

# Sensorless Speed Detection Method for Induction Motor Using the Rotor Slot Harmonics

Anding Wan, Liping Liu

Shenhua Bashu Jiangyou Power Plant, Jiangyou  
Email: xdw\_cqu@sina.com

Received: Apr. 4<sup>th</sup>, 2013; revised: May 9<sup>th</sup>, 2013; accepted: May 20<sup>th</sup>, 2013

Copyright © 2013 Anding Wan, Liping Liu. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** Sensorless speed control of induction machine is a world widely popular topic in the area of electric drive technology. Considering the traditional model based speed estimation very much depends on machine parameters, this paper presents a rotor speed detection method by analyzing the slot harmonics in stator current. As a speed estimation model, the novel method provides an effective reference and a supplement for the sensorless system to improve its performance and reliability. Experimental study was carried out in a 7.5 kW induction machine test rig. By comparing the rotor speed calculation results with the measured results under different loading conditions, the effectiveness of the method is verified.

**Keywords:** Sensorless Speed Detection; Induction Motor; Rotor Slot Harmonics

## 基于转子槽谐波的感应电机无传感器测速方法研究

万安定, 刘丽萍

神华巴蜀江油发电厂, 江油  
Email: xdw\_cqu@sina.com

收稿日期: 2013年4月4日; 修回日期: 2013年5月9日; 录用日期: 2013年5月20日

**摘要:** 感应电机无速度传感器调速技术是目前电气传动领域研究的热点问题。针对传统转速估算模型严重依赖电机参数的问题, 文章根据转子槽谐波与电机转速基本关系提出一种利用定子电流中转子槽谐波对感应电机进行测速的方法。新方法作为转速估算模型的有效参考与补充, 可进一步提高系统性能与可靠性。文章对一台 7.5 kW 的感应电机进行了实验研究, 对比不同负载下电机转速的计算结果与实测结果验证了该方法的正确性。

**关键词:** 无传感器测速; 感应电机; 转子槽谐波

### 1. 引言

随着技术的发展感应电机调速系统出现了许多新的控制策略<sup>[1,2]</sup>, 但任何控制策略都需要快速而准确获取转速信息。一般情况下可以通过安装速度传感器测量电机转速, 然而使用速度传感器的缺点在于对传感器进行安装、接线、调试、维护会影响感应电机的可靠性。而且传感器要接入特殊的电缆, 这会增加感

应电机的磁化率<sup>[3]</sup>。无速度传感器条件下对感应电机测速的方法有很多, 如 Model Reference Adaptive Control (MRAC)、卡尔曼滤波器等, 但这些方法通过模型进行转速估算, 严重依赖电机参数(包括电气参数和机械参数)。考虑到电机参数会随时间变化<sup>[4,5]</sup>, 因此利用基于模型的转速估算方法可快速获取速度信息, 但结果可能不准确。

利用转子槽谐波来测量转速的方法仅与电机转子槽数有关,是一种无需转速传感器的感应电机转速测量新方法<sup>[3,6,7]</sup>。定子电流和定子电压中存在转子槽谐波分量,通过测量定子电流或定子电压可获取转子槽谐波信息。受信号处理时间延迟的影响,基于槽谐波转速测量的方法实时性较差。文献<sup>[3,7]</sup>提出一种利用槽谐波快速测量转速的新方法,但该方法需要安装搜索线圈等硬件电路,增加了系统复杂性。本文将模型转速估算法的快速性与谐波转速测量法的准确性结合起来,提出利用定子电流中转子槽谐波对感应电机进行测速的方法。新方法作为转速估算模型的有效参考与补充,可进一步提高系统性能与可靠性。文中采用快速傅立叶变换(FFT)对定子电流作频谱分析。根据按时间抽选基 2FFT 算法,利用 MATLAB 软件的 M 语言编制程序,对实验测得的定子电流数据作“离线”的频谱分析,获取转子槽谐波的幅频特性。根据转速与转子槽谐波的关系求出转子转速。最后将用定子电流法测得的感应电机转速与实验中用闪光测速法测出的实际转速进行比较,验证了理论分析的正确性。

