

# Failure Analysis on Interfacial Slipping in a Film/Substrate Structure

Longchao Dai, Junjie Gong, Xiang Gu

College of Mechanical Engineering, Yangzhou University, Yangzhou  
Email: dai\_lc@163.com

Received: Sep. 22<sup>nd</sup>, 2013; revised: Oct. 30<sup>th</sup>, 2013; accepted: Nov. 7<sup>th</sup>, 2013

Copyright © 2013 Longchao Dai et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. In accordance of the Creative Commons Attribution License all Copyrights © 2013 are reserved for Hans and the owner of the intellectual property Longchao Dai et al. All Copyright © 2013 are guarded by law and by Hans as a guardian.

**Abstract:** As far as the basic structure of thin film/substrate commonly used in flexible electronic devices and thermal barrier coatings is concerned, when the film is very thin, it can be found that the failure modes of interface in a film/substrate structure are significantly different from those of macroscopic scale, namely, a new interface failure, slipping failure, which is observed in experiment research. Considering this phenomenon, the failure model of interfacial slipping is provided. Analysis is performed to obtain the energy release rates and stress intensity factors to study the failure mechanism of this structure. The relationships between energy release rates, stress intensity factors and film-substrate thickness ratio are studied. Theoretical results coincide well with the experimental phenomena. Thus, the present solutions can be used in structure design of flexible electronics.

**Keywords:** Failure Mechanism; Energy Release Rate; Interfacial Slipping

## 薄膜与基体间的界面滑移破坏

戴隆超, 龚俊杰, 顾 乡

扬州大学机械工程学院, 扬州  
Email: dai\_lc@163.com

收稿日期: 2013 年 9 月 22 日; 修回日期: 2013 年 10 月 30 日; 录用日期: 2013 年 11 月 7 日

**摘 要:** 薄膜/基体结构是常用于柔性电子与热障涂层的一种基本结构。就这种结构而言, 当薄膜非常薄的时候, 实验研究中会发现其界面破坏模式与宏观尺度下的情况具有显著不同, 即出现了一种新的界面破坏模式, 滑移破坏。本文针对试验现象建立了界面滑移破坏模型, 得到能量释放率、应力强度因子。对试验现象进行分析, 与实验数据进行比较, 并在此基础上研究了能量释放率、应力强度因子等随薄膜基体厚度比的变化关系。理论分析结果可以较好解释实验现象, 从而用于指导柔性电子器件的结构设计。

**关键词:** 破坏机理; 能量释放率; 界面滑移

### 1. 引言

在热障涂层结构及柔性电子器件中, 最为常见的一种结构就是具有平直界面的薄膜/基体结构。和传统宏观结构中的薄膜/基体结构相比, 热障涂层结构及柔

性电子器件中的薄膜/基体结构的一个突出特点就是薄膜的厚度远小于基体, 几乎可以忽略, 一般会低三个量级。并且实际厚度也非常小, 处于纳米量级。这样做的好处是使得器件或结构具有了新的功能和特

性, 拓展了适用领域。但是也给结构的设计、制备、使用、破坏等多个方面带来挑战<sup>[1-7]</sup>。

在 Park<sup>[8]</sup>等人的试验中, 发现了薄膜/柔性基体结构中当薄膜厚度相比于基体处于某一范围时, 结构经常会发生界面滑移现象, 并且随着外载的增大, 滑移区域也将逐渐扩大。当薄膜厚度比处于某个范围时, 随着外载的不断增大, 滑移区内将会出现分层现象。这表明尽管出现了滑移破坏, 当即使是在滑移区内结构仍然具有抵抗分层破坏的能力。说明就这种软界面而言, 滑移的物理机制与分层是截然不同的, 不能用宏观尺度下的二型裂纹来解释, 需要建立新的力学模型对这种软界面滑移破坏问题加以描述。

作为探索性研究, 为方便起见, 本文将滑移区内的界面视为滑移裂纹, 认为由于滑移裂纹的出现及扩展导致了滑移区的产生和扩大。考虑到滑移裂纹与分层裂纹的不同, 即滑移裂纹仍然能够承受一定的、主要会引起分层破坏的载荷(比如弯矩), 所以假定在界面滑移裂纹上下表面之间可以发生自由错动, 但上下表面始终保持接触, 基于这一想法并采用文献[9,10]的方法对此问题进行了研究。

