

# 在“基本不等式”教学中基于问题式教学法的实践研究

石 壮

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2024年4月15日; 录用日期: 2024年5月13日; 发布日期: 2024年5月20日

## 摘 要

问题教学法是现在国际上流行的适合广大学生的教学方法。基于问题教学的课程能够根据学生的身心特点, 教材的内容特点来进行有计划针对性的教学, 更有利于学生的提高。在基本不等式章节中, 通过创立问题情景来导入教学, 让学生在课堂中以解决问题为主线, 教师辅助学生进行学习; 课堂采用随堂测试, 根据随堂测试结果反映出学生对于知识的掌握程度明显比之前章节掌握程度高。进而广泛应用问题式教学来指导教学理念, 不断优化这一教学方法, 深化数学课堂的教学探索。

## 关键词

教学设计, 基本不等式, 问题式教学, 高中数学

# Practical Research on Problem-Based Teaching Method in the Teaching of “Basic Inequalities”

Zhuang Shi

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 15<sup>th</sup>, 2024; accepted: May 13<sup>th</sup>, 2024; published: May 20<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

Problem-based teaching method is a popular teaching method internationally that is suitable for a large number of students. Problem-based teaching courses can provide planned and targeted teaching based on the physical and mental characteristics of students and the content characteris-

tics of textbooks, which is more conducive to the improvement of students. In the chapter on basic inequalities, teaching is introduced by creating problem scenarios, allowing students to focus on problem-solving in the classroom, with teachers assisting students in learning; The classroom adopts in class testing, and the results of the in class testing reflect that students have a significantly higher level of knowledge mastery than in previous chapters. Furthermore, problem-based teaching is widely applied to guide teaching concepts, continuously optimize this teaching method, and deepen the exploration of mathematics classroom teaching.

## Keywords

Instructional Design, Basic Inequalities, Problem-Based Teaching, High School Mathematics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

问题式教学法是以问题为中心,以发现问题、解决问题为任务,在发现问题、解决问题的过程中,更好的掌握知识。问题式教学法站在老师的角度是一种教学方法,站在学生的角度就是一种学习方法。随着时代的发展,问题教学法逐渐步入教育教学工作者的眼帘,越来越多的国家采取问题式教学法。

问题式教学法相较于传统的教学法有很多的区别,传统教学法强调以老师为中心,学生要无条件服从老师的;而问题式教学法则有了改进,以学生主动学习问题,解决问题为中心[1]。学生在教师提前设定好的问题情境当中,在教师的不断引导下,激发学生解决问题的积极性,充分发挥学生的主观能动性,掌握解决问题的方法。当然,问题式教学法并不是万能的,不是所有的课程都适合采用此方法,需要根据实际课程的特点,学生的身心特点来综合考虑。

## 2. 教材分析

### 1) 教材地位和作用

《基本不等式》选自高中必修一第二章第二小节,在实际教学中不会完全按照教学参考书上的内容进行教学,会适当进行精简教学,以谋求最大限度减负,同时也让学生学到知识。在此之前学生学了等式、不等式的性质,同时也为下一章节函数做铺垫,作为沟通函数与不等式之间的桥梁。

### 2) 教学重点与难点

教学重点在于从不同角度探索基本不等式的证明过程和基本不等式的简单应用。教学难点在于如何利用基本不等式解决最值问题和领会运用基本不等式求最值的三个要点:一正;二定;三相等。

## 3. 教学目标

### 1) 知识与技能目标

体会从不同角度探索基本不等式,会用基本不等式解决简单的最值问题。

### 2) 过程与方法目标

理解基本不等式的几何解释,提出新问题,师生共同探讨,经历基本不等式的推导过程,领会代数方法证明基本不等式,并应用基本不等式解决生活实际问题。体会数形结合、分类讨论等数学思想,能够系统的总结本节课是知识与方法。

