

新文科背景下概率论与数理统计课程案例教学法探究

黄守德

安顺学院数学与计算机科学学院, 贵州 安顺

收稿日期: 2023年5月5日; 录用日期: 2023年7月2日; 发布日期: 2023年7月11日

摘要

自从2020年教育部发布《新文科建设宣言》以来, 全国各高等院校认真贯彻落实。概率论与数理统计课程作为人文社科专业的必修课也应该紧密联系新文科建设的需要, 然而概率论与数理统计课程因其自身的“理科”属性, 使得学生对其望而却步, 缺乏学习兴趣, 导致学习效果不佳, 与“新文科”的初衷不符。本文通过运用案例教学法, 列举本课程在人文社科专业的诸多应用实例以此来激发学生的学习兴趣, 使得学生主动学习, 提高学习效果。

关键词

新文科, 概率论与数理统计, 案例教学

The Research of Case Teaching Method for Probability Theory and Mathematical Statistics in the Context of New Liberal Arts

Shoude Huang

School of Mathematics and Computer Science, Anshun University, Anshun Guizhou

Received: May 5th, 2023; accepted: Jul. 2nd, 2023; published: Jul. 11th, 2023

Abstract

Since the Ministry of Education issued the “Declaration on the Construction of New Liberal Arts” in 2020, various higher education institutions across the country have conscientiously implemented this project. Probability theory and mathematical statistics, as compulsory courses for humanities

and social sciences majors, should also be closely linked with the needs of the construction of new liberal arts. However, because of their own “science” attribute, probability theory and mathematical statistics make students flinch from them, and lack interest in learning, resulting in poor learning results, which is inconsistent with the original intention of “new liberal arts”. By using the case teaching method, this paper lists many examples of the application of this course in the humanities and social sciences to stimulate students’ interest in learning, enable students to active learning, and improve the learning effect.

Keywords

New Liberal Arts, Probability Theory and Mathematical Statistics, Case Teaching Method

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等教育是兴国强国的“战略重器”，为服务国家经济社会高质量发展，根本上要求高等教育率先实现创新发展。据统计，截至2020年1月，我国高等教育在学规模中，文科高校数1240所，占比98%，在校学生数877.9万，占比50.2%，占专业种类和在校学生数的半壁江山。可见，文科教育的振兴关乎高等教育的振兴，建设高等教育强国需要新文科。做强文科教育推动高教强国建设，加快实现教育现代化，新文科建设刻不容缓[1]。

教育部副部长吴岩同志指出“新文科”就是文科教育的创新发展，以培养知中国、爱中国、堪当民族复兴大任新时代文科人才，培育新时代社会科学家进一步构建哲学社会科学中国学派，从而创造光耀时代、光耀世界的中华文化[2]。之所以要建设新文科，是因为我国高等教育面临新的时代背景和承担新的历史使命。当前世界百年未有之大变局加速演变，世界进入动荡变革期，不稳定性不确定性显著上升。从国内形势看，中国特色社会主义进入新时代，新的时代背景赋予高等学校文科建设以新的使命。当前，以国家主流文化、民族价值观、社会制度优越性和国际影响力等为重要指标的国家软实力竞争日益成为国际竞争的新焦点。高等学校新文科建设应当在服务国家应对复杂国际国内形势、服务经济社会改革发展的同时，解决与人们思想观念、精神价值等有关的重大理论和实践问题，增强四个自信，从而增强我国在国际社会的话语权[3]。

新文科的最大特点是文理交叉。在方法论上，传统的人文社科方法，应转向运用现代科技、信息技术和人工智能，特别是要运用算法，将文科的定性方法与定量方法相统一，彰显新文科的科学性。新文科的交叉融合主要体现在：文科与农科交叉融合，如可持续发展与乡村建设、生态文明建设与管理、农业经济学；文科与理科交叉融合，如计算数学、大数据管理与应用、金融科技、商业智能等等。仅以财经为例，现在财经研究除了利用数学、系统科学、运筹学、数理统计学、计算机科学和数据科学之外，越来越多地综合利用经济学、管理学、法学、哲学、伦理学，以及社会学、行为科学、脑科学、神经科学、认知科学、心理学、认知心理学等学科[4]。

