

Damage Detection Method of Frame Structure Based on Singular Value Decomposition and Time Domain Sensitivity Analysis

Yuhan He¹, Kun Liu²

¹School of Civil Engineering and Architecture, University of Jinan, Jinan Shandong

²School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang

Email: heyuhan101010@163.com, kun.liu@hit.edu.cn

Received: Mar. 5th, 2018; accepted: Mar. 19th, 2018; published: Mar. 26th, 2018

Abstract

The damage detection for the frame structure, which is a classical structure form in civil engineering, has become a hot issue recently. To reduce the measurement noise effect in the damage detection result, the singular value decomposition (SVD) method and time domain sensitivity analysis method were adopted to study the damage detection of the frame structure. The components, which are less affected by the measurement noise, were obtained from the measured responses by SVD, and the time domain sensitivity enhancement equation of damage detection was proposed based on the orthogonal characteristic of SVD and projection method. The simulation study was performed based on the finite element model of a frame structure, and the effectiveness of the proposed method was verified.

Keywords

Damage Detection, Sensitivity Analysis, Singular Value Decomposition, Orthogonal Characteristic, Noise Measurement

基于奇异值分解和时域灵敏度分析的框架结构损伤识别方法

和禹含¹, 刘 坤²

¹济南大学土木建筑学院, 山东 济南

²哈尔滨工业大学土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨

Email: heyuhan101010@163.com, kun.liu@hit.edu.cn

收稿日期: 2018年3月5日; 录用日期: 2018年3月19日; 发布日期: 2018年3月26日

摘要

框架结构是土木工程中最常见的结构形式之一, 该类结构的损伤识别问题已经成为目前的研究热点。为解决框架结构的损伤识别结果受测量信号噪音影响的问题, 本文基于时域测量信号的奇异值分解结合时域灵敏度分析, 进行了框架结构的损伤识别研究。通过奇异值分解得到时域测量信号中受测量噪音影响较小的成分, 利用奇异值分解的正交性对时域灵敏度方程进行正交投影, 得到改进的时域灵敏度损伤识别方程。建立框架结构有限元模型, 对其进行损伤识别的数值模拟研究, 验证本文提出的损伤识别方法的有效性。

关键词

损伤识别, 灵敏度分析, 奇异值分解, 正交性, 测量噪音

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着我国城市化的进行, 巨量的土木工程结构爆发式的发展在我国已经持续了近三十年, 大量的国民财富固化为工程结构本体。已建成的各类工程结构在服役期的健康状态关系着民众的生命财产安全, 框架结构是土木工程中最常见的结构形式之一, 该类结构若出现严重损伤或者倒塌将严重影响社会和民众生命财产安全, 因此对框架结构进行健康状态评估是土木工程研究人员面对的重要课题。结构损伤识别能够甄别建筑结构的损伤位置和损伤程度[1] [2], 为相关设计和施工人员提供技术参考, 是目前的研究领域之一。

土木工程结构在服役期内, 一直承受车辆荷载和环境荷载等外部动荷载激励, 通过现有的测量手段即可获得结构工作状态下的响应信号, 并且测量结构某些部位的响应信号并不影响其使用功能。基于测量信号的损伤识别方法更适合土木工程领域, 该类方法越来越受到土木工程领域研究者的重视, 并取得了广泛的研究和应用。基于测量信号的时域方法不仅具有响应信号易于测量的优点, 而且可以提供更多的损伤识别方程, 利用较少传感器和较短时间的时域测量信号能够得到结构的损伤识别结果, 因此时域方法具有更广阔的应用前景, 这一方法的研究将进一步促进损伤识别方法的工程应用。

如何降低测量噪音的影响是时域方法亟待解决的一个关键问题, 时域信号在实际测量过程中不可避免地要受各种测量噪音的影响, 大量研究表明测量噪音对时域测量信号的严重污染制约了损伤识别的精度。为了克服测量噪音对时域损伤识别方法的影响, 不同学者提出了改进的基于时域信号的损伤识别方法。小波分析[3] [4] [5]和改进的反问题优化方法[6]等被用来识别结构损伤, 时域信号的统计特征[7] [8]也被一些研究者在时域损伤识别中采用, 但以上方法都是针对测量噪音低于 10% 的情况。