### 3) 情感态度与价值观目标

感知生活中的数学，培养学生主动探索、勇于发现的科学精神。并在探究的过程中培养学生数学抽象、直观想象、逻辑推理等数学核心素养，体会数学的严谨性，发现数学的实用性。

## 4. 教学策略

### 1) 学情分析

对于高二的学生来说，不等式并不陌生，他们从初中就已经学习了等式与不等式，在基本不等式前一章节学习了等式的性质与不等式的性质，掌握了作差法证明不等式，初步具备了一定的数学建模能力，对本节课的学习有很大的帮助；学生有了一定的逻辑推理能力，但并不完善，有待提高，没有系统学习训练过证明不等式的方法；对于有关不等式的最值问题，同学们绝大多数会采取转换为二次函数，来利用数形结合求解最值问题，还不能很好地应用基本不等式来求解最值问题。

### 2) 教法学法分析

本节课教师将采用层层设问、启发引导学生自主探究学习的教学模式；借助多媒体平台辅助教学，运用 PPT 课件、实物投影展示学生探讨成果，提高课堂效率，营造主动积极探索的课堂氛围，为学生提供直观感性的材料，有助于学生将抽象的数学知识直观化，促进学生对数学知识的理解和掌握，使学生在学习中体会到成功的喜悦和数学之美。在高中数学的教学过程中，教师要积极主动的调节教学模式和教学观念，深入研究教学内容，提高自身教学水平，营造课堂的活跃氛围，采用问题情境教学这一手段，在课堂上将知识以生动、趣味、多样、灵活的方式呈现出来[2]。

### 3) 具体措施

根据以上分析，以及高中数学基本不等式课程的特点，本节课采用教师引导为主，学生自主讨论与探究相结合，以实际问题的解决能力掌握为主线，学生自主交流与讨论相结合。在课堂实际教学中，以学生为主体，教师的任务负责创设问题情境，提供良好和谐的学习氛围，以谋求学生最大限度掌握基本不等式相关问题。

## 5. 教学过程

### 1) 创设情境，引入课题

问题 1：在农村，为了方式家庭家畜对田园、农作物的破坏，常用篱笆围成一个矩形的菜园，如果菜园的面积定为 100 平方米，那么我们为了最大限度的节省材料，应该如何设计才能使得篱笆最短，最短是多少呢？

【设计意图】：结合实际问题，引入本堂课的内容，问题简单、通俗易懂，同时贴近学生生活实际，能最大限度调动学生学习的积极性，让学生感受到数学的实用性，跟实际生活息息相关，激发学生学习兴趣。

### 2) 学生自主学习与探究

学生通过自主学习的基础上，教师通过组织学生进行小组讨论，通过合作学习的方式进一步解决问题，小组讨论能够促进学生之间的交流与合作，使他们在讨论交流学习中互相学习，互相启发。最后总结小组讨论的结果，可以知道：设矩形的长为  $x$ ，宽用面积来表示为  $\frac{100}{x}$ ，那么周长就是  $2\left(x + \frac{100}{x}\right)$ 。

探究 1：如下图 1 是在北京召开的第 24 届国际数学家大会会标，会标是根据中国古代数学家赵爽的弦图设计的，颜色的明暗使它看上去像一个风车，代表了咱们中国人民的热情好客[3]。我们设直角三角形的短直角边为  $a$ ，长直角边为  $b$ ，那么正方形的边长为  $\sqrt{a^2 + b^2}$ ，同时可以得到  $S_{\text{正}} = a^2 + b^2$ ， $S_{\text{直}} = \frac{1}{2}ab$ 。那么就可以得到四个直角三角形面积之和小于正方形的面积，也就是  $a^2 + b^2 > 2ab$ 。同时也能发现，四

个三角形的面积也可以等于正方形的面积，当且仅当  $a = b$  的时候成立，也就意味着  $a^2 + b^2 = 2ab$ 。所以综上所述可得， $a^2 + b^2 \geq 2ab$ 。



Figure 1. Monogram  
图 1. 会标

【设计意图】：通过会标导入新课，让学生感受到数学文化的同时，激起学生的爱国情怀，少年强则国强，激发学生的学习兴趣。同时鼓励学生独立思考，培养学生直观想象能力和抽象思维能力，培养学生分析图像，由几何关系得到代数关系，并通过对数量关系的分析得到基本不等式，发现等号成立的条件，体会数形结合的数学核心素养，为问题 2 的证明做铺垫。