## 2. 基本方程

本文对薄膜与基体连接的柔性结构(如图 1 所示)的界面滑移问题加以研究。很短的小块硅薄膜粘贴在很长的柔性基体 PET 的中间部位, 基体一端简支, 另一端施加水平方向的压力作用。在电镜下可以观察

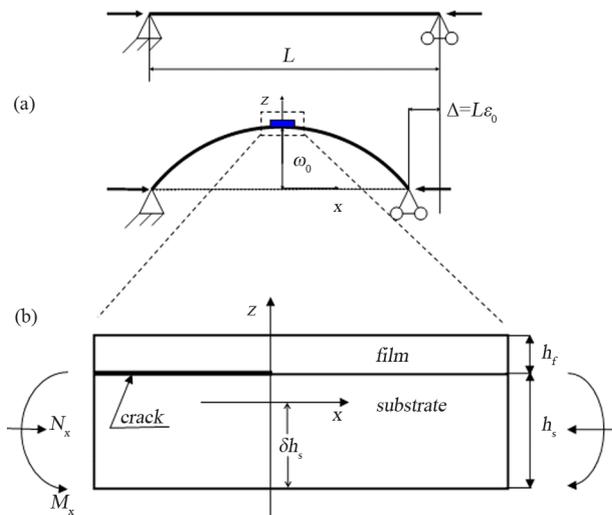


Figure 1. (a) Schematic diagram of the experiment; (b) Schematic diagram of the theoretical analysis model  
图 1. (a) 实验原理图; (b) 理论分析的结构示意图

到, 随着载荷的不断增大, 薄膜与基体之间的薄膜上、以及薄膜自身将可能发生多种破坏模式。其中, 滑移破坏是这种软界面是相比于传统脆弹性界面的新出现的一种破坏方式。图 1(b)是当前的理论分析中对这种界面滑移破坏所提出的理论分析模型。尽管基体受到压缩的变形是大变形过程, 但就我们所要分析的模型来说, 由于薄膜, 或者说我们所关注的这一小段, 远远小于基体, 所以薄膜与基体的界面仍可看作是平直界面。这样就是的问题得到极大简化。

我们采用简化的 Kirchhoff 板理论对此问题进行研究。在中性面上采用假设:

$$u = u(x), \quad v = v(y) = 0, \quad w = w(x) \quad (1a)$$

因而中性面上的变形为

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = 0, \quad \gamma_{xy} = 0 \quad (1b)$$

非中性面上的位移与变形为

$$u^{(z)} = u - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v^{(z)} = 0 \quad (2a)$$

$$\varepsilon_x^{(z)} = \varepsilon_x + z\chi_x, \quad \varepsilon_y^{(z)} = 0, \quad \gamma_{xy}^{(z)} = 0 \quad (2b)$$

其中上标“(z)”表示距离中性面的距离为 z。由于式(1a), 曲率  $\chi_x$ 、 $\chi_y$  及扭率  $\chi_{xy}$  分别为

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_y = 0, \quad \chi_{xy} = 0$$

内力与弯矩可表示为

$$N_x = \bar{E}h\varepsilon_x, \quad N_y = \nu N_x \quad (3a)$$

$$M_x = D\chi_x, \quad M_y = \nu M_x, \quad M_{xy} = 0 \quad (3b)$$

其中  $\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2}$ , E 为弹性模量,  $\nu$  为泊松比, D 为抗弯刚度, h 为板的厚度。板中的应力可表示为

$$\sigma_x^{(z)} = \bar{E}\varepsilon_x^{(z)}, \quad \sigma_y^{(z)} = \nu\sigma_x^{(z)}, \quad \tau_{xy}^{(z)} = 0$$