21世纪以来，随着大数据、云计算、人工智能等技术的发展，数字人文的理论与实践在人文社科领域也掀起了发展、研讨的热潮。而概率论与数理统计主要研究“随机现象”统计规律以及如何有效地收集、分析、解释数据，以提取信息、建立模型并进行推断和预测，为寻求规律和做出决策提供依据的一

门科学。同时，它也为大数据、云计算、人工智能等技术提供理论支撑。概率论与数理统计的应用非常广泛，几乎遍及自然科学，社会科学，工程技术，军事科学及生活实际等各领域。通过学习概率论与数理统计课程，就能用概率论的思想和观点观察、处理“随机”事件；并对“数据”发生兴趣，能善于发现、善于分析处理各种数据资料。特别是随着大数据人工智能时代的到来，概率论与数理统计有了更大的用武之地。

然而概率论与数理统计课程因其自身的“理科”属性，而且由于我国高中阶段的文理分科使得人文社科专业的学生以高中阶段文科学生为主，加之概率论与数理统计课程又要以高等数学、线性代数等为基础，因此人文社科专业的学生学习概率论与数理统计课程普遍感觉吃力，缺乏学习兴趣。因此本文希望通过案例教学法向学生介绍本课程的广泛应用以提升同学们的学习兴趣。

2. 教学案例分析

案例 1 [5]: 某公司计划开发一种新产品市场，并是试图确定该产品的产量。他们估计出售一件产品可获利 m 元，而积压一件产品导致 n 元的损失。再者，他们预测销售量 Y (件)服从指数分布，其概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{y}{\theta}}, & y > 0, \theta > 0, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases}$$

问若要获得利润的数学期望最大，应生产多少件产品(m, n, θ 均为已知)?

解答过程：设生产 X 件，则获利 Q 是 x 的函数

$$Q = Q(x) = \begin{cases} mY - n(x - Y), & Y < x \\ mx, & Y \geq x \end{cases}$$

Q 是随机变量，它是 Y 的函数，其数学期望为

$$\begin{aligned} E(Q) &= \int_0^{\infty} Q f_Y(y) dy \\ &= \int_0^x [my - n(x - y)] \frac{1}{\theta} e^{-y/\theta} dy + \int_x^{\infty} mx \frac{1}{\theta} e^{-y/\theta} dy \\ &= (m+n)\theta - (m+n)\theta e^{-x/\theta} - nx \end{aligned}$$

令

$$\frac{d}{dx} E(Q) = (m+n)e^{-\frac{x}{\theta}} - n = 0,$$

得

$$x = -\theta \ln \frac{n}{m+n}.$$

而

$$\frac{d^2}{dx^2} E(Q) = -\frac{(m+n)}{\theta} e^{-x/\theta} < 0,$$

故知当 $x = -\theta \ln \frac{n}{m+n}$ 时， $E(Q)$ 取极大值，且可知这也是最大值。

$$\text{例如, 若 } f_y(y) = \begin{cases} \frac{1}{10000} e^{-\frac{y}{10000}}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

且有 $m = 500$ 元, $n = 2000$ 元, 则

$$x = -10000 \ln \frac{2000}{500 + 2000} = 2231.4$$

取 $x = 2231$ 件。

案例评析: 本例主要是概率统计中的概率密度和连续型随机变量期望的求解, 其中所涉及的产品利润最大化问题具有经济管理学背景, 在本课程中作为例题给学生讲解, 可以让学生早一点接触到经济学, 培养学生经济学的思维, 也提示学生经济学虽然在传统意义上归属文科, 但要用到许多数学知识, 让学生对相关数学课程引起重视。

案例 2 [6]: 一架飞机进行空投物资作业, 设目标点为原点 $O(0,0)$, 物资着陆点为 (X,Y) , X,Y 相互独立, 且设 $X \sim N(0, \sigma^2)$, $Y \sim N(0, \sigma^2)$, 求原点到点 (X,Y) 间距离的数学期望。

