

Study about Two-Spring-Two-Piston Constitutive Model Describing Visco-Elastic Behavior of PA66, PMMA and POM

Chuanhui Huang, Lei Zhang, Qian Wang, Xinghua Lu

Department of Mechanical Engineering, Xuzhou Institute of Technology, Xuzhou Jiangsu
Email: huangch2008@xzit.edu.cn

Received: Aug. 16th, 2016; accepted: Aug. 30th, 2016; published: Sep. 2nd, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

The visco-elastic constitutive model comprising of two-spring-two-piston was put forward; creep equation and stress relaxation equation were deduced in this paper. The creep and relaxation characteristics of PA66, PMMA and POM were studied on CETR UMT-2 tester and LKDM-2000 wear tester. According to testing results, comparing analysis showed that two-spring-two-piston constitutive model can described effectively visco-elastic behavior of PA66, PMMA and POM.

Keywords

Constitutive Model, PA66, PMMA, POM, Visco-Elastic

双弹簧双活塞本构模型在尼龙PA66、聚甲基丙烯酸甲酯、聚甲醛黏弹特性表征中的应用研究

黄传辉, 张磊, 王前, 陆兴华

徐州工程学院, 机电工程学院, 江苏 徐州
Email: huangch2008@xzit.edu.cn

收稿日期: 2016年8月16日; 录用日期: 2016年8月30日; 发布日期: 2016年9月2日

文章引用: 黄传辉, 张磊, 王前, 陆兴华. 双弹簧双活塞本构模型在尼龙 PA66、聚甲基丙烯酸甲酯、聚甲醛黏弹特性表征中的应用研究[J]. 力学研究, 2016, 5(3): 103-109. <http://dx.doi.org/10.12677/ijm.2016.53009>

摘要

本文提出了一种新型的双弹簧、双活塞黏弹性本构模型,推导了相应的蠕变方程和应力松弛方程。在CETR UMT-2型试验机及LKDM-2000轮廓摩擦磨损仪上考察了尼龙PA66、聚甲基丙烯酸甲酯及聚甲醛的蠕变、松弛特性。实验表明该本构模型能较好地反映这三种聚合物材料的黏弹性质。

关键词

本构模型, PA66, 聚甲基丙烯酸甲酯, 聚甲醛, 黏弹性

1. 引言

尼龙 PA66、聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)和聚甲醛(POM)在工程中有着广泛应用, 它们的黏弹性质对其承受载荷时的应力分布及这一分布随时间变化的函数关系具有重要影响, 并会决定材料的使用领域及疲劳寿命[1] [2]。聚合物材料的黏弹力学性能如剪切模量、损耗模量、损耗因子等受环境温度、振动频率、应变幅值等影响很大, 这使得其本构关系的建立非常复杂[3] [4]。经典的 Maxwell 模型能够解释在大的流变速率下高分子链发生大的取向, 以及该现象对应力松弛的影响等问题, 但该模型必须保持恒定的外加应变, 因此其无法描述高聚物的蠕变行为; Voigt 模型虽能够很好地解释高弹体的蠕变行为及描述蠕变过程, 但要使模型建立一个瞬间应变需要无限大的力, 且去掉外加应力后, 其表达的形变可以慢慢完全恢复, 即没有黏性形变, 这也是与实际情况不符的; 标准线性固体模型虽然能够描述黏弹性材料的蠕变及松弛特性, 但不能确切地描述频率对黏弹性材料力学性能的影响规律, 并且没有体现出温度的影响[4]-[7]。Kasai 等提出的四参数模型能够描述频率对黏弹性材料性能的影响, 但模型中参数的物理意义不明确, 而且计算公式较为繁杂, 因此在实际的分析中很少采用[8]。文献[9]在修改胡宗翰模型[10]的基础上提出了一种双弹簧、双活塞组成的力学模型, 并通过分析认为只要合理调节两个活塞与活塞筒内壁之间液体的黏度 η_1 、 η_2 及两个弹簧的刚度 K_1 及 K_2 , 就能够较好地表达聚合物的蠕变、松弛过程, 这为聚合物黏弹性质的数学描述开辟了新的视野。

本文提出了一种新型的双弹簧、双活塞黏弹性本构模型, 推导了相应的蠕变方程和应力松弛方程, 并利用这一模型表征了 PA66、PMMA 和 POM 的蠕变、松弛特性。