在本问题的分析中可采用这种简化板理论的相关表达式来求解、分析。

注意到板厚方向上的挤压作用可以忽略, 因而应力  $\sigma_z$  可忽略。在本模型中结构上下面均为自由表面, 这一条件可自然满足。则只需在结构的左右两端满足静力及弯矩平衡条件。若结构受到如图 1 所示的外载(轴力 N 和弯矩 M)作用, 则边界条件可表示为

$$N_x = N, \quad M_x = M \quad (4a)$$

同时, 对于当前模型而言, 由于界面的存在还需要满足界面上的位移、曲率连续条件。如完好粘结界面的界面条件可表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{\text{inter}-s} &= \varepsilon_x^{\text{inter}-f}, \\ \chi_x^s &= \chi_x^f \end{aligned} \quad (4b)$$

其中, 上标“inter”表示界面, “f”表示薄膜, “s”表示基体。滑移界面的界面条件可表示为

$$\chi_x^s = \chi_x^f \quad (4c)$$

### 3. 理论分析

下面开始对当前模型所描述的界面滑移问题进行分析。建立如图 1(b)所示的坐标轴, 其中 Z 轴沿着板厚方向向上。由于界面滑移裂纹的存在, 将整个结构分为两个区域, 完好粘结界面区(采用上标“u”表示), 滑移区(采用上标“s”表示), 分别对这两个区内的应力场进行求解。

定义几个参数:

材料参数因子

$$t = \frac{\bar{E}_f}{E_s} = \frac{E_f}{E_s} \cdot \frac{1-\nu_s^2}{1-\nu_f^2} \quad (5a)$$

截面形状因子

$$\eta = \frac{h_f}{h_s} \quad (5b)$$

截面参数因子

$$\Sigma = \frac{I_y^f}{I_y^s} \quad (5c)$$

其中,  $h_f$  为薄膜厚度,  $h_s$  为基体厚度,  $I_y^f$  为薄膜的惯性矩,  $I_y^s$  为基体的惯性矩。

此时, 作用在中性面上的外载与图 1(b)中的有所不同,

$$N = N_x, \quad M = M_x + N_x h_s \left( \delta - \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

其中  $\delta h_s$  为结构的中性面到基体下表面的距离。

考虑只有纯弯载荷  $M$  作用的情况, 此时边界条件及界面条件式(4a)、(4b)可以写为

$$N = 0 \quad (7a)$$

$$M = M_x + N_x h_s \left( \delta - \frac{1}{2} \right) \quad (7b)$$

$$\varepsilon_x^{\text{inter}-s} = \varepsilon_x^{\text{inter}-f} \quad (7c)$$

$$\chi_x^s = \chi_x^f \quad (7d)$$

比较式(2b)、(7c)及(7d), 由于薄膜与基体中的曲率相等, 要满足界面处薄膜、基体应变连续条件只需要使薄膜与基体在中性面上各自的应变相等即可。在当前只考虑弯矩作用时自然满足这一条件。

条件(7a)可用于确定薄膜/基体结构完好粘结部分的中性面位置, 即确定  $\delta$ 。将相应表达式带入(7a)可以得到

$$\delta = \frac{1}{2} + \frac{\Delta_1}{2} \quad (8)$$

其中

$$\Delta_1 = \frac{t\eta(1+\eta)}{1+t\eta} \quad (9)$$

确定了中性面位置, 根据条件式(7b)与(7d)即可求出完好粘结部分薄膜、基体中的应力场

$$\begin{aligned} \sigma_x^{fu} &= t\sigma_x^{su}, \quad \sigma_y^{fu} = \nu\sigma_x^{fu}, \\ \tau_{xy}^{fu} &= 0 \quad \text{when } z \in [(1-\delta)h_s, (1-\delta+\eta)h_s] \\ \sigma_x^{su} &= -\frac{1}{1+t\eta} \frac{N_x}{h_s} + z \frac{1}{1+t\Sigma} \frac{M}{I_y^{sc} \Delta_3}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sigma_y^{su} = \nu\sigma_x^{su}, \quad \tau_{xy}^{su} = 0 \quad \text{when } z \in [-\delta h_s, (1-\delta)h_s]$$