## 2. 转子槽谐波测速原理

感应电机的气隙磁场是定子磁场和转子磁场共同作用的结果。视感应电机的磁路是线性的,那么其气隙磁场是定子磁场与转子磁场叠加而得。由定子、转子结构可知,在定子和转子上均有齿槽,所以在分析气隙磁场的槽谐波时,要分别考虑定子表面光滑,转子有齿槽时的谐波磁场和转子表面光滑,定子有齿槽时的谐波磁场。

### 2.1. 气隙合成磁动势

感应电机的气隙合成磁场是由气隙合成磁动势产生的。由于电机磁路是线性的,所以可以将气隙合成磁动势看作三部分之和,如式(1)所示:

$$f(\theta, t) = f_p(\theta, t) + \sum_v f_v(\theta, t) + \sum_u f_u(\theta, t) \quad (1)$$

其中  $f_p(\theta, t)$  是主波合成磁动势;  $f_v(\theta, t)$  是定子绕组谐波磁动势;  $f_u(\theta, t)$  是转子绕组谐波磁动势。

主波磁动势是令定、转子表面光滑且无相带谐波时,由定子电流和转子电流的基波产生的合成磁动势。由于定、转子电流的基波电角频率为  $\omega_1$ ,所以主波磁动势的电角频率也为  $\omega_1$ 。如果视一对极电机的主

波磁动势作为空间基波磁动势,那么  $p$  对极电机的主波磁动势为  $p$  次空间谐波。

由此可得

$$f_p(\theta, t) = F_p \cos(p\theta - \omega_1 t - \varphi_0)$$

$F_p$  为主波合成磁动势的幅值,  $\omega_1$  为主波合成磁动势的电角频率,即定子电流基波电角频率,  $\varphi_0$  为主波合成磁动势的初相角,  $p$  为电机的极对数。

定子绕组谐波磁动势是在考虑定子槽谐波和相带谐波条件下产生的空间谐波磁动势:

$$f_v(\theta, t) = F_v \cos(v\theta - \omega_1 t - \varphi_v)$$

$F_v$  为  $v$  次谐波磁动势幅值,  $\varphi_v$  为  $v$  次谐波磁动势初相角,其中定子槽谐波的次数为

$$v = K_1 Z_1 + P(K_1 = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$Z_1$  为定子槽数。

转子绕组谐波磁动势是在考虑转子有槽谐波的条件产生的空间谐波磁动势:

$$f_u(\theta, t) = F_u \cos(u\theta - \omega_u t - \varphi_u)$$

$F_u$  为  $u$  次谐波磁动势的幅值;  $\varphi_u$  为  $u$  次谐波磁动势的初相角;  $\omega_u$  为  $u$  次谐波磁动势相对于定子的角频率; 转子槽谐波磁动势的次数<sup>[8]</sup>

$$u = K_2 Z_2 + P(K_2 = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$Z_2$  为定子槽数。转子磁动势  $u$  次谐波相对于定子角频率

$$\omega_u = \omega_1 (1 + K_2 Z_2 / P(1-s))$$

其中  $s$  为电机转差率。

### 2.2. 气隙磁场

感应电机的气隙合成磁导可表示为:

$$\Lambda(\theta, t) = \Lambda_0 + \Lambda_1 \cos Z_1 \theta + \Lambda_2 \cos Z_2 (\theta - \omega_1 / p(1-s)t)$$

其中  $\Lambda_0$  为气隙磁导不变部分;  $\Lambda_1 \cos Z_1 \theta$  为转子光滑时定子一阶槽谐波磁导;  $\Lambda_2 \cos Z_2 (\theta - \omega_1 / p(1-s)t)$  为定子光滑时转子一阶槽谐波磁导;

感应电机的气隙磁密  $B(\theta, t) = f(\theta, t)\Lambda(\theta, t)$ , 忽略次要部分可得:

$$\begin{aligned}
 B(\theta, t) &= B_1 \cos(\omega_1 t - p\theta) \\
 &+ B_{r1} \cos \left[ \left( \omega_1 + K_2 \frac{Z_2}{p} \omega_r \right) t - (p + Z_2)\theta - \varphi_{r1} \right] \\
 &+ B_{r2} \cos \left[ \left( \omega_1 - K_2 \frac{Z_2}{p} \omega_r \right) t - (p - Z_2)\theta - \varphi_{r2} \right]
 \end{aligned} \quad (2)$$