问题 2：你能对基本不等式进行证明吗？你有几种方法可以证明？提示将探究一得到的  $a$ 、 $b$  换为  $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$ ，我们即可得出基本不等式。 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$  ( $a > 0$ 、 $b > 0$ )。

【设计意图】：小组讨论培养学生团结合作精神，同时学生之间思想发生碰撞，各抒己见有利于学生理解感悟用带代数的方法证明基本不等式，进而使学生加深对基本不等式的理解。观察学生的思路和证明过程，引导学生动手写出证明过程，并自我归纳总结。让学生对同学的优缺点进行点评，有利于其他学生参与其中，并且感受证明方法和过程的严谨性，有利于学生准确、灵活应用。

对于基本不等式的证明，我们可以采用作差法的方法，用  $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{2} \geq 0$ ，当且仅当  $a = b$  的时候等号成立，这样就利用作差法将基本不等式证明出来了。

【设计意图】多媒体展示组内同学成果，方便其他同学观察，同时调动班级学生积极性，发现其他小组证明的优点和不足，查漏补缺，同时调动班级学习氛围。把握理解比较法的证明过程，发散学生思维，再次感悟代数法证明基本不等式。

### 3) 教师指导与总结

经过以上学习，我们回归到本堂课的开头问题 1，就可以设矩形菜园长为  $x$  米，宽为  $y$  米。

则  $xy = 100$ ，篱笆周长则为  $2(x + y)$ 。由  $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ ，可得  $2(x + y) \geq 10$ ，等号当且仅当  $x = y$  时成立，所以  $x = y = 10$ 。

因此，可以得到，当这个矩形的长和宽相等时，矩形的周长达到最小，也就符合题目最省材料的题意。

【设计意图】：锻炼学生学习运用基本不等式，学生由例题归纳基本不等式应用的第一个结论，培养学生逻辑推理能力和总结提炼概括能力，并为下一个变式总结做铺垫。

变式：用一段长为 36 米的篱笆围成一个矩形菜园，问这个矩形的长、宽各位多少时，它的面积最大，面积最大是多少？

设矩形菜园长为  $x$  米，宽为  $y$  米，则  $2(x+y)=36$ ， $x+y=18$ ，矩形菜园面积为  $xy$  平方米，由基本不等式可得  $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} = 9$ ， $xy \leq 81$ ，当且仅当  $x=y$  时成立，所以  $x=y=9$ 。

教师引导学生得出基本结论，积定和最小，和定积最大。同时教师告知学生，基本不等式不是在任意条件下都能使用的，使用基本不等式是具有前提条件的，因为根号下的数必须要大于等于 0，所以也就要求  $x, y$  要分别大于等于 0，同时  $x=y$  时取得最值。简单用 7 个字总结概括一下就是：一正，二定，三相等。由学生解释这三个方面的含义，分别为均为正数，和与积中谁为定值，等号成立的条件。

【设计意图】：学生自行概括总结结论，能够培养学生逻辑思维能力和抽象概括能力，同时让学生再次感悟基本不等式应用前提和使用方法，体会数学在生活中的实用性，和日常生活息息相关。

## 6. 效果评估与反馈

为了了解学生对本堂课的掌握效果，教师通过一道随堂测试题目来考察学生的对于基本不等式相关知识点的掌握情况。

测试：已知  $x > 1$ ，求  $x + \frac{1}{x-1}$  的最小值。

对于这个问题的求最值问题，首先应该使用本节课的基本不等式，但此题需要构造一个新的式子，也就是  $x-1 + \frac{1}{x-1} + 1$ 。构造这个新式子和原式子一样，所以对  $x-1, \frac{1}{x-1}$  应用基本不等式[4]。

$$x + \frac{1}{x-1} = x-1 + \frac{1}{x-1} + 1 \geq 2\sqrt{(x-1) \times \frac{1}{x-1}} + 1 = 2 + 1 = 3$$