其中,

$$\Sigma = \Delta_2 / \Delta_3, \quad \Delta_2 = \eta \left[ \eta^2 + \frac{3}{(1+t\eta)^2} \right],$$

$$\Delta_3 = 1 + 3 \left( \frac{t\eta}{1+t\eta} \right)^2$$

完好粘结部分基体惯性矩  $I_y^{su}$  为  $I_y^{su} = \Delta_3 I_y^{sc}$ , 完好粘结部分薄膜惯性矩  $I_y^{fu}$  为  $I_y^{fu} = \Delta_2 I_y^{sc}$ , 滑移段基体惯性矩  $I_y^{sc}$  为  $I_y^{sc} = \frac{h_s^3}{12}$ 。

在滑移区内界面边界条件应该采用式(4c), 并且需注意的是薄膜与基体分别以各自的中面作为自身弯曲变形的中性面, 由于界面可只有错动, 因而轴力作用将仅能基体的弹性变形, 对薄膜无影响。滑移段薄膜和基体中的应力场为

$$\begin{aligned} \sigma_x^{fs} &= z \frac{t}{1+t\eta^3} \frac{M_x}{I_y^{sc}}, \sigma_y^{fs} = \nu \sigma_x^{fs}, \\ \tau_{xy}^{fc} &= 0 \quad \text{when } z \in \left[ -\frac{h_f}{2}, \frac{h_f}{2} \right] \\ \sigma_x^{ss} &= -\frac{N_x}{h_s} + z \frac{1}{1+t\eta^3} \frac{M_x}{I_y^{sc}}, \\ \sigma_y^{sc} &= \nu \sigma_x^{ss}, \tau_{xy}^{ss} = 0 \quad \text{when } z \in \left[ -\frac{h_s}{2}, \frac{h_s}{2} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

其中,

$$\begin{aligned} M_x &= M_x^f + M_x^s, \quad \frac{M_x^f}{D_f} = \frac{M_x^s}{D_s}, \\ D_f &= \bar{E}_f I_y^{fu}, \quad D_s = \bar{E}_s I_y^{su}, \end{aligned}$$

$D_f$ 、 $D_s$  分别为薄膜和基体的抗弯刚度,  $M_x^f$ 、 $M_x^s$  分别为作用在薄膜和基体上的弯矩外载。

在得到了完好粘结部分区内和滑移区内的应力场之后, 无论是按照能量释放率的定义, 或者 J 积分的计算方法, 亦或是采用裂纹自相似扩展的概念, 均能很容易地求出能量释放率表达式为

$$G = \frac{1}{2\bar{E}_s} \frac{N_x^2}{h_s} \left[ \frac{t\eta}{1+t\eta} + \frac{12}{1+t\eta^3} \frac{w_0^2}{h_s^2} - \frac{12}{(1+t\eta)\Delta_3} \left( \frac{w_0}{h_s} + \frac{\Delta_1}{2} \right)^2 \right] \quad (12)$$

#### 4. 结果与讨论

在得到了能量释放率的表达式之后就可针对特定结构进行滑移裂纹扩展问题的分析, 计算裂尖应力强度因子, 探讨其中薄膜厚度、结构曲率半径等因素的影响, 研究结构的可弯曲性能。

由于 Park 等人的工作中给出了这种模型的一些实验数据, 所以本章的数值讨论将会采用该文中的材料与几何数值, 以方便与之比较。具体参数如下表 1。

同时, 根据作用于基体上的位移加载计算理论分

**Table 1. Material parameters and geometric parameters in the structure**  
**表 1. 结构中的材料与几何参数选取**

	弹性模 $E$ (GPa)	泊松比 $\nu$	厚度 $h$ ( $\mu\text{m}$ )	长度* (mm)
薄膜	130.0	0.27	/	0.5
基体	4.4	0.44	50	11.8