### 2.3. 槽谐波与电机转速的关系

气隙磁场中的谐波会在定子绕组中感应出相应次数的谐波电流。由(2)式可知，槽谐波频率为  $\omega_{sk} = \omega_1 \pm K_2 Z_2 / p \omega_r$  ( $K_2 = \pm 1, \pm 2, \dots$ )，因此可通过分析定子频谱中的槽谐波分量，计算转子转速。

$$f_r = \frac{p}{K_2 Z_2} (f_{sh} - f_1), \omega_r = \frac{60 f_r}{p} \quad (3)$$

其中  $f_{sk}$  为槽谐波频率， $f_1$  为定子频率， $f_r$  为转子频率。

值得注意的是：(2)式所表示的气隙磁密只考虑了气隙磁场的基波成分与转子槽谐波的关系。由于磁路饱和、气隙偏心以及电源信号畸变等因素，实际感应电机气隙磁密中还会出现许多时间或空间谐波，这些谐波也可以在定子电流中感应出相应的谐波。

所以槽谐波频率更一般的表达式为：

$$\omega_{sh} = \alpha \omega_1 \pm K_2 \frac{Z_2}{p} \omega_r, (\alpha = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (4)$$

根据(5)式可计算转子转速：

$$f_r = \frac{p}{K_2 Z_2} (f_{sh} - \alpha f_1), \omega_r = \frac{60 f_r}{p} \quad (5)$$

## 3. 快速傅立叶变换

获得定子电流谐波的方法是采用数字信号处理中的快速傅立叶变换(FFT)，通过 FFT 得到频域中有限长序列  $X[k], (k = 0, 1, 2, \dots, N-1)$ ， $N$  为时域或频域采样点数。快速傅立叶算法基本上可以分为两大类，一类是按时间抽选(decimation in time: DIT)，另一类是按频率抽选(decimation in frequency: DIF)。本文采用的是按时间抽选(DIT)的基 2 FFT 算法。

### 3.1. 算法原理<sup>[9]</sup>

在时域中连续采样  $N = 2^L$  ( $L$  为整数)点，如果采样点数不满足  $N$  为 2 的整数次幂的条件，人为加上若

干零值点，使之达到这一要求。将  $N = 2^L$  的时域序列  $X[n], (n = 0, 1, 2, \dots, N-1)$  按  $n$  的奇偶分为两组：

$$X[2r] = X_1[r] \quad (6)$$

$$X[2r+1] = X_2[r], (r=0, 1, \dots, N/2-1) \quad (7)$$

这样  $X[n]$  的离散傅立叶变换化为：

$$\begin{aligned}
 X[k] &= DFT(X[n]) \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} X[n] W_N^{nk} \\
 &= \sum_{r=0}^{N/2-1} X[2r] W_N^{2rk} + \sum_{r=0}^{N/2-1} X[2r+1] W_N^{(2r+1)k}
 \end{aligned} \quad (8)$$

经化简可得  $N$  个数据中前半与后半数据的 DFT 可分别表示为式(9)与式(10)：

$$X[k] = X_1[k] + X_2[k] \quad (9)$$

$$X[k + N/2] = X_1[k] - X_2[k] \quad (10)$$

其中  $k = 0, 1, 2, \dots, N/2-1$ 。

将(9)、(10)式表示为信号流图如图 1 所示。

图 1 完成了一级蝶形运算。利用上述算法，只需要求出  $[0, N/2-1]$  的所有  $X_1[k]$  和  $X_2[k]$ ，就可以求出  $[0, N-1]$  内所有  $X[k]$  值。原来对  $X[k]$  作 DFT，需要作  $N^2$  次复数乘法，其运算量非常大。而将一个  $N$  点 DFT 分解成两个  $N/2$  点的 DFT，只需要作  $(N/2 + N^2/2)$  次复数乘法，以及  $N$  次复数加法，其运算量大大减少。为了进一步减少运算量，可以将两个  $N/2$  点子序列分为四个  $N/4$  点子序列。对这四个子序列作 DFT，然后再作蝶形运算，可以求出所有  $X[k]$ 。

