

# The Study on the Problem Appeared in the Experiments of Simulating Electrostatic Field

Zheng Liu, Kaituo Dong\*, Haolin Wang, Shengxiang Ma, Yaping Zhang

College of Science, China University of Petroleum (East China), Qingdao Shandong  
Email: 18765247610@163.com, \*dkt3030@163.com

Received: Jul. 8<sup>th</sup>, 2016; accepted: Jul. 23<sup>rd</sup>, 2016; published: Jul. 26<sup>th</sup>, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.  
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

The experiments of simulating the electrostatic field are based on the similarity of current field and electric field. This method does not take the effect of boundary into consideration. In order to illustrate that the effect of insulated boundary is insignificant, three methods are used to study the electric field of a couple of parallel straight wires with infinite length and round section. In this paper, the electric field of a couple of parallel straight wires with infinite length and round section is studied in theory and experiment. And it is also simulated by MATLAB in which different kinds of boundaries are taken into consideration. The result shows that when the boundary is insulated, the experiment can reflect the actual electrostatic field accurately.

## Keywords

Electrostatic Field, Steady Current Field, Electric Potential

---

# 模拟法测绘静电场实验中问题的研究

刘 正, 董开拓\*, 王昊琳, 马盛祥, 张亚萍

中国石油大学(华东)理学院, 山东 青岛  
Email: 18765247610@163.com, \*dkt3030@163.com

收稿日期: 2016年7月8日; 录用日期: 2016年7月23日; 发布日期: 2016年7月26日

\*通讯作者。

文章引用: 刘正, 董开拓, 王昊琳, 马盛祥, 张亚萍. 模拟法测绘静电场实验中问题的研究[J]. 应用物理, 2016, 6(7): 127-135. <http://dx.doi.org/10.12677/app.2016.67018>

## 摘要

模拟法测绘静电场是利用稳恒电流场与静电场的相似性来模拟电场分布的一种方法,该方法没有考虑边界条件对实验结果产生的影响,为了验证实验设定的绝缘边界条件下能够较好的反应实际电场的分布,本文分别从理论、实验和计算机模拟三个方面定性的研究了两平行长直圆导线模型的电场分布。理论上计算了不存在边界情况下的电场分布,实验使用GVZ-3型静电场描绘仪对两平行长直圆导线电场进行了模拟,使用MATLAB的pdetool工具模拟了多种不同边界条件下的电势分布情况。结果表明,设定边界条件为绝缘时能够较好的模拟静电场分布。

## 关键词

静电场, 稳恒电流场, 电势

## 1. 引言

静电场分布是许多工程问题中的重要参数。一般得到静电场分布解析解的方法有电场叠加法、分离变量法、格林函数法、保角变换和电像法等[1]-[4],但是上述方法应用到某些复杂的静电场问题时,求解起来非常困难。通过实验的方法直接测量静电场的分布需要引入试探电荷会给实验测量带来误差[5],前人依据稳恒电流场与静电场的相似性提出了用稳恒电流场来模拟静电场的研究方法[6]-[8],大学物理实验中的模拟法测绘静电场利用这种相似性原理对某些典型的静电场模型进行模拟。但是模拟法测绘静电场方法未考虑稳恒电流场与静电场的边值关系的差异,实验结果的可信度受到人们的质疑。本文以两平行长直圆导线的研究为例,利用 MATLAB 的数值计算功能模拟了存在边界条件下的电势分布情况,将计算机模拟结果分别与实验和理论计算结果进行定性比较,结果表明绝缘边界条件对两平行长直圆导线电势分布的影响较小,说明了模拟法测绘静电场实验过程中可以忽略绝缘边界对电势分布的影响。

## 2. 两平行长直圆导线电场分布研究

### 2.1. 模型及理论计算

两平行长直圆导线是指在空间中间隔一定、电荷线密度相同、所带电荷异号的两条无限长直导线所构成的模型,如图1所示。

图1中A点的坐标为(0, b), B点的坐标为(0, -b), 设两条导线的电荷线密度分别为 $+\lambda$ ,  $-\lambda$ 。取两圆柱圆点连线的中心点为坐标原点建立坐标系,则A、B两长直圆导线产生的电场可分别表示为

$$\mathbf{E}_A = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} + \mathbf{r}'|^2} \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_B = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \quad (2)$$