\*基体长度为实验原理图 1(a)中的基体全长, 薄膜长度为基体中心部位的薄膜全长。在分析过程中给定了基体的厚度, 薄膜厚度可变。

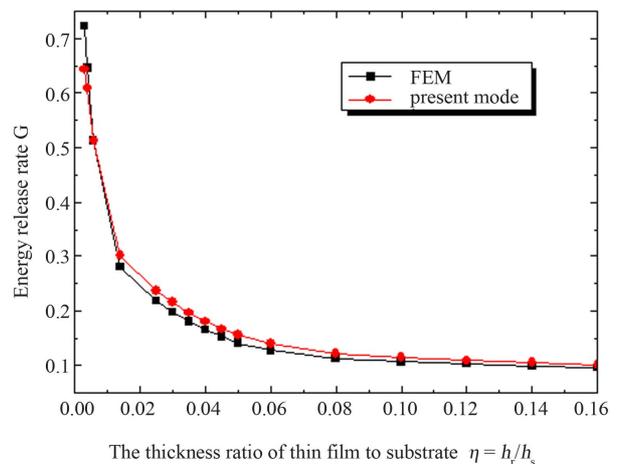
析模型中的外载  $N$ 、 $M$  的过程中将会用到 Park 等人文中给出的一些公式, 这些式子也可从 Timonshenko 的著作中查到。

为了计算裂尖应力强度因子, 以便于分析界面滑移裂纹的扩展问题, 必须要得到各种载荷及相应薄膜厚度情况下裂纹扩展临界状态下的裂尖相位角。由于滑移裂纹是在软界面中新出现的一种破坏方式的力学描述, 目前上没有相关结果可以借鉴。所以采用 Abaqus6.9 软件对此问题进行了模拟。采用一个简单的 Cohesive 单元来模拟界面滑移裂纹: 将中间一层滑移区内上下表面之间的法向弹性模量取值非常大, 而水平方向的剪切模量取为极小量, 此外并不刻意选取任何参数。

图 2 中给出了有限元模拟得到的能量释放率与基于式(18)得到的理论解的比较。从图中可以看出, 二者基本完全吻合。说明有限元模型与当前的理论分析模型是相匹配的, 因而由有限元模拟得到的相位角可以直接用于本模型的后续数值分析。

通过有限元模拟及 Gauss 积分可以得到不同薄膜厚度情况下, 界面滑移裂纹扩展时的裂尖附近的应力状态, 从而经数值计算得到裂尖相位角的值。在图 3 中给出了相位角与薄膜厚度之间的关系曲线。有了这一结果就可以由裂纹扩展时的能量释放率求出裂尖应力强度因子, 并与相应的断裂韧性进行比较, 从而在已知薄膜厚度情况下得到相应的临界外载。

有了图 3 的裂尖相位角结果就能方便的进行应力强度因子的求解。界面滑移裂纹的一型与二型断裂韧



**Figure 2. The comparison of energy release rate of the present theoretical solution with that of FEM result**  
**图 2. 能量释放率的有限元计算结果与理论解的比较**

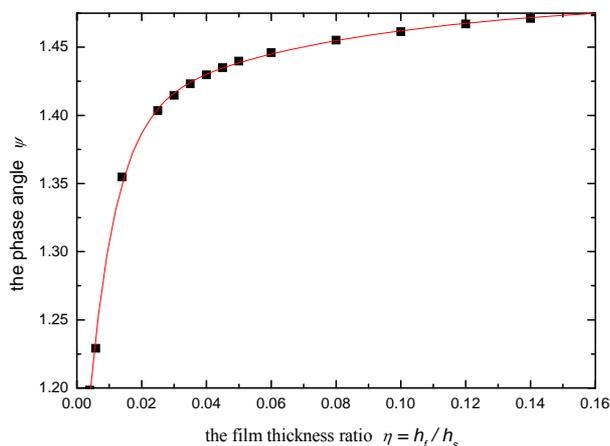


Figure 3. Phase angle for the case of different film thickness at crack tip based on finite element simulation  
图 3. 有限元模拟得到的不同薄膜厚度情况下的裂尖相位角