若时间序列的点数为  $N = 2^L$ ，那么按时间抽选的基 2 FFT 算法应首先对输入的序列依次地每两个一组作 DFT 运算，其结果为  $N$  点的序列。然后将这个  $N$  点的序列依次地每四个一组作第一级蝶形运算，其结

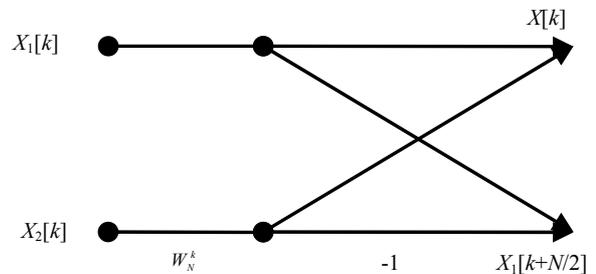


Figure 1. The signal flow diagram of butterfly operation  
图 1. 蝶形运算信号流图

果也为  $N$  点的序列。再对这个  $N$  点序列依次地每八个一组作第二级蝶形运算，获得  $N$  点序列。依次下去，直到对蝶形运算的结果( $N$  点序列)依次地每  $2^{L-1}$  个一组作第  $L-1$  级蝶形运算，所得结果就是  $X[n]$  作 FFT 之后的序列  $X[k]$ 。

### 3.2. 倒位序规律

按时间抽选的基 2 FFT 算法一大特点是 FFT 输出  $X[k]$  按正常顺序排列，这时输入  $X[n]$  却不是按照自然顺序排列而按照倒位序规律排列。倒位序规律在于按倒位序排列的序数  $n$  的二进制若为  $(n_0, n_1, \dots, n_L)$ ，那么  $n$  的下一个序数的二进制应由  $n$  的二进制最高位加 1，再向次高位进位而得。将  $n$  的二进制变换为十进制即为所求  $n$  的下一个序数。实现算法的第一步是将正常顺序排列的序列  $X_0[n]$  按倒位序的规律重新排列，作为 FFT 的输入序列  $X[n]$ 。

### 4. FFT 算法实现

本文利用 Matlab 的 M 语言编写基 2FFT 算法，其实现框图如图 2。

为验证算法正确性，本文利用 Matlab/Simulink 正弦信号发生器产生一个输入信号  $x_{in} = \sin(100\pi t)$ ，快速傅立叶变换算法分析结果与理论一致(如图 3 所示)。

### 5. 实验研究

本文对一台三相绕线式感应电机进行了实验研究。电机的参数为：额定频率  $f_N = 50$  Hz，额定定子电流  $I_N = 18$  A，额定定子电压  $U_N = 380$  V，额定转速  $\omega_{re} = 980$  r/min，转子槽数  $Z_2 = 36$ ，极对数  $p = 3$ 。实