$\mathbf{r}' = (0, -b)$   $\mathbf{r} = (x, y)$ 。由(1)式 $\mathbf{E}_A$ 与y轴负向的夹角的余弦 $\cos\theta = \frac{b-y}{\sqrt{x^2 + (y-b)^2}}$ ,由对称性可知x轴上

各点的电势处处相等记为 $\frac{V_0}{2}$ ,则P(x, y)点与x轴的电势差可由单位正电荷从(x, y)到(x, 0)电场力所做的功来计算。由电场的叠加原理[9]并设置积分路为径沿P点到C点的虚线,可以先计算P点电势

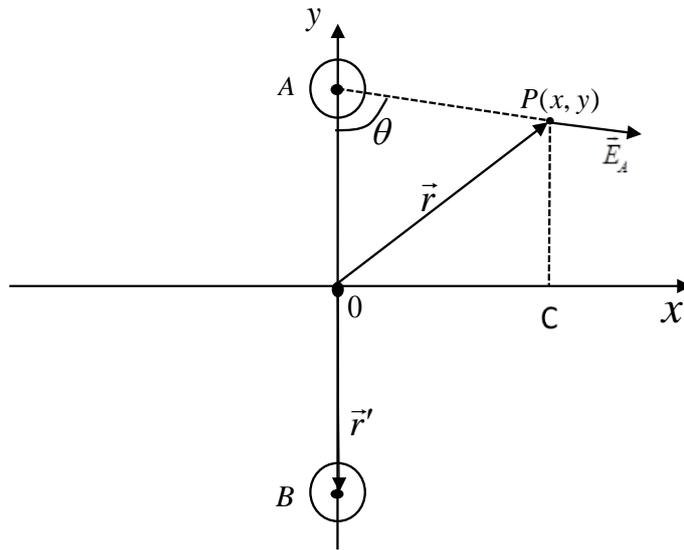


Figure 1. A couple of parallel straight wires with infinite length and round section

图 1. 两平行长直圆导线模型

$$U = \int_y^0 (E_A \cdot \cos \theta + E_B \cdot \cos \theta') dy + \frac{V_0}{2} = \frac{V_0}{2} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{x^2 + (y+b)^2}{x^2 + (y-b)^2} \quad (3)$$

上方直导线四周电势  $U|_{x^2+(y-b)^2=r_0^2} = V_0$ ，从圆上选取  $(0, b-r_0)$  点进行计算可得

$$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} = \frac{V_0}{4 \ln \frac{2b-r_0}{r_0}} \quad (4)$$

得理论模型电势分布

$$U = \frac{V_0}{2} + \frac{V_0}{4 \ln \frac{2b-r_0}{r_0}} \cdot \ln \frac{x^2 + (y+b)^2}{x^2 + (y-b)^2} \quad (5)$$

因为  $b$  远大于  $r_0$ ，所以圆周上其他点处的电势也近似与  $(0, b-r_0)$  点电势相等。

代入 GVZ-3 型静电场描绘仪的参数  $b = 5.50 \text{ cm}$ ， $r_0 = 0.50 \text{ cm}$  并设置  $V_0 = 10.00 \text{ V}$  做出两平行长直圆导线电场分布如图 2。

## 2.2. 电场分布的实验测量

### 2.2.1. 实验基本原理

由电磁学基础知识，静电场在不包含电荷处满足的积分方程[5]

$$\oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0, \quad \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (6)$$

稳恒电流场满足的积分方程为

$$\oint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = 0, \quad \oint_l \mathbf{j} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (7)$$