性可通过几种薄膜厚度时的实验数据反求并加以平均得到。这样就可对裂纹扩展加以研究。图 4 中给出了薄膜厚度分别为 290 nm、700 nm、1250 nm、2500 nm 时无量纲化的一型与二型应力强度因子随结构曲率半径的变化曲线。结构曲率半径可表征相应的外载大小，曲率半径越小外载越大。从图中可以看出，随着外载的逐渐增大，裂尖无量纲化的一型与二型应力强度因子均单调增大。并且外载越大增大的幅度越大。无量纲化的二型应力强度因子始终比相应薄膜厚度与外载时的一型对应值要大。表明对于此模型的界面滑移裂纹而言，在这些薄膜厚度情况下，裂纹始终只是发生二型扩展，即产生界面的相互错动。进一步比较几种情况下的无量纲化二型应力强度因子曲线，可以看出，薄膜厚度越小结构所能承受的临界曲率半径越小，表明薄膜厚度越小结构的可弯曲能力越强。

### 5. 结论

对于薄膜/基体结构，针对已有实验中所观察到的界面滑移，建立了界面滑移裂纹模型。并根据结构破坏模式随薄膜基体厚度比的变化而变化的实验现象，分别建立了四种破坏模式的力学分析模型。采用简化的 Kirchhoff 板理论及求解方法，求解得到了能量释放率，分析了无量纲化的应力强度因子随曲率半径

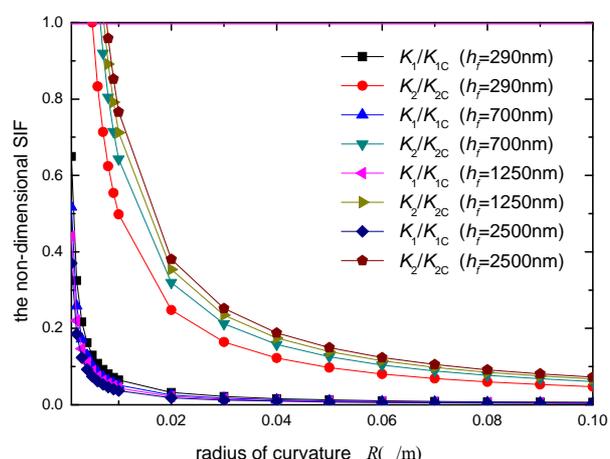


Figure 4. Variations of stress intensity factors with curvature radius for different film thickness  
图 4. 几种薄膜厚度时的裂尖应力强度因子随曲率半径的变化曲线

及薄膜厚度的变化关系，较好的解释了实验现象，从而揭示了薄膜/基体结构界面滑移破坏的力学机理，可用于指导相关结构设计。

### 参考文献 (References)

- [1] 余寿文 (1994) 固体力学与材料科学交缘的几个新课题. *力学进展*, **1**, 24-36.
- [2] Freund, L.B. and Suresh, S. 卢磊, 等, 译 (2007) 薄膜材料——应力缺陷的形成和表面演化. 科学出版社, 北京.
- [3] 许巍, 卢天健 (2008) 柔性电子系统及其力学性能. *力学进展*, **2**, 137-150.
- [4] Khang, D.Y., Jiang, H.Q., Huang, Y. and Rogers, J.A. (2006) A stretchable form of single-crystal silicon for high-performance electronics on rubber substrates. *Science*, **311**, 208-212.
- [5] Jiang, H., Sun, Y., Rogers, J.A., et al. (2007) Mechanics of precisely controlled thin film buckling on elastomeric substrate. *Applied Physics Letters*, **90**, 133119-133119-3.
- [6] Lacour, S.P., Huang, Z.Y., Suo, Z.G., et al. (2003) Stretchable gold conductors on elastomeric substrates. *Applied Physics Letters*, **82**, 2404-2406.
- [7] Li, T. and Suo, Z.G. (2006) Deformability of thin metal films on elastomer substrates. *International Journal of Solids and Structures*, **43**, 2351-2363.
- [8] Park, S., Ahn, J., Feng, X., et al. (2008) Theoretical and experimental studies of bending of inorganic electronic materials on plastic substrates. *Advanced Functional Materials*, **18**, 2673-2684.
- [9] Suo, Z. and Hutchinson, J.W. (1990) Interface crack between two elastic layers. *International Journal of Fracture*, **43**, 1-18.
- [10] Hutchinson, J.W. and Suo, Z. (1992) Mixed mode cracking in layered materials. *Advances in Applied Mechanics*, **29**, 63-191.