Pure Mathematics 理论数学, 2018, 8(3), 203-207
Published Online May 2018 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/pm
https://doi.org/10.12677/pm.2018.83025

Hans汉斯

Study on Properties of Big Hankel Operator on Harmonic Bergman Space

Jing Yang

College of Mathematics and System Science, Shenyang Normal University, Shenyang Liaoning
Email: 1103382892@qq.com

Received: Apr. 18th, 2018; accepted: May 1st, 2018; published: May 10th, 2018

Abstract

This article mainly discusses some of the properties of the Big Hankel operator whose symbol is a radial function on the Bergman space. It constructs a series $\{\varphi_k\}$ related to its symbolic function and obtains some conclusions about the nature of the big Hankel operator. The boundedness of the big Hankel operator is equivalent to the boundedness of $\{\varphi_k\}$. The compactness of the big Hankel operator converges to zero with $\{\varphi_k\}$, and the positivity of the big Hankel operator is equivalent to the bounded sequence with $\{\varphi_k\}$ greater than zero.

Keywords

Big Hankel Operators, Harmonic Bergman Spaces, Boundedness, Compactness, Positivity

调和Bergman空间上大Hankel算子性质的研究

杨　静

沈阳师范大学数学与系统科学学院，辽宁　沈阳
Email: 1103382892@qq.com

收稿日期：2018年4月18日；录用日期：2018年5月1日；发布日期：2018年5月10日

摘　要

本篇文章主要讨论了调和Bergman空间上以径向函数为符号的大Hankel算子的一些性质，构造了一个与其符号函数相关的数列$\{\varphi_k\}$，得到了一些有关大Hankel算子的性质的一些结论。其有界性与$\{\varphi_k\}$的有界性等价，其紧性与$\{\varphi_k\}$收敛到0等价，其正定性与$\{\varphi_k\}$为大于0的有界数列等价。

文章引用：杨静．调和 Bergman 空间上大 Hankel 算子性质的研究[J]．理论数学, 2018, 8(3): 203-207.
DOI: 10.12677/pm.2018.83025

关键词

大Hankel算子，Bergman调和空间，有界性，紧性，正定性

1. 引言

本节中将给出一些基本的概念以及符号，方便后续使用。

设 $\mathbb{C}$ 为复平面，$D=\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}$ 为 $\mathbb{C}$ 中的单位开圆盘，使用 $\mathrm{d}A$ 定义 D 上的面积测度，所以规范 D 的面积是 1，按照直角坐标和极坐标，有 $\mathrm{d}A(z)=\frac{1}{\pi}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{r}{\pi}\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，其中 $z=x+iy$。

定义 1.1： 设 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 表示 D 上所有勒贝格平方可积的函数构成的集合，定义内积

$$\langle u,v\rangle=\int_D u\overline{v}\mathrm{d}A$$

则 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 为一个 Hilbert 空间。

定义 1.2： $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 中的全体解析函数构成了 Bergman 空间 $L_a^2(D)$。

定义 1.3： 我们设 P 为 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 到 $L_a^2(D)$ 的正交投影，众所周知 $L_a^2(D)$ 为 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 的闭子空间。则有 $(Pf)(z)=\langle f,K_z\rangle=\int_D f(w)\frac{1}{(1-z\overline{w})^2}\mathrm{d}A(w)$，其中 $K_z(w)=\frac{1}{(1-\overline{z}w)^2}=\sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\overline{z}^k w^k$ 为 Bergman 空间的再生核。

定义 1.4： 调和 Bergman 空间 $L_h^2(D)$ 为 D 上所有调和函数构成的集合。

定义 1.5： 设 Q 表示 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 到 $L_h^2(D)$ 的正交投影，显然是为 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 的闭子空间。容易验证对任意的 $z\in D$，存在 $L_h^2(D)$ 中唯一一个函数 R_z，使得 $f(z)=\langle f,R_z\rangle$，$\forall f\in L_h^2(D)$，通过计算可知 $R_z=K_z+\overline{K_z}-1$，因此有

$$(Qf)(z)=\langle f,R_z\rangle=\int_D f(w)\left(K_z+\overline{K_z}-1\right)\mathrm{d}A(w)=Pf+\overline{P\overline{f}}-Pf(0).$$