对比(6)式与(7)式可知在一定的边界条件下，静电场的电场强度矢量和稳恒电流场的电流密度矢量存

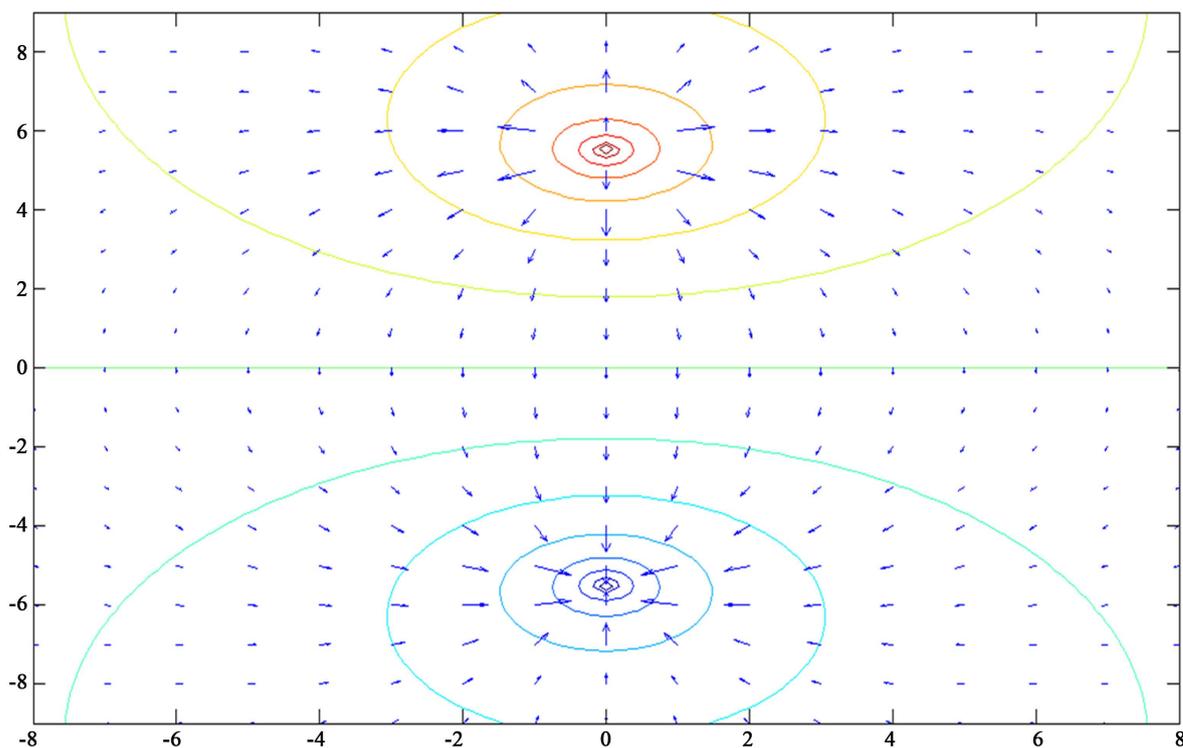


Figure 2. Electric potential of a couple of parallel straight wires with infinite length and round section  
图 2. 两平行长直圆导线电场分布图

在着数学对应关系，进一步得出两场的电势分布也存在着数学上的对应关系。因此可使用稳恒电流场的电势分布来模拟静电场的分布情况。

### 2.2.2. 两平行长直圆导线电势分布测量步骤及实验结果

利用 GVZ-3 型静电场描绘仪对电场分布进行模拟，实验装置如图 3 所示，它包括固定支架、导电微晶及同步探针等。使用时接入直流稳压电源并调整电压值为 10.00 V，在保证探针与导电微晶紧密接触的前提下移动探针，分别将指示计上电压示数对应为 1.00 V、2.00 V、3.00 V、4.00 V、5.00 V、6.00 V、7.00 V、8.00 V、9.00 V 的位置，在上方的记录纸上打若干点，将电势相等的点用平滑曲线连接起来得到两平行长直圆导线电势分布的模拟结果如图 4。

对比图 2 与图 4，通过理论计算得出的两平行长直圆导线电势分布图与实验所得的电势分布图有较高相似度，等势线分布均在靠近场源处呈现闭合状态，远离场源处的等势线呈弧形，电势  $U = 5.00 \text{ V}$  的等势线为一条直线，这说明模拟法测绘静电场实验中边界对电场的影响是较小。为了进一步证明绝缘边界条件对两平行长直圆导线电势分布影响较小，设置多种不同的边界条件并采用 MATLAB 对电流场电势分布进行模拟计算。

### 2.3. 不同边界条件下稳恒电流场电势分布的计算机模拟

实验用 GVZ-3 型静电场描绘仪导电微晶长  $l = 19.70 \text{ cm}$  宽  $d = 17.80 \text{ cm}$ ，实验条件下稳恒电流场的边界条件为绝缘，为了比较不同边界条件对电势分布的影响并说明绝缘边界条件能够较好的模拟静电场的电势分布，设置了边界绝缘、边界处电势为 0 V、5 V、10 V 及非绝缘边界(边界处存在漏电)等五种边界条件，分别对其进行模拟。