所以  $x + \frac{1}{x-1}$  的最小值为 3，当且仅当  $(x-1) = \frac{1}{x-1}$  时成立。

【设计意图】：考查学生本节课对所学知识点的掌握情况，是否真正理解基本不等式，理解运用基本不等式时需要注意的条件，从真正意义上理解基本不等式的含义，同时查漏补缺，便于学生课下继续研讨交流。

## 7. 课堂小结展望与练习

对本堂课的内容进行简要小结，教师引导学生归纳总结本堂课的知识点以及重点，和需要梳理清楚基本不等式应用的前提条件，同时指出基本不等式在实际生活当中的广泛应用，最后给出本堂课的模拟练习，让学生巩固练习，加固印象[5]。

练习 1：已知直角三角形的面积为 50 平方厘米，那么当直角三角形两边长分别为多少时，两条直角边和最小？最小值时多少？

练习 2：某公司一年购买某种货物 600 吨，每次购买  $x$  吨，运费为 6 万元/次，一年的总存储费用为  $4x$  万元。要使一年的总运费与总存储费用之和最小，则  $x$  的值是多少？

练习 3：已知  $x, y$  是正实数，且  $x+y=4$ ，求  $\frac{1}{x} + \frac{3}{y}$  的最小值。

练习 4：若正数  $x, y$  满足  $x+3y=5xy$ ，求：

- 1) 求  $3x+4y$  的最小值;
- 2) 求  $xy$  的最小值。

## 8. 总结与思考

本节课贯穿问题式教学法,以生活中处处可见的实际问题为切入点,在探索解决实际问题的过程当中,通过教师引导以及学生之间的小组合作讨论与探究,完成基本教学任务的过程。学生在整个教学过程当中充当探索者的身份来讨论学习新内容,不再以教师为中心进行教学,教师以引导者、学习的协助者、合作者身份来参与教学。通过引导学生,让学生自行总结知识点,能够在头脑中自行构造出一个适合自己的知识体系,对疑问处更加清晰,便于学生与学生,学生与老师之间的交流。同时,在本节课知识点讲解完的时候,设置一道稍有改动的测试题,可以很好的测试学生们对于本节课的掌握情况,题目难度比讲课内容略高出一个台阶,有利于学生去思考,学生独立思考解决此问题会有较大的成就感和收获感。课后布置相应的练习题,有助于学生加以巩固,加深印象[6]。

通过随堂测试题目可以发现基本所有学生对于基本不等式知识点掌握良好,70%的同学都能将此题做出来,和之前采用传统教学法教学有了明显的提升。之后的模拟练习,同学的反馈普遍较好,大家对于学习数学更加有了信心。所以,我们将问题式教学法与传统教学方法对比,可以得出,问题式教学法更能调动学生学习的主动性、积极性,同时能让学生更好地掌握知识点,问题式教学法以问题为核心,以解决问题为根本任务,能更好地锻炼学生解答问题的逻辑推理能力,综上所述,可以得知,在数学方面的教学当中,可以多采取问题式教学法,这就要求教师在其中扮演好引导者、总结者的角色,要善于活跃课堂氛围,根据现实生活的实际情况来设计问题情境,做好新旧知识的衔接。

## 参考文献

- [1] 刘雄伟,朱健民,李建平. 问题式课堂教学设计案例分析——以方向导数与梯度为例[J]. 高等教育研究学报, 2013, 36(S1): 67-70.
- [2] 贵新芳. 高中数学问题式教学的发展策略研究[J]. 数理化解题研究, 2020(3): 18-19.
- [3] 常爱荣. 传承数学文化启迪数学思想——HPM 视角下“基本不等式的再证明”教学设计[J]. 数学教学研究, 2023, 42(3): 27-32.
- [4] 谭尧. 基本不等式——求最值的好方法[J]. 中学生数理化(高一数学), 2023(9): 24-25.
- [5] 朱辉. 高中数学教学中问题驱动式教学法的应用策略[J]. 中学课程辅导(教师教育), 2020(12): 103-104.
- [6] 陈起华. 问题引领, 高效连接——问题式教学法在初中数学课堂中的运用[J]. 试题与研究, 2024(1): 166-168.