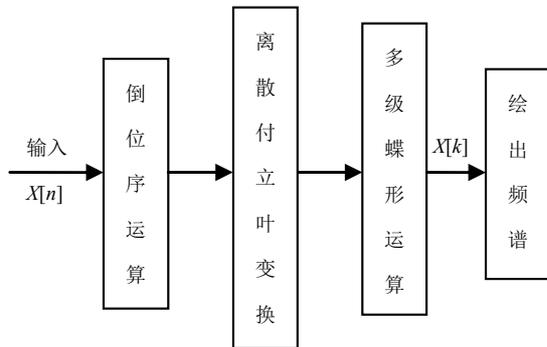


Figure 2. The diagram of FFT algorithm implementation  
图 2. FFT 算法的实现框图

验中采用闪光测速法来测量电机的实际转速，并与利用转子槽谐波得到的转速值进行比较。感应电机的负载由一台直流电机提供，电机的电流信号由数字示波器采集并存储。

受实验条件所限，感应电机只能保持在工频运行。在感应电机稳态运行范围内，通过调节负载转矩实现感应电机调速。电机空载时定子电流的波形与频谱如图 4 所示。

电机转速  $\omega_{r1} = 960$  r/min 时，定子电流的波形与频谱如图 5 所示。

图 5 中的  $\omega_{sh1} = -\omega_1 + Z_2/p\omega_r$ ,  $\omega_{sh2} = \omega_1 + Z_2/p\omega_r$ 。除转子槽谐波外，还有基波的 3、5、7、11、13 次谐波。图 4 中，电机空载运行， $\omega_{sh1}$  和  $\omega_{sh1}$  与基波 11、13 次谐波重叠。据(5)式可计算出转速值并与实测值进行比较，结果如表 1 所示。

### 6. 结论

本文通过分析感应电机气隙磁场，推导出感应电

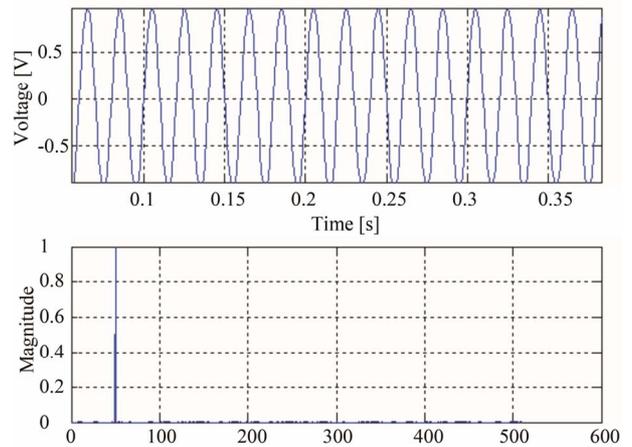


Figure 3. The verification of FFT algorithm  
图 3. FFT 算法验证

Table 1. Comparison between rotor speed calculation and measurement  
表 1. 转速计算值与实测值的比较

负载工况	实测量 $\omega_{r1}$ (r/min)	槽谐波频率 $f_{sh}$ (Hz) ( $\alpha = 1$ )	估算值 $\omega_r$ (r/min)	误差 $E\%$
1 空载	1000	650	1000	0
工况 2	960	628.6	964	0.42
工况 3	940	613.5	939.2	-0.085
工况 4	922	601.2	918.6	-0.37
工况 5	1033	668.35	1030.6	-0.23

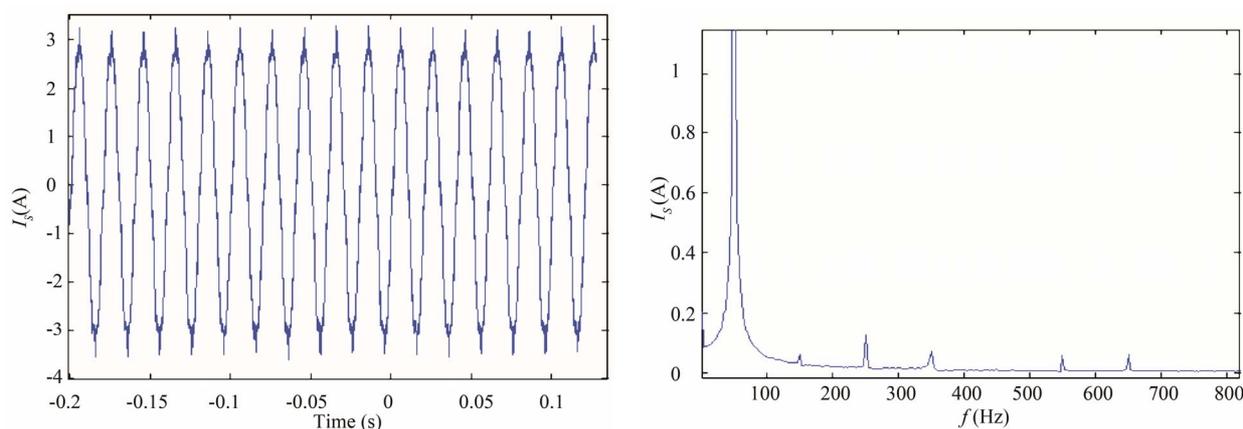


Figure 4. Waveform and spectrum of stator current at no load  
图 4. 空载时定子电流的波形与频谱