定义 1.6： 设 $U:L^2(D,\mathrm{d}A)\to L^2(D,\mathrm{d}A)$ 为一个酉算子，定义为

$$Uf(z)=\widetilde{f(z)}=f(\overline{z}),\quad f\in L^2(D,\mathrm{d}A).$$

定义 1.7： 设 $\varphi\in L^\infty(D,\mathrm{d}A)$，$M_\varphi$ 是定义在 $L^2(D,\mathrm{d}A)$ 的乘法算子，即 $M_\varphi(f)=\varphi f$。

定义 1.8： $f\in L_h^2(D,\mathrm{d}A)$，以 φ 为符号的大 Hankel 算子定义为 $\Gamma_\varphi(f)=QM_\varphi Uf$。

定义 1.9： 若函数 φ 满足 $\varphi(u)=\varphi(|u|)$，则称 φ 为径向函数。下文中将用 $RF(D)$ 表示 D 上全体径向函数构成的集合。

本篇论文主要研究以调和函数 φ 为符号的大 Hankel 算子的一些性质，[1]中给出了调和函数以及调和 Bergman 空间的一些结论，[2]中给出了以调和函数 φ 为符号的 Toeplitz 算子的一些性质的结论，[3]研究了正定性的一些结论，本文主要根据[4] [5]给出的大小 Hankel 算子的一些性质结论为研究前提，结合[2]中讨论的以调和函数 φ 为符号 Toeplitz 算子来研究以调和函数 φ 为符号的大 Hankel 算子的一些性质。

2. 主要结论

本文主要讨论以径向函数为符号的大 Hankel 算子的一些性质。

定理 2.1：设函数 $\varphi\in L^2(D)\cap RF(D)$，函数 $f(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k+\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}\overline{z}^k\in H^{\infty}+\overline{H^{\infty}}$。$0<|w|=r<1$，令 $\varphi_k=(k+1)\int_D \varphi r^{2k}\mathrm{d}A(w)$，则有 $\Gamma_{\varphi}f(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k\widetilde{f_k}z^k+\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k f_k\overline{z}^k$。

证明：显然 $\Gamma_{\varphi}f\in L^2$

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{\varphi}f(z)&=QM_{\varphi}(Uf)\\
&=\int_D M_{\varphi}(Uf(w))R(z,w)\mathrm{d}A(w)\\
&=\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\left(K_z(w)+\overline{K_z(w)}-1\right)\mathrm{d}A(w)\\
&=\int_D \varphi(w)f(\overline{w})K_z(w)\mathrm{d}A(w)+\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\overline{K_z(w)}\mathrm{d}A(w)\\
&\quad-\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\mathrm{d}A(w)
\end{aligned}
$$

因为 $\varphi(\omega)$ 为径向函数，故当 $n\neq k$ 时，$\int_D \varphi(w)w^{n-k}\mathrm{d}A(w)=0$。

又因为 $K(z,w)=\sum_{k=0}^{\infty}z^k\overline{w}^k(k+1)$，$f(\overline{z})=\sum_{k=0}^{\infty}f_k\overline{z}^k+\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}z^k$

$$
\begin{aligned}
&\int_D \varphi(w)f(\overline{w})K_z(w)\mathrm{d}A(w)\\
&=\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\left(\sum_{k=0}^{\infty}(k+1)z^k\overline{w}^k\right)\mathrm{d}A(w)\\
&=\sum_{k=0}^{\infty}z^k\int_D \varphi(w)\overline{w}^k(k+1)\left(\sum_{k=0}^{\infty}f_k\overline{w}^k+\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}w^k\right)\mathrm{d}A(w)\\
&=\sum_{k=0}^{\infty}z^k\int_D\left[\varphi(w)(k+1)\overline{w}^k\sum_{k=0}^{\infty}f_k\overline{w}^k+\varphi(w)(k+1)\overline{w}^k\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}w^k\right]\mathrm{d}A(w)\\
&=\varphi_0 f_0+\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k\widetilde{f_k}z^k
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\overline{K_z(w)}\mathrm{d}A(w)\\
&=\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\left(\sum_{k=0}^{\infty}(k+1)\overline{z}^k w^k\right)\mathrm{d}A(w)\\
&=\sum_{k=0}^{\infty}z^k\int_D \varphi(w)w^k(k+1)\left(\sum_{k=0}^{\infty}f_k\overline{w}^k+\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}w^k\right)\mathrm{d}A(w)\\
&=\sum_{k=0}^{\infty}z^k\int_D\left[\varphi(w)(k+1)w^k\sum_{k=0}^{\infty}f_k\overline{w}^k+\varphi(w)(k+1)\overline{w}^k\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}w^k\right]\mathrm{d}A(w)\\
&=\varphi_0\widetilde{f_k}+\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k f_k\overline{z}^k
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\int_D \varphi(w)f(\overline{w})\overline{K_z(w)}\mathrm{d}A(w)\\
&=\int_D \varphi(w)\left(\sum_{k=0}^{\infty}f_k\overline{w}^k+\sum_{k=0}^{\infty}\widetilde{f_k}w^k\right)\mathrm{d}A(w)=\varphi_0 f_0+\varphi_0\widetilde{f_0}
\end{aligned}
$$