本文针对典型的框架结构进行损伤识别研究, 在前人研究的基础上, 通过对测量信号进行奇异值分

解和重构, 结合时域灵敏度分析方法, 提出了改进的灵敏度分析方法, 该方法可以提高识别方程的灵敏度, 可以在较高的测量噪音影响下对框架结构的损伤进行准确识别。

2. 时域灵敏度损伤识别方法

多自由度线弹性结构体系的运动方程可表示为如式(1)所示:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{L}\mathbf{P}(t) \quad (1)$$

其中, \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 表示结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; \mathbf{x} 、 $\dot{\mathbf{x}}$ 和 $\ddot{\mathbf{x}}$ 分别表示结构体系的位移、速度和加速度向量; $\mathbf{P}(t)$ 表示外荷载矢量矩阵; \mathbf{L} 为输入力的映射矩阵。

本文采用 Rayleigh 阻尼模型, 阻尼矩阵采用下式(2)计算得到:

$$\mathbf{C} = a_1\mathbf{M} + a_2\mathbf{K} \quad (2)$$

其中, a_1 和 a_2 为阻尼模型的 Rayleigh 阻尼系数。

2.1. 基于传统灵敏度分析的损伤识别方程

假设结构第 i 个单元的刚度变化率为 α_i , 若结构共有 NE 个单元, 每个完好单元的单元刚度矩阵用 \mathbf{K}_i 表示, 则结构整体的刚度变化可由式(3)表示为:

$$\Delta\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{NE} \alpha_i \mathbf{K}_i \quad (3)$$

整体结构的运动方程左右两边对刚度变化率求偏导有:

$$\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{x}}}{\partial \alpha_i} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \alpha_i} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \alpha_i} = -\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha_i} \mathbf{x} - a_2 \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha_i} \dot{\mathbf{x}} \quad (4)$$

对式(4)应用 Newmark- β 法进行求解, 可以得到结构每个单元的位移、速度和加速度响应的灵敏度向量分别为 $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \alpha_i}$ 、 $\frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \alpha_i}$ 和 $\frac{\partial \ddot{\mathbf{x}}}{\partial \alpha_i}$ 。

本文主要研究测量加速度响应的灵敏度, 将第 i 个单元加速度灵敏度向量记为 \mathbf{S}_{ai} , 组装结构每个单元的加速度灵敏度向量, 可以得到整个结构体系的加速度灵敏度矩阵, 如式(5)所示

$$\mathbf{S} = [\mathbf{S}_{a1} \quad \cdots \quad \mathbf{S}_{ai} \quad \cdots \quad \mathbf{S}_{aNE}] \quad (5)$$

将测量加速度响应向量构成的矩阵记为 $\ddot{\mathbf{X}}_m$, 结构模型的计算响应向量构成的矩阵记为 $\ddot{\mathbf{X}}_c$, 则整个结构基于测量响应和灵敏度分析的损伤的识别方程可表示为如下式形式:

$$\mathbf{S}\boldsymbol{\alpha} + o(\boldsymbol{\alpha}^2) = \ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_m \quad (6)$$

2.2. 损伤识别方程求解

忽略高阶项 $o(\boldsymbol{\alpha}^2)$ 的影响, 方程(6)可由最小二乘法进行求解, 如式(7)所示:

$$\boldsymbol{\alpha} = [\mathbf{S}^T \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{S}^T (\ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_m) \quad (7)$$

病态方程的常规最小二乘解一般是不稳定的, 本文采用广泛应用的正则化方法[6], 通过添加边界约束进而得到稳定解, 引入调整最小二乘误差参值的正则化阻尼系数 λ , 则有

$$\boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}^T (\ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_m) \quad (8)$$

对式(8)进行优化计算有

$$J(\boldsymbol{\alpha}, \lambda) = \|\mathbf{S}\boldsymbol{\alpha} - (\ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_m)\|^2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|^2 \quad (9)$$

