227-230. [http://dx.doi.org/10.1016/S0038-1098\(98\)00626-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0038-1098(98)00626-7)
- [5] Sohlberg, K., Sumpter, B.G., Tuzun, R.E., *et al.* (1998) Continuum Methods of Mechanics as a Simplified Approach to Structural Engineering of Nanostructures. *Nanotechnology*, **9**, 30-36. <http://dx.doi.org/10.1088/0957-4484/9/1/004>
- [6] Yoon, J., Ru, C.Q. and Mioduchowski, A. (2005) Vibration and Instability of Carbon Nanotubes Conveying Fluid. *Composites Science and Technology*, **65**, 1326-1336. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2004.12.002>
- [7] Wang, X.Y., Wang, X. and Sheng, G.G. (2007) The Coupling Vibration of Fluid-Filled Carbon Nanotubes. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **40**, 2563-2572. <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/40/8/022>
- [8] Khosravian, N. and Rafii-Tabar, H. (2007) Computational Modeling of the Flow of Viscous Fluids in Carbon Nanotubes. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **40**, 7046-7052. <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/40/22/027>
- [9] Peddieson, J., Buchanan, R. and McNitt, R.P. (2003) Application of Nonlocal Continuum Models to Nanotechnology. *International Journal of Engineering Science*, **41**, 305-312. [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7225\(02\)00210-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7225(02)00210-0)
- [10] Lee, H.L. and Chang, W.J. (2008) Free Transverse Vibration of the Fluid-Conveying Single-Walled Carbon Nanotube Using Nonlocal Elastic Theory. *Journal of Applied Physics*, **103**, 024302.
- [11] Zhen, Y.X. and Fang, B. (2010) Thermal-Mechanical and Nonlocal Elastic Vibration of Single-Walled Carbon Nanotubes Conveying Fluid. *Computational Materials Science*, **49**, 276-282. <http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2010.05.007>
- [12] Kiani, K. (2014) Longitudinally Varying Magnetic Field Influenced Transverse Vibration of Embedded Double-Walled Carbon Nanotubes. *International Journal of Mechanical Sciences*, **87**, 179-199. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2014.04.018>
- [13] Eringen, A.C. (1972) Nonlocal Polar Elastic Continua. *International Journal of Engineering Science*, **10**, 1-16. [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90070-5](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225(72)90070-5)
- [14] Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B. (1972) On Nonlocal Elasticity. *International Journal of Engineering Science*, **10**, 233-248. [http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225\(72\)90039-0](http://dx.doi.org/10.1016/0020-7225(72)90039-0)
- [15] Narendar, S., Gupta, S.S. and Gopalakrishnan, S. (2012) Wave Propagation in Single-Walled Carbon Nanotube under Longitudinal Magnetic Field Using Nonlocal Euler-Bernoulli Beam Theory. *Applied Mathematical Modelling*, **36**, 4529-4538. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2011.11.073>
- [16] Wang, L., Ni, Q., Li, M., *et al.* (2008) The Thermal Effect on Vibration and Instability of Carbon Nanotubes Conveying Fluid. *Physica E*, **40**, 3179-3182. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physe.2008.05.009>
- [17] Wang, Q. (2005) Wave Propagation in Carbon Nanotubes via Nonlocal Continuum Mechanics. *Journal of Applied Physics*, **98**, 124301.



**期刊投稿者将享受如下服务：**

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>