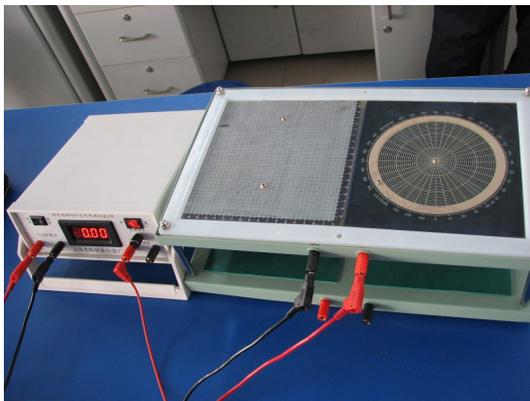


Figure 3. Experimental device for the experiment of simulating the electrostatic field  
图 3. 模拟法测绘静电场实验装置图

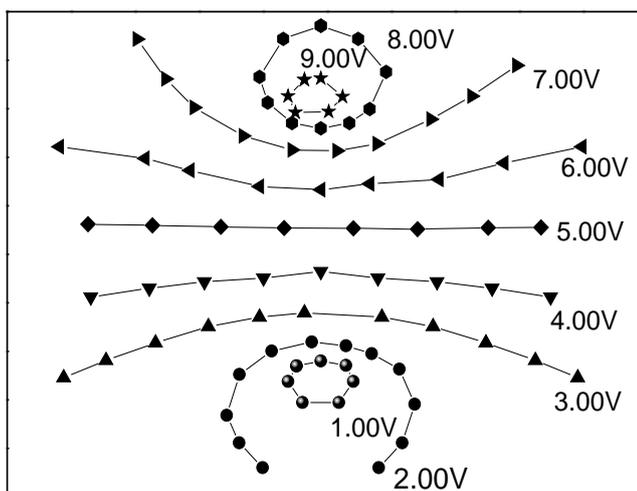


Figure 4. Electric potential measured in experiment  
图 4. 实验测得电势分布图

### 2.3.1. 绝缘边界条件下电势分布的计算机模拟

由稳恒电流场的性质可得到实验中电流场电势分布满足以下方程[10]

$$\begin{cases} \nabla^2 \Phi = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = 0 \\ \Phi \Big|_{x^2+(y-b)^2=r_0^2} = V, \quad \Phi \Big|_{x^2+(y+b)^2=r_0^2} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\Phi(x, y)$  代表电势,  $\Gamma$  为导电微晶的边界。将仪器参数  $l$ 、 $d$ 、 $r_0$ 、 $b$  代入(8)式并利用 MATLAB 的 `pde tool` 工具来进行数值计算, 可以得到该问题的数值解并做出稳恒电流场电势分布如图 5 所示。

图5所示箭头表示电流密度矢量, 由模拟结果可知边界绝缘的情况下, 在两导线中心轴连线及其附近电流密度较大, 而在靠近边界的地方电流密度较小, 由以上可知两导线连线及附近区域的电流密度矢量对电势分布的影响较大, 而边界对电势分布影响较小。

### 2.3.2. 边界电势固定的条件下电势分布的计算机模拟

设置边界处的电势分别为 0 V、5 V、10 V, 电流场电势分布满足方程如下

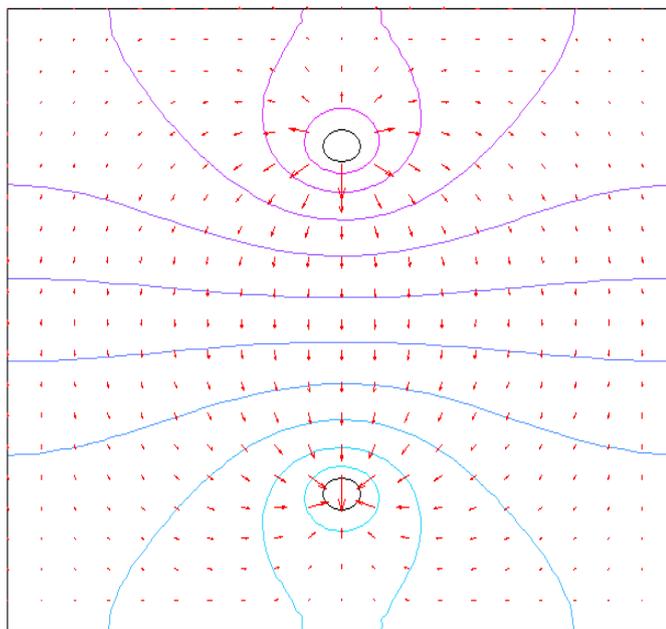


Figure 5. Electric potential under the condition that the boundary is insulated  
图 5. 边界绝缘情况下电势分布图

$$\begin{cases} \nabla^2 \Phi = 0 \\ \Phi|_{\Gamma} = V_0 \\ \Phi|_{x^2+(y-b)^2=r_0^2} = V, \quad \Phi|_{x^2+(y+b)^2=r_0^2} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中  $V_0$  分别设置为 0、5、10，模拟结果如下