2. 本构模型的建立

本文采用的双弹簧、双活塞黏弹性本构模型如图 1 所示。

图 1 中各参数为: η_1 —黏壶 1 的黏性系数; η_2 —黏壶 2 的黏性系数; E_1 —弹簧 1 的弹性模量; E_2 —弹簧 2 的弹性模量, 其中 $\eta_1 \gg \eta_2$ 。

该模型受到载荷时, 材料的弹性行为主要由弹簧 1 表征, 黏性行为主要由黏壶 1 表征; 当外载荷去除后, 由于弹簧 2 和黏壶 2 的应变矢量和等于黏壶 1 的应变, 弹簧 2 转化成激励源, 黏壶 2 所发生的应变在弹簧 2 的作用下慢慢趋于稳定, 则 E_2 可用来表征应力松弛, η_2 表征蠕变行为。

在该模型中, 系统总的应力可表示为:

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 + \sigma_3 \quad (1)$$

其中: $\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1$, $\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{\sigma_2}{\eta_1}$, $\sigma_3 = E_2 \varepsilon_3$, $\frac{d\varepsilon_4}{dt} = \frac{\sigma_4}{\eta_2}$

式中: σ —系统总应力; σ_1 —弹簧 1 的应力; σ_2 —黏壶 1 的应力; σ_3 —弹簧 2 的应力; ε —系统总的应变;

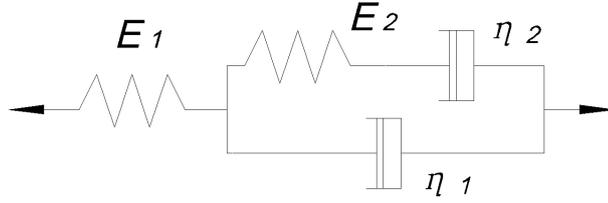


Figure 1. Schematic drawing of the constitutive model

图 1. 本构模型示意图

ε_1 —弹簧 1 的应变； ε_2 —黏壶 1 的应变； ε_3 —弹簧 2 的应变； ε_4 —黏壶 2 的应变；
系统的总应变为：

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2)$$

其中： $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4$

将(1)式代入(2)式，两边分别求导得：

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma - E_2\varepsilon_3}{\eta_1} \quad (3)$$

$$\frac{\sigma - E_2\varepsilon_3}{\eta_1} = \frac{d\varepsilon_3}{dt} + \frac{E_2\varepsilon_3}{\eta_2} \quad (4)$$

将(3)式、(4)式进行拉普拉斯变换，消去 $\varepsilon_3(s)$ 得：

$$\varepsilon(s) \cdot s = \frac{1}{E_1} \sigma(s) \cdot s + \frac{\sigma(s)}{\eta_1} - \frac{E_2}{\eta_1} \frac{\sigma(s)}{\eta_1} \frac{1}{s + \frac{E_2}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_1}} = \sigma(s) \left[\frac{s}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} - \frac{E_2}{\eta_1^2} \frac{1}{s + \frac{E_2}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_1}} \right] \quad (5)$$

(5)式即为模型的本构方程。

材料在蠕变过程中，应力可表示为：

$$\sigma = \sigma_0 H(t), \quad H(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}, \quad \sigma(s) = \frac{\sigma_0}{s}$$

代入本构方程得：

$$\varepsilon(s) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E_1 s} + \frac{1}{\eta_1} \frac{1}{s^2} - \frac{E_2}{\eta_1^2} \frac{1}{s^3 + \frac{E_2 s^2}{\eta_2} + \frac{E_2 s^2}{\eta_1}} \right] \quad (6)$$

式(6)进行反拉氏变换得：

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \sigma_0 H(t) \left\{ \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} - \frac{E_2 \left[\eta_1 \left(e^{\frac{E_2 + \eta_2 t}{\eta_1}} - 1 \right) + (E_2 + \eta_2)t \right]}{\eta_1 (E_2 + \eta_2)^2} \right\} \\ &= \sigma_0 H(t) \left\{ \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{E_2}{(E_2 + \eta_2)^2} - \frac{E_2 e^{\frac{E_2 + \eta_2 t}{\eta_1}}}{(E_2 + \eta_2)^2} - \frac{E_2 t}{\eta_1 (E_2 + \eta_2)} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

材料在松弛过程中，应变可表示为：

$$\varepsilon = \varepsilon_0 H(t), \quad H(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}, \quad \varepsilon(s) = \frac{\varepsilon_0}{s}$$

代入本构方程得：

$$\varepsilon_0 = \sigma(s) \left(\frac{s}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} - \frac{E_2}{\eta_1^2} \frac{1}{s + \frac{E_2}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_1}} \right)$$

$$\sigma(s) = \varepsilon_0 \left(\frac{1}{\frac{s}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} - \frac{E_2}{\eta_1^2} \frac{1}{s + \frac{E_2}{\eta_2} + \frac{E_2}{\eta_1}}} \right) \quad (8)$$