本文采用L曲线法计算正则化参数 λ 的最优值, 曲线的拐角点代表边界约束与残差范数的平衡点, 即为最优正则化参数。

3. 基于奇异值分解的时域灵敏度损伤识别

测量噪声对传统时域灵敏度损伤识别方法的识别结果影响较大, 无法全部测量所有自由度的加速度响应, 导致时域加速度响应的灵敏度矩阵为病态矩阵, 因此测量响应中包含的噪声对损伤识别结果影响较大, 而测量噪声在实际测量过程中是不可避免的。

本文应用奇异值分解, 分解并重构测量加速度响应信号, 分析重构信号中的噪声分布规律, 进而提取出受测量噪声影响较小的时域加速度测量信号的有效成分。基于奇异值分解的正交特性, 应用空间投影法对灵敏度损伤识别方程进行投影处理, 得到改进的灵敏度识别方程。

3.1. 测量信号的奇异值分解

对测量加速度响应向量构成的矩阵 $\ddot{\mathbf{X}}_m$ 进行奇异值分解, 得到式(10)

$$\ddot{\mathbf{X}}_m = \sum_{i=1}^s \sqrt{\lambda_{m,i}} \mathbf{U}_{m,i} (\mathbf{V}_{m,i})^T \quad (10)$$

式中, $(\sqrt{\lambda_{m,i}}, \mathbf{U}_{m,i}, \mathbf{V}_{m,i})$ 是由 $\sqrt{\lambda_{m,i}}$ 、 $\mathbf{U}_{m,i}$ 和 $\mathbf{V}_{m,i}$ 确定的 R^L 上的 s 维空间, 该空间所有的向量彼此标准正交。

式(2-2)左乘左奇异向量的转置 $\mathbf{U}_{m,j}^T$, 得到下式:

$$\mathbf{U}_{m,i}^T \ddot{\mathbf{X}}_m = \mathbf{U}_{m,j}^T \sum_{i=1}^L \sqrt{\lambda_{m,i}} \mathbf{U}_{m,i} (\mathbf{V}_{m,i})^T \quad (11)$$

由于 $\mathbf{U}_{m,j}$ 具有正交性, 式(11)可简化为:

$$\mathbf{U}_{m,j}^T \ddot{\mathbf{X}}_m = \sqrt{\lambda_{m,j}} (\mathbf{V}_{m,j})^T \quad (12)$$

进而, 将测量加速度响应投影到 $\mathbf{U}_{m,j}$ 的方向, 得到测量加速度响应的第 j 阶成分:

$$\ddot{\mathbf{X}}_{m,j} = \mathbf{U}_{m,j} \mathbf{U}_{m,j}^T \ddot{\mathbf{X}}_m \quad (13)$$

3.2. 损伤识别方程的投影

由奇异值分解的特性可知, 式(13)中较大奇异值对应的成分将代表测量信号的主要趋势成分, 并且受测量噪声影响较小。将前 d 个奇异值所在的空间取为投影子空间, 将方程(6)中的计算加速度响应和不同单元的灵敏度向量左乘 $(\mathbf{U}_{m,j} \mathbf{U}_{m,j}^T, j=1, \dots, d)$, 即可得到对应的计算响应和灵敏度向量的子空间投影成分, 如式(14)和(15)所示

$$\ddot{\mathbf{X}}_{c,j} = \mathbf{U}_{m,j} \mathbf{U}_{m,j}^T \ddot{\mathbf{X}}_c \quad (14)$$

$$\mathbf{S}_{ai,j} = \mathbf{U}_{m,j} \mathbf{U}_{m,j}^T \mathbf{S}_{ai} \quad (15)$$

因此可以将损伤识别方程向 $(\sqrt{\lambda_{m,i}}, \mathbf{U}_{m,i}, \mathbf{V}_{m,i}, j=1, \dots, d)$ 所在的子空间进行投影, 得到投影方程如式(16)所示