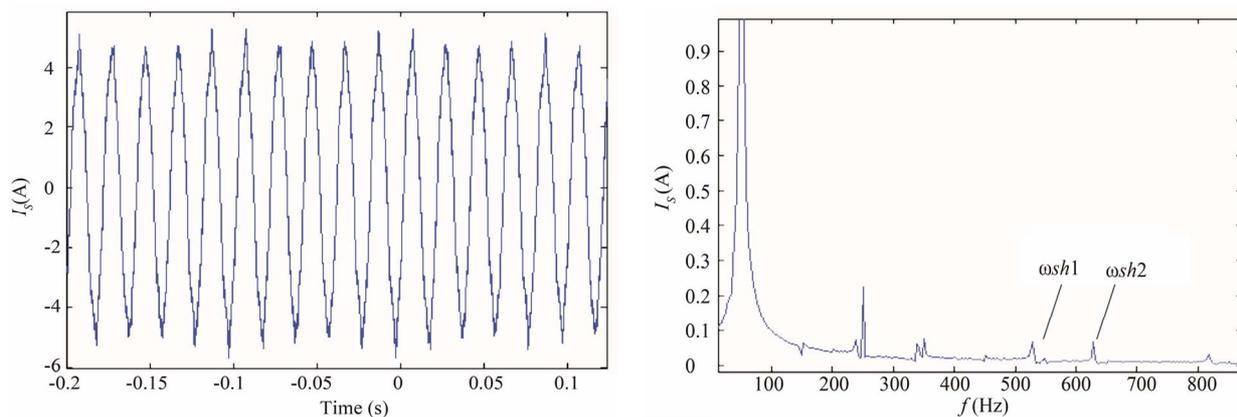


Figure 5. Waveform and spectrum of stator current at  $\omega_{r1} = 960$  rpm  
图 5.  $\omega_{r1} = 960$  转/分时定子电流波形与频谱

机转子槽谐波与转速的关系。利用 Matlab 软件 M 语言，按照时间抽选基 2 的 FFT 算法，实现了离线信号的快速傅立叶变换，并通过分析定子电流的频谱，获取转子槽谐波的频率并求得电机的转速。实验证明了通过分析槽谐波能在感应电机无转速传感器条件下有效实现转速测量，测量结果可作为转速估算模型的有效参考与补充，提高系统运行性能与可靠性。

## 参考文献 (References)

[1] 赵云, 刘洋, 李叶松. 实现感应电机宽范围最大转矩控制的电流优化策略[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(3): 67-74.  
 [2] 刘东, 黄进, 杨家强. 多相感应电机转子磁场定向矢量控制策略[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(8): 1498-1505.  
 [3] R. Blasco, M. Summer and G. M. Asher. Speed measurement of invert fed induction motor using the FFT and the rotor slot harmonics. Proceeding of the Conference on Power Electronics and Variable-Speed Drives, London, 26-28 October 1994: 470-475.  
 [4] 于泳, 蒋生成, 王高林, 赵文龙, 徐殿国. 基于状态观测器的

感应电机速度传感器故障诊断及容错控制[J]. 中国电机工程学报, 2012, 18: 123-130.  
 [5] 尹志刚, 刘静, 钟彦儒, 杨立周. 基于双参数模型参考自适应的感应电机无速度传感器矢量控制低速性能[J]. 电工技术学报, 2012, 27(7): 124-130.  
 [6] O. Keysan, H. B. Ertan. Real-time speed and position estimation using rotor slot harmonics. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(2): 899-908.  
 [7] O. Keysan, H. B. Ertan. Higher order rotor slot harmonics for rotor speed & position estimation. The 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), Basov, 20-22 May 2010: 416-421.  
 [8] 陈世坤. 电机设计(第二版)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.  
 [9] 陈佩青. 数字信号处理教程(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.

## 附录

实验电机型号：YZR160M2-6。  
示波器型号：Tektronix TDS3012。

数据采集时间：0.04 ms。  
样本长度：10,000。