将式(8)进行反拉氏变换得：

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 H(t) \left\{ \frac{1}{\Delta} \left[E_1 (-E_1 \eta_1 + \eta_1 (E_2 + \eta_2) + \Delta) e^{-\frac{E_1 \eta_1 + \eta_1 (E_2 + \eta_2) - \Delta t}{2\eta_1^2}} \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. + (E_1 \eta_1 - \eta_1 (E_2 + \eta_2) + \Delta) e^{-\frac{E_1 \eta_1 + \eta_1 (E_2 + \eta_2) + \Delta t}{2\eta_1^2}} \right] \right\} \quad (9)$$

式中： $\Delta = \sqrt{\eta_1^2 [-4E_1\eta_2 + (E_1 + E_2 + \eta_2)^2]}$ 。

3. 蠕变、松弛实验

PA66、PMMA 和 POM 材料均采用成品棒材，经车削加工成 $\Phi 10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ 的圆柱体，试件表面粗糙度均为 $Ra = 0.4 \mu\text{m}$ 。蠕变及松弛实验在 CETR UMT-2 型多功能试验机及 LKDM-2000 轮廓摩擦磨损仪上进行。实验温度 18°C ，湿度 53%。蠕变实验载荷分别为 50 N、100 N，加载后在 60 min 内持续测量试件的压缩变形量。松弛实验中，在试件上分别施加载荷 50 N、100 N 后，固定试件的压缩变形量，在 60 min 内持续测量试件内部的压应力。试件的变形量、应力等实验数据由试验机数据系统记录。

4. 结果与讨论

PA66、PMMA 和 POM 的蠕变、松弛特性如图 2 所示。可以看出，在松弛实验中，虽然应变保持不变，但三种聚合物材料的内部应力均随着时间的推移而逐渐减小，60 min 内 PA66 分别衰减了 19.8% (50N)、14.87% (100N)，PMMA 分别衰减了 8.25% (50N)、10.76% (100N)，POM 分别衰减了 12.9% (50N)、14.1% (100N)。蠕变实验中可见在加载的瞬间，三种聚合物材料均发生了较大的应变，其后虽载荷不变，但随时间推移，应变呈继续增加的趋势。相对于 PMMA 和 POM，PA66 的蠕变特性更加明显。

利用双弹簧、双活塞四参数模型分别对 PA66、PMMA 和 POM 的蠕变、松弛实验结果进行模拟，结果如图 3 所示。可以看出，计算结果数据能很好地模拟三种聚合物材料的蠕变、松弛行为，能够正确表达材料的黏弹特性。这为聚合物黏弹性质的数学描述开辟了新的途径。