由图6~8可以看出当设置边界处的电势为恒定值时，边界将对两导线之间的电势分布产生较大的影响。图6表明边界电势为0V时电流多由电势高的导线流向了电势为0V的上边界，边界对电流密度的分布产生了较大的影响，从而使得此种场不能模拟两平行长直圆导线的电势分布情况。图7表明当边界电势为5V时，电流密度在导线与边界、导线与导线之间均较大，边界对电流场分布的影响亦不可忽略。图8所示结果与图6结果类似，当边界的电势为10V时，电流多由边界流向低电势导线，边界对电流场的分布不可忽略。

### 2.3.3. 边界非绝缘条件下电势分布的计算机模拟

在边界处绝缘的条件下，电势沿着边界的外法线方向导数为0，但当边界处不绝缘时，该方向导数不为0，电势分布满足的方程为

$$\begin{cases} \nabla^2 \Phi = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n}|_{\Gamma} = \gamma \\ \Phi|_{x^2+(y-b)^2=r_0^2} = V, \quad \Phi|_{x^2+(y+b)^2=r_0^2} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

设定边界条件，得到模拟结果如图9所示。

边界非绝缘的情况使得整体电势的分布失去了两平行长直圆导线电场应具有的对称性，电流多由电势高的电极从边界流出，使得电势的分布上下不对称。

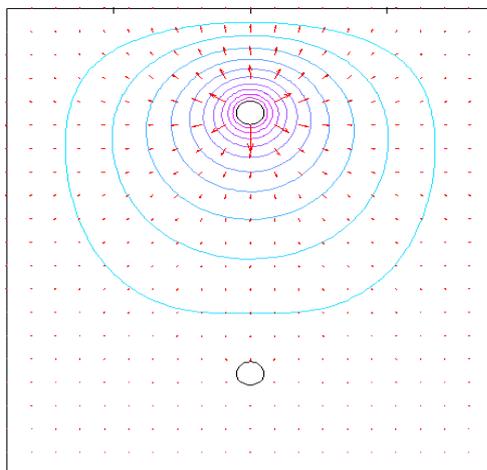


Figure 6. Electric potential under the condition that  $V_0 = 0$   
图 6. 边界电势为 0 V 时的电势分布

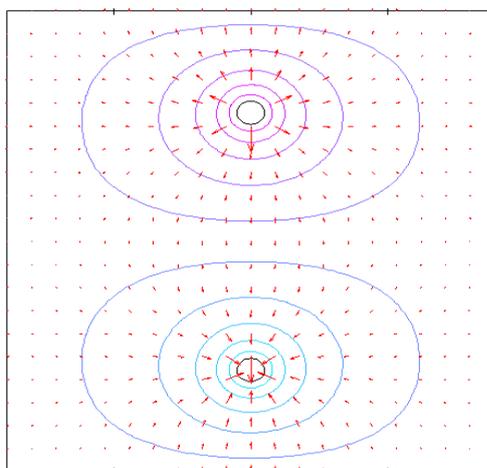


Figure 7. Electric potential under the condition that  $V_0 = 5$   
图 7. 边界为 5 V 时得电势分布图

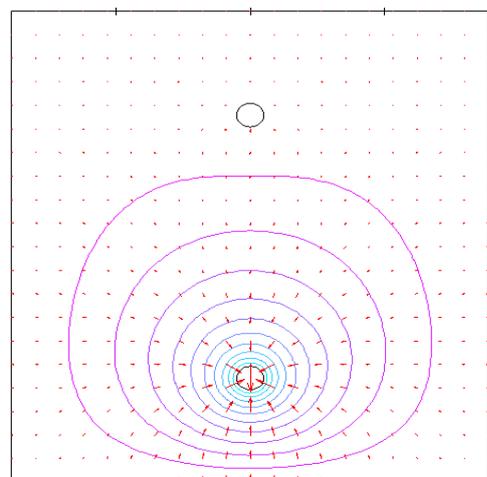


Figure 8. Electric potential under the condition that  $V_0 = 10$   
图 8. 边界为 10 V 时的电势分布图