因此得到 $\Gamma_{\varphi}f(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k\widetilde{f_k}z^k+\sum_{k=0}^{\infty}\varphi_k f_k\overline{z}^k$。

引理 2.1 [1]：设 $e_k=z^k\sqrt{k+1}$，$\widetilde{e_n}=z^n\sqrt{n+1}$，$k\in Z$，$k\geq 0$；$n\in Z$，$n\geq 0$，则 $\left\{e_k,\widetilde{e_n}\right\}$ 为 $L_h^2(D)$ 的正规正交基。

2.1. 大 Hankel 算子的有界性

定理 2.2：设函数 $\varphi\in L^2(D)\cap RF(D)$，则 Γ_{φ} 有界当且仅当 $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}$ 有界。

证明：先证明必要性：假设 Γ_{φ} 为有界线性算子。

由引理 2.1 我们知 $\Gamma_{\varphi}e_k=QM_{\varphi}(Ue_k)=\sqrt{k+1}\varphi_k\overline{z}^k$，

$$\Gamma_\varphi \widetilde{e_n} = QM_\varphi\left(U\widetilde{e_n}\right) = \sqrt{n+1}\varphi_n z^k,$$

且 $\left\|\Gamma_\varphi e_k\right\|^2 = \int_D \varphi_k \sqrt{k+1} z^k \overline{\varphi_k} \sqrt{k+1} \overline{z}^k \mathrm{d}A(z) = \left|\varphi_k\right|^2$，同理 $\left\|\Gamma_\varphi \widetilde{e_k}\right\|^2 = \int_D \varphi_k \sqrt{k+1} \overline{z}^k \overline{\varphi_k} \sqrt{k+1} z^k \mathrm{d}A(z) = \left|\varphi_k\right|^2$，故有 $\sup\left|\varphi_k\right| \le \sup\left\|\Gamma_\varphi e_k\right\| \le \Gamma_\varphi < \infty$ 即 $\{\varphi_k\}_{k=1}^\infty$ 有界。

接下来证明充分性：假设 $\{\varphi_k\}_{k=1}^\infty$ 有界，且 $\sup\left|\varphi_k\right| = M$，由定理 2.1

设 $f(z) = \sum_{k=0}^\infty f_k z^k + \sum_{k=0}^\infty \tilde{f}_k z^k \in H^\infty + \overline{H^\infty}$

则 $\Gamma_\varphi f(z) = \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k + \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k$

$$\left\|f(z)\right\|^2 = \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|f_k\right|^2 + \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\widetilde{f_k}\right|^2 + \left|f_0 + \widetilde{f_0}\right|$$

而

$$\begin{aligned}\left\|\Gamma_\varphi f(z)\right\|^2 &= \int_D \left|\Gamma_\varphi f(z)\right|^2 \mathrm{d}A(z) = \int_D\left(\sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k + \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k\right) \\ &= \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k f_k\right|^2 + \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k \widetilde{f_k}\right|^2 + \left|\varphi_0\left(f_0 + \widetilde{f_0}\right)\right|,\end{aligned}$$

$$\left\|\Gamma_\varphi f(z)\right\| \le M\left\|f(z)\right\|$$

又因为 $H^\infty + \overline{H^\infty}$ 在 $L_h^2(D, \mathrm{d}A)$ 中稠密，故 Γ_φ 为有界算子。

2.2. 大 Hankel 算子的紧性

定理 2.3：设函数 $\varphi \in RF(D)$，则有 Γ_φ 为紧算子当且仅当 $\varphi_k \to 0$，$(k \to \infty)$。