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{NE} \mathbf{U}_{m,1} (\mathbf{U}_{m,1})^T S_{\alpha i} \alpha_i = \mathbf{U}_{m,1} (\mathbf{U}_{m,1})^T \ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_{m,1} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{NE} \mathbf{U}_{m,j} (\mathbf{U}_{m,j})^T S_{\alpha i} \alpha_i = \mathbf{U}_{m,j} (\mathbf{U}_{m,j})^T \ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_{m,j} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{NE} \mathbf{U}_{m,d} (\mathbf{U}_{m,d})^T S_{\alpha i} \alpha_i = \mathbf{U}_{m,d} (\mathbf{U}_{m,d})^T \ddot{\mathbf{X}}_c - \ddot{\mathbf{X}}_{m,d} \end{cases} \quad (16)$$

3.3. 基于奇异值分解的时域灵敏度损伤识别求解过程

本文采用正则化方法求解基于奇异值分解的时域灵敏度损伤识别方程, 使用 L 曲线法确定最优正则化阻尼参数 λ , 进行反问题求解每个迭代步的结构刚度变化率, 最终叠加得到结构的总的刚度变化率 α , 即可确定结构的损伤位置和损伤程度。

综上所述, 基于奇异值分解时域结构灵敏度损伤识别的具体步骤如下:

1) 测量损伤后的结构的加速度响应 $\ddot{\mathbf{X}}_m$, 建立完好结构的有限元模型, 通过 *Newmark- β* 方法计算得到结构在完好状态下的加速度响应 $\ddot{\mathbf{X}}_c$, 基于式(1)~(4)计算得到灵敏度矩阵;

2) 通过奇异值分解处理测量加速度响应, 得到投影空间 $(\mathbf{U}_{m,j} \mathbf{U}_{m,j}^T, j=1, \dots, d)$; 根据式(10)~(13), 重构得到测量加速度受测量噪音影响较小的奇异值分解成分;

3) 根据式(14)~(16), 计算得到投影后的损伤识别方程, 对其进行正则化优化, 得到刚度变化率 $\Delta \alpha_k$;

4) 令 $\alpha_k = \sum_{i=1}^k \Delta \alpha_i$, 更新有限元结构模型, 并更新相应的计算加速度和灵敏度矩阵;

5) 令 $k = k + 1$, 重复步骤(3)和步骤(4), 当计算得到的结构刚度变化率满足式(17)时, 停止迭代。

$$\frac{\|\alpha_{k+1} - \alpha_k\|}{\|\alpha_{k+1}\|} < 10^{-3} \quad (17)$$

6) 根据最终计算结果确定结构的损伤位置与程度。

4. 数值模拟验证

以七层单跨钢框架结构为例进行数值模拟研究, 结构形式如图 1(a)所示。该钢架底部被约束, 材料的弹性模量为 206 GPa, 梁柱的密度为 7800 kg/m³, 梁上模拟配重的质量块重 3.5 kg, 梁和柱的截面尺寸分别为 8 mm × 50 mm 和 5 mm × 50 mm。本文采用 56 个平面梁单元对结构进行模拟, 数值模拟计算简图如图 1(b)所示。

4.1. 数值模拟工况

在节点 15 的水平直方向作用有简谐动力荷载 F 。设置的采样时长为 1.0 s, 采样频率为 1000 Hz, 即采样时间间隔为 0.001 s。简谐 F 如下式所示:

$$F = 65 \sin(30\pi t) + 60 \sin(60\pi t) + 55 \sin(80\pi t)$$

在数值模拟计算过程中, 高斯白噪声被用来模拟测量噪音, 因此测量加速度响应可以通过计算加上人工模拟的白噪音取得, 通常可以表示为:

$$\ddot{\mathbf{X}}_m = \ddot{\mathbf{X}}_{cm} + E_p \sigma (\ddot{\mathbf{X}}_{cm}) N_{noise} \quad (18)$$