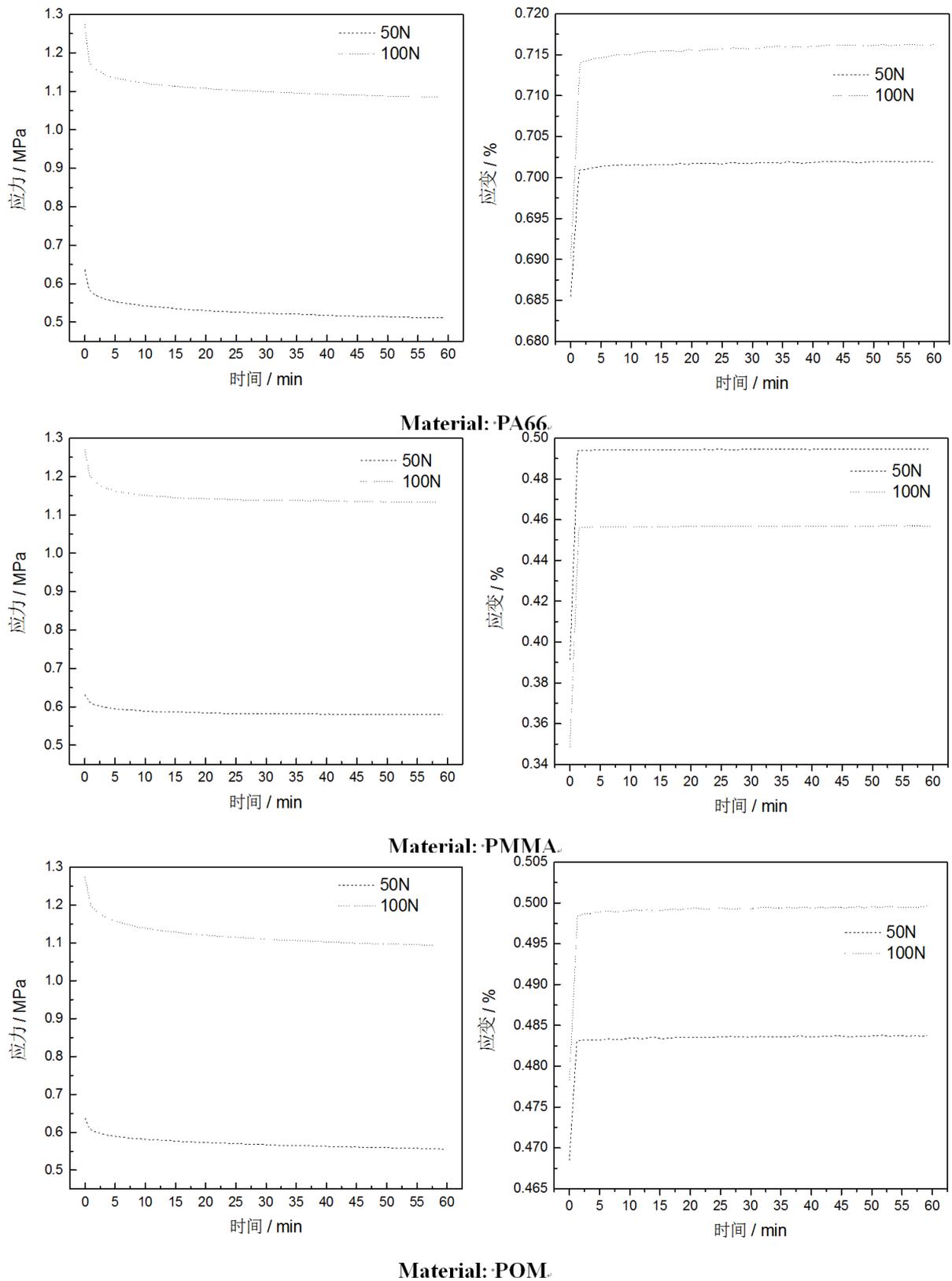


Figure 2. Relaxation and creep characteristic of PA66, PMMA and POM

图 2. PA66、PMMA 和 POM 的松弛、蠕变特性

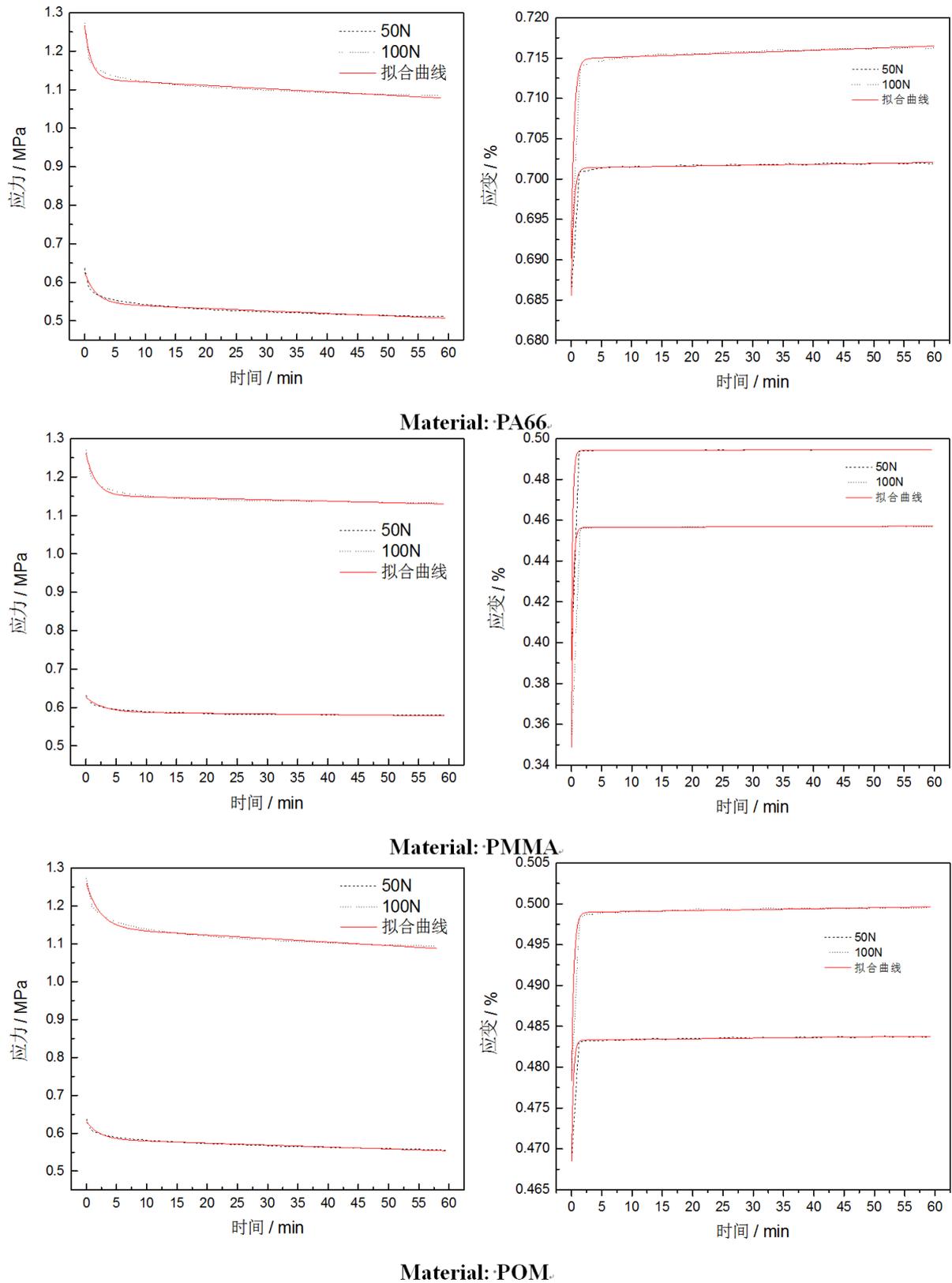


Figure 3. The comparing analysis of calculated results and testing data

图 3. 计算结果与实验数据的对比分析

5. 结论

- 1) 推导了双弹簧、双活塞黏弹性力学模型的本构方程及蠕变方程、松弛方程。
- 2) PA66、PMMA 和 POM 在蠕变、松弛实验中表现出显著的黏弹特性。
- 3) 理论计算结果及实验事实表明，双弹簧、双活塞黏弹性力学模型能较好地反应 PA66、PMMA 和 POM 的蠕变、松弛行为。

基金项目

国家自然科学基金资助项目，编号 51275514；清华大学摩擦学国家重点实验室开放基金资助项目，编号 SKLTKF10B09。

参考文献 (References)

- [1] Bahadur, S. and Gong, D. (1993) The Transfer and Wear of Nylon and CuS-Nylon Composites: Filler Proportion and Counterface Characteristics. *Wear*, **162-164**, 397-406.
- [2] Bahadur, S., Gong, D. and Anderegg, J.W. (1996) Investigation of the Influence of CaS, CaO and CaF₂ Fillers on the Transfer and Wear of Nylon by Microscopy and XPS Analysis. *Wear*, **197**, 271-279.
[http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648\(96\)06985-2](http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648(96)06985-2)