解答过程: 记原点到点 (X,Y) 的距离为 R , $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, 由题意设 (X,Y) 的密度函数为

$$\begin{aligned} f(x,y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-x^2/2\sigma^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-y^2/2\sigma^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}, \quad -\infty < x < +\infty, \infty < y < +\infty. \end{aligned}$$

$$E(R) = E(\sqrt{X^2 + Y^2}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{x^2 + y^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2} dx dy.$$

采用极坐

$$\begin{aligned} E(R) &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{r}{2\pi\sigma} e^{-r^2/(2\sigma^2)} r dr \\ &= 2\pi \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \left[r^2 e^{-r^2/(2\sigma^2)} \right] dr = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\infty} r^2 e^{-r^2/(2\sigma^2)} dr \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-r^2/(2\sigma^2)} dr = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-r^2/(2\sigma^2)} dr \right) \sqrt{2\pi\sigma} \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2\pi\sigma} = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

案例评析: 本例主要是概率统计中的概率密度和连续型随机变量期望的求解, 也用到了高等数学中的利用极坐标计算二重积分的相关知识、本例具有军事运筹学背景, 在本课程中作为例题给学生讲解, 有利于拓展学生的眼界, 特别是男同学不少都喜欢军事, 从而激发学生学习数学课程的兴趣。

案例 3 [7]: 某保险公司在某地区为 100,000 人保险, 规定投保人在年初交纳保险金 30 元若投保人死亡, 则保险公司向其家属一次性赔偿 6000 元。由资料统计知该地区人口死亡率为 0.0037。不考虑其他运营成本, 求保险公司一年从该地区获得不少于 600,000 元收益的概率。

解答过程: 设该地区投保人年死亡人数为 X , 则 $X \sim B(100000, 0.0037)$, $E(X) = np = 370$, $D(X) = np(1-p) = 19.20^2$ 。

保险公司若要获得不少于 600,000 元收益, 则要求

$$100000 \times 30 - 6000X \geq 600000$$

解得 $X \leq 400$ ，因而

$$P\{X \leq 400\} = \Phi\left(\frac{400-370}{19.20}\right) = \Phi(1.56) = 0.9406$$

即保险公司一年从该地区获得不少于 600,000 元收益的概率为 0.9406。

案例分析：本例主要是概率统计中的随机事件发生概率的求解，其中所涉及的收益不少于 600,000 元的概率具有风险精算背景，在本课程中作为例题给学生讲解，可以让学生接触到保险里的风险精算，向学生介绍概率论与数理统计课程知识的广泛用处，改变数学课程在学术心中“纯理科”的印象，激发学生学习数学课程的兴趣。

3. 小结

以上三个案例，代表了概率论与数理统计课程知识的应用前景。特别是在经济学管理学、军事运筹学等学科专业的应用。当然，还有其他学科专业，比如在医学、生物学等学科的应用。希望在此基础上让学生看到这些案例应用以后，解决学生心中“学了本课程以后有什么用”的疑问。激发学生的学习兴趣，特别是激励有志于读研深造的学生学好本门课程。从而契合“新文科”的内涵要求，提高学生的综合素质。

参考文献

- [1] 全国新文科教育研究中心. 新文科建设宣言[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/jyb_xwfb/gzdt_gzdt/s5987/202011/t20201103_498067.html, 2020-11-03.
- [2] 吴岩. 积势蓄势谋势 识变应变求变——全面推进新文科建设[EB/OL]. <https://fzghc.hafu.edu.cn/info/1135/4528.htm>, 2021-07-05.
- [3] 崔佳. 新文科的使命、愿景与实践探索[N]. 光明日报, 2021-01-01(006).
- [4] 徐飞. 新文科建设:“新”从何来, 通往何方[N]. 光明日报, 2021-03-20(010).
- [5] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计(浙大·第四版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [6] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计习题全解指南(浙大·第四版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [7] 李秋敏. 概率论与数理统计——基于 Excel [M]. 北京: 电子工业出版社, 2021.