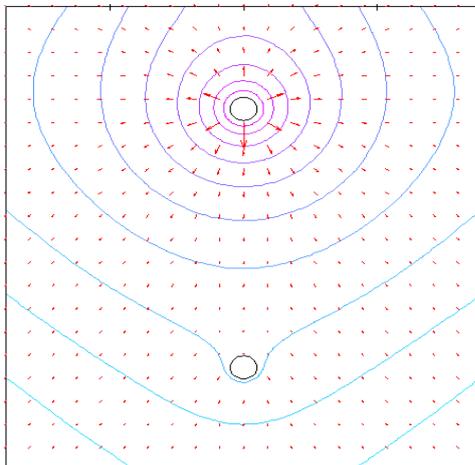


Figure 9. Electric potential under the condition that the boundary is not insulated  
图 9. 边界非绝缘情况下电势分布图

### 2.3.4. 讨论

在理想的无限长直圆导线模型中，电场线可从带正电的一条长直圆导线发出而终止于带负电的长直圆导线或无穷远处。当稳恒电流场的边界为无穷大时，电流场的电势分布情况将与静电场的电势分布情况完全一致，但是由于实验条件限制，稳恒电流场的边界有限，只能通过控制边界条件使模拟场与静电场的电势分布充分的接近。

通过模拟绝缘边界条件、等电势边界条件和非绝缘边界条件情况下的电势分布情况，得出绝缘边界条件所反映的电场分布更能够描述实际电场的分布情况。在这种情况下，电流密度矢量只能由正极发出并终止于负极，因此两平行长直圆导线电势分布与稳恒电流场电势分布产生差异的原因仅为此时稳恒电流场的电流密度矢量不能从高电势电极发出而终止于无穷远处。图2与图5两图电势分布的相似性较大，得出绝缘边界条件对电势分布造成的影响是十分微小的，具有绝缘边界条件的电流场可以近似的描述静电场的电势分布。

## 3. 结论

本文理论上计算了两长直圆导线电势分布，通过模拟法测绘静电场实验测绘了绝缘边界条件下的电势分布，使用计算机分别模拟了绝缘边界条件、等电势边界条件和非绝缘边界条件下的电势分布情况，比较得出绝缘边界条件较其他边界条件能够较为真实的反应实际静电场的电势分布情况。模拟法测绘静电场实验设置绝缘边界条件对静电场进行模拟是合理的。

## 基金项目

教育部高等学校教学研究项目(DWJZW201522hd)、中国石油大学(华东)教学改革重大项目和研究性教学改革项目(JYA201402; 2015); 大学生创新计划项目(201610425066)。

## 参考文献 (References)

- [1] 夏灵勇. Hermite 插值有限元在静电场中的应用[D]: [硕士学位论文]. 太原: 华北电力大学, 2011.
- [2] 杨英. 关于电场等势线电力线的求解与描述及电荷禁闭部分内容的研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2006.
- [3] 周林. 解析法及有限差分法在静电场中的部分应用[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆师范大学, 2008.
- [4] 郑勤红. 分离圆柱面与偏心圆柱面静电场问题的镜象解[J]. 大学物理, 2005, 24(11): 18-24.

- 
- [5] 李书光, 张亚萍, 朱海丰. 大学物理实验[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 109-115.
- [6] 袁升兴. 模拟法测绘静电场实验的几个问题[J]. 郑州工学院学报, 1990, 11(4): 112-115.
- [7] 邵静, 吕长军, 竺江峰. 静电场描绘的一种改进方法[J]. 大学物理实验, 2014, 27(4): 48-51.
- [8] 余景侠. 模拟静电场自动测绘系统的设计[J]. 实验科学与技术, 2013, 11(5): 222-261.
- [9] 贾瑞皋, 薛庆忠. 电磁学[M]. 第二版. 北京: 高等教育出版社, 2011: 8-40.
- [10] 关继腾, 郑海霞. 电动力学[M]. 第2版. 东营: 中国石油大学出版社, 2015: 68-75.

**期刊投稿者将享受如下服务:**

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>