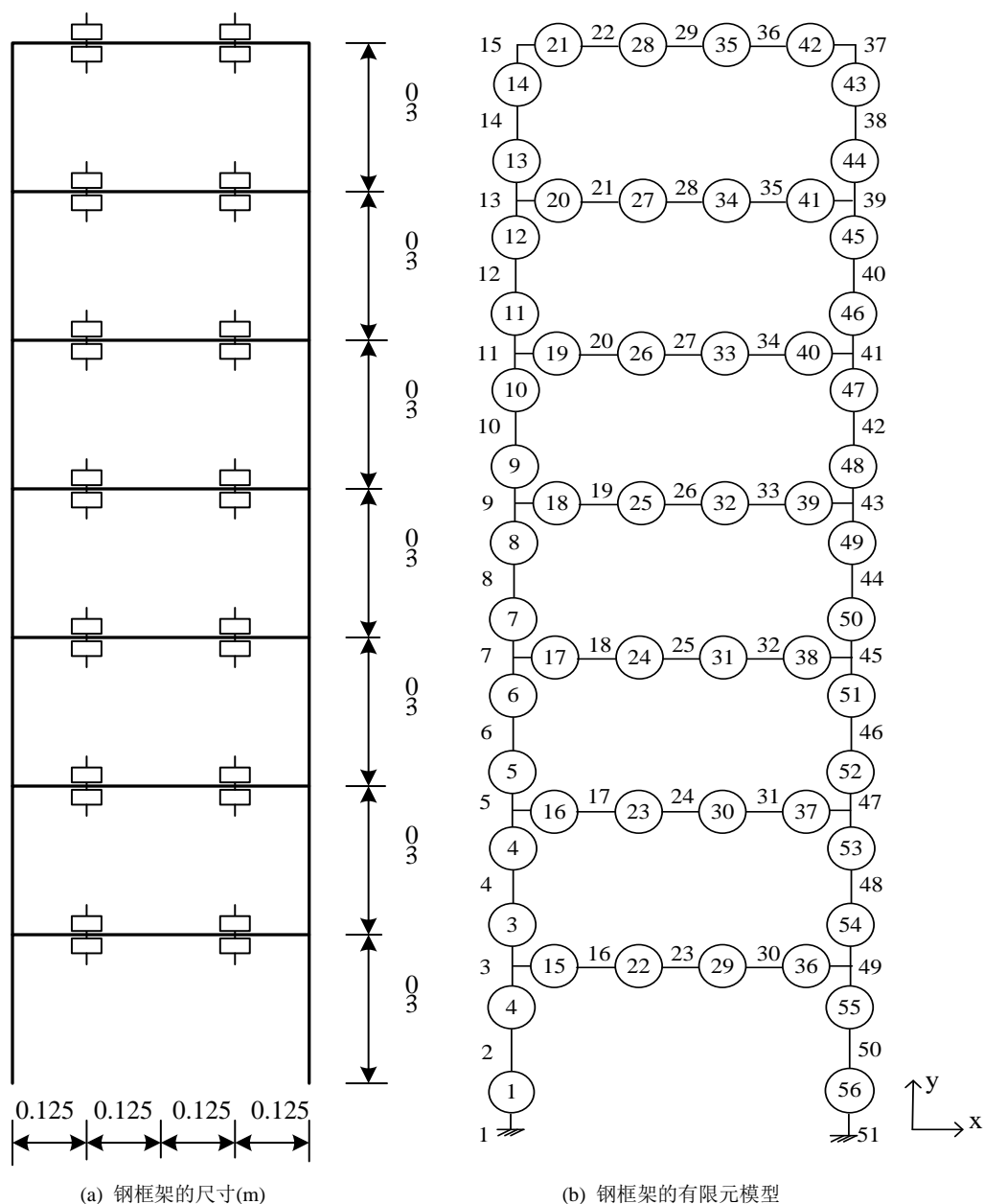


Figure 1. Frame layout and finite element model

图 1. 框架结构简图及有限元模型

其中 $\ddot{\mathbf{X}}_{cm}$ 为计算的损伤结构的加速度(通过有限元模拟得到), E_p 代表噪音水平的大小, $\sigma(\ddot{\mathbf{X}}_{cm})$ 为真实加速度的标准差, \mathbf{N}_{noise} 表示均值为零、标准差为一的正态分布随机向量。