证明：先证明必要性：假设 Γ_φ 为紧算子，而正规正交基 e_k 弱收敛于 0，$(k \to \infty)$；且 $\widetilde{e_n}$ 弱收敛于 0，$(k \to \infty)$。因此有 $\left\|\Gamma_\varphi e_k\right\| = \left|\varphi_k\right| \to 0, (k \to \infty)$。

下面证明充分性：$\varphi_k \to 0$，$(k \to \infty)$，有 Γ_φ 为紧算子。

若有 $f(z) = \sum_{k=0}^\infty f_k z^k + \sum_{k=0}^\infty \widetilde{f_k} \overline{z}^k \in L_h^2(D, \mathrm{d}A)$，可以证明 $\Gamma_\varphi f(z) = \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k + \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k$。

因为 $H^\infty + \overline{H^\infty}$ 在 $L_h^2(D, \mathrm{d}A)$ 中稠密，因此存在序列 $F_n(z) = \sum_{k=0}^\infty F_k^{(n)} z^k + \sum_{k=0}^\infty \widetilde{F_k^{(n)}} z^k \in H^\infty + \overline{H^\infty}$，使

$$\begin{aligned}\left\|F_n - f\right\| &= \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|F_k^{(n)} - f_k\right|^2 + \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\widetilde{F_k^{(n)}} - \widetilde{f_k}\right|^2 \\ &+ \left|\left(F_0^{(n)} + \widetilde{F_0^{(n)}}\right) - \left(f_0 + \widetilde{f_0}\right)\right| \to 0,\ n \to \infty\end{aligned}$$

因此 $\left\|\Gamma_\varphi F_n - \Gamma_\varphi f\right\| \to 0$，$n \to \infty$。由定理 2.1 我们知道 $F_n(z) = \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{F_k^{(n)}} z^k + \sum_{k=0}^\infty \varphi_k F_k^{(n)} \overline{z}^k$

$$\begin{aligned}&\left\|\Gamma_\varphi F_n - \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k - \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k\right\| \\ &= \left\|\sum_{k=0}^\infty F_k^{(n)} z^k + \sum_{k=0}^\infty \widetilde{F_k^{(n)}} z^k - \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k - \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k\right\| \\ &= \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k\right|^2\left|F_k^{(n)} - f_k\right|^2 + \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k\right|^2\left|\widetilde{F_k^{(n)}} - \widetilde{f_k}\right|^2 + \left|\varphi_0\right|^2\left|\left(F_0^{(n)} + \widetilde{F_0^{(n)}}\right) - \left(f_0 + \widetilde{f_0}\right)\right| \to 0 \\ &\le \sup\left\{\left|\varphi_k\right|^2\right\} \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k\right|^2\left|F_k^{(n)} - f_k\right|^2 + \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k\right|^2\left|\widetilde{F_k^{(n)}} - \widetilde{f_k}\right|^2 + \left|\varphi_0\right|^2\left|\left(F_0^{(n)} + \widetilde{F_0^{(n)}}\right) - \left(f_0 + \widetilde{f_0}\right)\right|\end{aligned}$$

因此 $\left\|\Gamma_\varphi F_n - \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k - \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k\right\| \to 0$，$(n \to \infty)$。

故 $\Gamma_\varphi f(z) = \sum_{k=0}^\infty \varphi_k \widetilde{f_k} z^k + \sum_{k=0}^\infty \varphi_k f_k \overline{z}^k$。

对于正整数 K，定义 $L_h^2(D,\mathrm{d}A)$ 上算子，对 $f(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k+\sum_{k=0}^{\infty} \widetilde{f}_k \overline{z}^k$ 。

令 $\Gamma_{\varphi}^{(K)} f(z)=\sum_{k=0}^{K} \varphi_k \widetilde{f}_k z^k+\sum_{k=0}^{K} \varphi_k f_k \overline{z}^k$ 。

显然 $\Gamma_{\varphi}^{(K)}$ 为一个有限秩算子，因此 $\Gamma_{\varphi}^{(K)}$ 为一个紧算子。

而 $\left\|\Gamma_{\varphi} f(z)-\Gamma_{\varphi}^{(K)} f(z)\right\|^2=\left\|\sum_{k=K+1}^{\infty} \varphi_k \widetilde{f}_k z^k+\sum_{k=K+1}^{\infty} \varphi_k f_k \overline{z}^k\right\|=\sum_{k=K+1}^{\infty} \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k f_k\right|^2+\sum_{k=K+1}^{\infty} \frac{1}{k+1}\left|\varphi_k \widetilde{f}_k\right|^2$ 。