- [3] Bhattacharya, S.K. 金属填充聚合物[M]. 杨大川, 刘美珠, 译. 北京: 中国石化出版社, 1992: 8-50.
- [4] 杨挺青. 粘弹性力学[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990: 8-19.
- [5] Bower, A.F. and Johnson, K.L. (1989) The Influence of Strain Hardening on Cumulative Plastic Deformation in Rolling and Sliding Line Contact. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **37**, 471-493.
[http://dx.doi.org/10.1016/0022-5096\(89\)90025-2](http://dx.doi.org/10.1016/0022-5096(89)90025-2)
- [6] 马麦斯捷尔, A.K., 达穆日, B.И., 捷捷尔斯, Г.А. 聚合物与复合材料力学[M]. 刘统畏, 张玉坤, 王虹, 译. 北京: 新时代出版社, 1988: 187-219.
- [7] 杨绪灿, 杨桂通, 徐秉业. 粘塑性力学概论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1985: 35-49.
- [8] Kasai, K., Munshi, J.A., Lai, M.L., et al. (1993) Proceedings of ATC-17-1 on Seismic Isolation. *Energy Dissipation and Active Control*, **2**, 521-532.
- [9] 曾广胜, 瞿金平. 聚合物粘弹性及其力学模型[J]. 华南理工大学学报, 2005, 33(2): 14-17.
- [10] 胡宗翰. 蚕丝的粘弹力学模型[J]. 四川丝绸, 1999, 80(3): 14-18.

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>