应用本文提出的基于奇异值分解和时域灵敏度分析的损伤识别方法对其进行损伤识别的数值模拟验证。分别模拟测量噪音水平在 10% 和 20% 两种情况, 并将识别结果与传统的灵敏度识别结果进行对比。

4.2. 测量信号奇异值分解及信号成分选取

假设单元 8 和单元 12 的刚度分别下降 15%, 节点 7、9、11 和 13 位置处装设加速度传感器进行测量。分别模拟测量噪音水平在 0%、10% 和 20% 三种情况, 并对测量响应信号进行奇异值分析, 对应的四阶奇

异值如表 1 所示。

由表 1 可见, 前两阶奇异值远大于后两阶奇异值, 由此可知前两阶奇异值对应的分解成分包含振动信号的大部分有效成分, 并且受测量噪音影响较小。

4.3. 损伤识别结果

根据上一节的分析, 选取前两阶成分作为投影空间对识别方程进行投影处理, 分别添加 10% 和 20% 的高斯白噪音在测量响应中, 将本文提出方法得到的损伤识别结果与传统的灵敏度损伤识别方法的结果进行对比, 结果如图 2 所示。

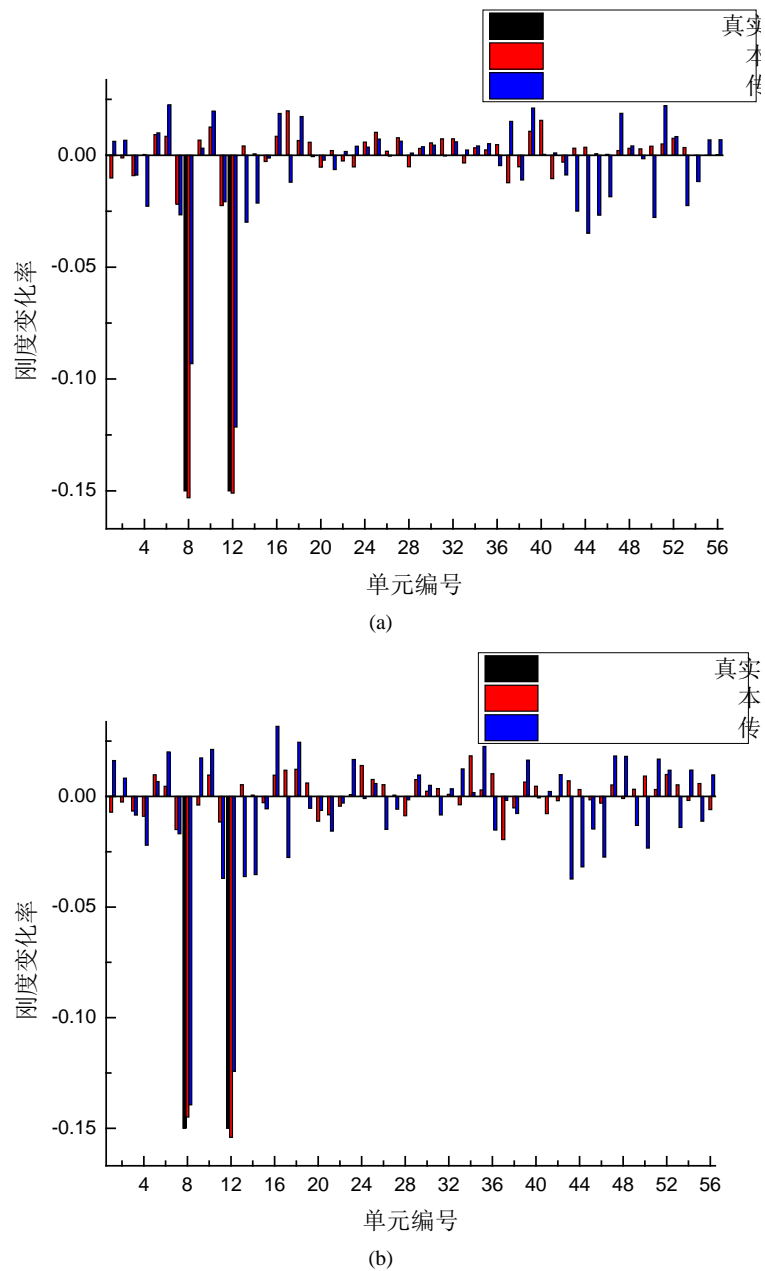


Figure 2. Identification results. (a) Identification result with 10% noise; (b) Identification result with 20% noise
图 2. 损伤识别结果对比图。(a) 10% 噪音下识别结果; (b) 20% 噪音下识别结果

Table 1. Singular values of the measured data
表 1. 测量信号正交分解奇异值

	一阶奇异值	二阶奇异值	三阶奇异值	四阶奇异值
无噪音信号	207.63	192.33	79.90	15.16
10%噪音信号	208.79	193.58	81.85	20.75
20%噪音信号	209.55	194.37	83.71	33.10

由图 2 可以看出, 本文提出的基于奇异值分解和时域灵敏度的损伤识别方法的识别结果与结构的真实损伤情况基本接近, 损伤位置识别的非常精确, 损伤程度也基本接近真实损伤情况。同时, 出本文提出方法的识别结果远远好于传统灵敏度分析方法的识别结果。传统灵敏度分析方法虽然也可以识别到该结构损伤单元的位置, 但由于本文采用的是对称结构, 传统方法在框架另一侧对称位置处单元也识别到了较大的损伤, 但本文提出的方法对损伤的位置定位非常准确, 对称位置处识别出的损伤几乎可以忽略。

5. 结论

本文提出了基于奇异值分解和时域灵敏度分析的框架结构损伤识别方法, 并通过一个七层单跨的弯曲线型框架结构的数值模拟计算, 说明了本文所提出的损伤识别方法的正确性和有效性。识别结果与传统灵敏度分析的损伤识别方法的识别结果进行了对比, 结果表明, 相较于传统的时域灵敏度识别方法, 本文所提出的损伤识别方法具有较强的稳定性, 可以有效识别测量噪音水平高达 20% 情况下的结构损伤位置及损伤程度, 本文提出的损伤识别算法具有较好的抗噪音能力。本文的研究成果可以应用在结构状态评估中, 也可以为其类型结构的损伤识别提供参考。