而 $\|f(z)\|^2=\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+1}\left|f_k\right|^2+\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+1}\left|\widetilde{f}_k\right|^2+\left|f_0+\widetilde{f}_0\right|$ ，且 $\varphi_k \rightarrow 0$ ， $k \rightarrow \infty$ 时，故 $\left\|\Gamma_{\varphi}-\Gamma_{\varphi}^{(K)}\right\|^2 \rightarrow 0$ ， $(K \rightarrow \infty)$ 因此 Γ_{φ} 为紧算子。

2.3. 大 Hankel 算子的正定性

定理 2.4： 设函数 $\varphi \in RF(D)$ ，则 Γ_{φ} 为正定的当且仅当 $\{\varphi_k\}$ 为正项数列，即 $\forall k \in Z^*$ ，都有 $\varphi_k \geq 0$ 。

证明：先证明必要性：设 Γ_{φ} 为正定的，由正定的定义我们知道，对于 $\forall f(z) \in L_h^2(D,\mathrm{d}A)$ ，我们有 $\left\langle\Gamma_{\varphi} f, f\right\rangle \geq 0$ ；则对于 $e_k=z^k \sqrt{k+1}$ 有 $\left\langle\Gamma_{\varphi} e_k, e_k\right\rangle \geq 0$ 即

$\left\langle\Gamma_{\varphi} e_k, e_k\right\rangle=\left\langle\varphi_k \sqrt{k+1} z^k, \sqrt{k+1} z^k\right\rangle=(k+1) \int_D \varphi_k|z|^{2k} \mathrm{d}A(z) \geq 0$ 则一定有 $\varphi_k \geq 0$ 。

下面证明充分性： $\{\varphi_k\}$ 为正项数列，即 $\forall k \in Z^*$ ，都有 $\varphi_k \geq 0$ ；

任意 $f(z)=\sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k+\sum_{k=0}^{\infty} \widetilde{f}_k z^k \in L_h^2(D,\mathrm{d}A)$ ，

$$
\begin{aligned}
&\left\langle\Gamma_{\varphi} f(z), f(z)\right\rangle=\left\langle\sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \widetilde{f}_k z^k+\sum_{k=0}^{K} \varphi_k f_k \overline{z}^k, f(z)\right\rangle \\
&=\int_D\left(\sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k \widetilde{f}_k z^k+\sum_{k=0}^{K} \varphi_k f_k \overline{z}^k\right) \overline{\left(\sum_{k=0}^{\infty} f_k z^k+\sum_{k=0}^{\infty} \widetilde{f}_k \overline{z}^k\right)} \mathrm{d}A(z) \\
&=\int_D\left(\sum_{k=0}^{K} \varphi_k\left|\widetilde{f}_k\right|^2|z|^2+\varphi_0\left|\widetilde{f}_0\right|^2+\varphi_0\left|f_0\right|^2+\sum_{k=0}^{K} \varphi_k\left|f_k\right|^2|z|^2\right) \mathrm{d}A(z) \geq 0
\end{aligned}
$$

故 Γ_{φ} 为正定。

参考文献

[1] Axler, S., Bourdon, P. and Ramey, W. (2001) Harmonic Function Theory. Springer, New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-8137-3

[2] 王晓峰, 高崇志. 调和 Bergman 空间上特殊符号的 Toeplitz 算子[J]. 四川理工学院学报(自然科学版), 2006, 19(4): 1-4.

[3] Shu, Y.L. and Zhao, X.F. (2016) Positivity of Toeplitz Operators on Harmonic Bergman Space. *Acta Mathematica Sinica*, **32**, 175-186. https://doi.org/10.1007/s10114-016-5138-7

[4] 黄辉斥. Bergman 空间上小 Hankel 算子的代数性质(英文) [J]. 复旦学报(自然科学版), 2005, 44(3): 370-374+381.

[5] Osawa, T. (2006) Finite Rank Intermediate Hankel Operators and the Big Hankel Operator. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, **2006**, Article ID: 51705. https://doi.org/10.1155/IJMMS/2006/51705

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD
   下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2160-7583，即可查询
2. 打开知网首页 http://cnki.net/
   左侧"国际文献总库"进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：http://www.hanspub.org/Submission.aspx
期刊邮箱：pm@hanspub.org