致 谢

感谢黑龙江省博士后科学基金资助, 项目编号 LBH-Z15087。

参考文献

- [1] 史治宇. 由有限个传感器测点诊断结构破损位置的试验研究[J]. 航空学报, 2002, 23(1): 66-68.
- [2] 史治宇. 基于有限多个测点信息的结构破损诊断研究[J]. 振动工程学报, 2002, 15(2): 203-206.
- [3] Law, S.S. and Li, X.Y. (2007) Wavelet-Based Sensitivity Analysis of the Impulse Response Function for Damage Detection. *Journal of Applied Mechanics*, **74**, 375-377. <https://doi.org/10.1115/1.2189875>
- [4] 陈晓强, 朱宏平, 閻东东. 基于伪比能的梁式结构损伤识别[J]. 振动与冲击, 2008, 27(2): 29-33.
- [5] 陈晓强, 朱宏平, 王丹生, 閻东东. 基于动能密度的结构损伤识别[J]. 振动与冲击, 2009, 28(8): 35-41.
- [6] 王娟, 杨庆山. 藏式古建筑木结构损伤识别的数值模拟[J]. 振动、测试与诊断, 2014, 34(1): 160-167.
- [7] Li, X.Y. and Law, S.S. (2008) Damage Identification of Structures Including System Uncertainties and Measurement Noise. *AIAA Journal*, **46**, 263-276. <https://doi.org/10.2514/1.32263>
- [8] Li, X.Y. and Law, S.S. (2008) Structural Damage Detection with Statistical Analysis from Support Excitation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **22**, 1793-1808. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.03.003>

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2328-0530, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: ojav@hanspub.org