

# Application of an Improved Selecting Weight Iterative Algorithm in Point Cloud Data Fitting

Nianwu Deng<sup>1</sup>, Meng Li<sup>1,2</sup>, Weiling Hu<sup>3</sup>

<sup>1</sup>School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan University, Wuhan Hubei

<sup>2</sup>Guizhou Water Conservancy and Hydropower Survey and Design Institute, Guiyang Guizhou

<sup>3</sup>Wuhan Metro, Wuhan Hubei

Email: nwdeng@163.com, mengli\_ariel@163.com

Received: Oct. 2<sup>nd</sup>, 2018; accepted: Oct. 18<sup>th</sup>, 2018; published: Oct. 25<sup>th</sup>, 2018

---

## Abstract

To fit the point cloud data with massive outliers, an improved selecting weight iterative algorithm is proposed: the robust initial value is obtained by using the least trimmed squares algorithm, and the number of iterations is judged by the mixed total least squares algorithm; the parameters of the plane fitting and spherical surface fitting are calculated by the method. The result shows: the better parameters are achieved even if the percentage of outliers is high.

## Keywords

Point Cloud Data Fitting, Selecting Weight Iteration Algorithm, Outliers, Least Trimmed Squares Algorithm, Mixed Total Least Squares Algorithm

---

# 一种改进的选权迭代算法在点云数据拟合中的应用

邓念武<sup>1</sup>, 李萌<sup>1,2</sup>, 胡魏玲<sup>3</sup>

<sup>1</sup>武汉大学水利水电学院, 湖北 武汉

<sup>2</sup>贵州省水利水电勘测设计研究院, 贵州 贵阳

<sup>3</sup>武汉地铁集团有限公司, 湖北 武汉

Email: nwdeng@163.com, mengli\_ariel@163.com

收稿日期: 2018年10月2日; 录用日期: 2018年10月18日; 发布日期: 2018年10月25日

## 摘要

针对粗差含量较高的点云数据拟合,提出了改进的选权迭代算法:通过最小截断二乘获取稳健的初值,在迭代过程中利用混合总体最小二乘估计控制迭代次数。将该改进算法运用在点云数据平面和球面拟合中的结果表明:该方法在粗差含量较高时仍具有很好的拟合结果。

## 关键词

点云数据拟合, 选权迭代算法, 粗差, 最小截断二乘算法, 混合总体最小二乘

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

为了进行目标的三维重建,一般利用三维激光扫描仪或全站扫描仪对目标进行扫描[1],快速获取目标的点云数据,然后对点云数据进行特征面拟合,得到目标的几何模型。特征面拟合方法一般有最小二乘估计、总体最小二乘估计、混合总体最小二乘估计等,对于含有粗差的点云拟合,常用的方法有稳健特征值法[2]、随机一致性抽样法[3]和选权迭代法[4]等。

选权迭代法采用一个增长慢的函数  $\rho(v_i)$  代替残差平方和  $v_i^2$  进行最小二乘平差,通过迭代的方式来减小粗差点的权值从而平滑粗差对平差结果的影响[5]。但当粗差含量达到一定限度时,选权迭代法得到的几何基元将偏离基准值。鉴于此,有必要对选权迭代法进行改进:一方面,在选权迭代拟合算法中引入最小截断二乘估值作为选权迭代的初值,以有效提高算法的稳健性;另一方面,在迭代评判标准上,利用混合总体最小二乘估计代替最小二乘估计,其中混合总体最小二乘同时考虑了拟合模型中系数矩阵和观测向量存在误差。通过上述改进,拟合精度将得到提高。

## 2. 改进的选权迭代拟合算法

### 2.1. 基于最小截断二乘的参数初值估计

最小截断二乘(Least Trimmed Squares, LTS)是一种稳健估计方法,与最小二乘估计中使目标函数中所有观测值的残差平方和达到最小不同,LTS估计主要思想是将观测值的残差平方和升序排列,并取排在前半的残差平方和最小时对应的估值作为最优估计值。由于LTS估计对局外点的影响不敏感,可以达到50%的崩溃点,因此它具有很强的稳健性[6]。

利用最小截断二乘法进行稳健初值估计时需要考虑全部观测值中任意截断个数的所有组合,由于点云数据量大,故可采用随机抽样法对LTS估值做近似计算,具体实现操作如下:

- 1) 从点云数据集(总个数为  $p$ )中随机抽取  $n + 1$  个点( $n$  为确定拟合模型参数所需的最少点个数),利用最小二乘法估计参数;
- 2) 计算点云中所有点在到每次抽样估计模型中的残差,对残差平方进行升序排序,计算前  $h(h = \text{int}(p + n + 1)/2)$  个残差的平方和作为抽样拟合质量的评价指标。
- 3) 确定抽样次数  $N$ ,重复  $N$  次上述计算,选取残差平方和最小所对应的模型参数作为选权迭代估计

的初值。

## 2.2. 权函数的选取

选权迭代法中常用的权函数主要有 Huber 权函数、Hampel 权函数、丹麦权函数和 IGG 系列权函数等。考虑到 Huber 权函数和丹麦权函数没有淘汰段，抗差能力与其他函数相比较弱，而 Hampel 权函数表达形式更为复杂，模型选择 IGG III 方案作为算法的权函数[7]。

$$\bar{p}_i = \begin{cases} p_i & |v_i/m_v| \leq k_0 \\ \frac{k_0}{|v_i/m_v|} \left( \frac{k_1 - |v_i/m_v|}{k_1 - k_0} \right) p_i & k_0 < |v_i/m_v| \leq k_1 \\ 0 & k_1 < |v_i/m_v| \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\bar{p}_i$  为等价权对角元素； $p_i$  为前一次迭代计算所得权值，对于几何基元点云数据拟合，认为观测数据为等精度测量，故设定初始权矩阵为单位阵； $v_i$  为残差，迭代开始前的残差以最小二乘估计计算求得； $m_v$  为中误差； $k_0$ 、 $k_1$  为常数，一般取  $k_0 = 1.5$ ， $k_1 = 2.5$ 。

## 2.3. 选权迭代终止条件

利用混合总体最小二乘进行参数估计。当本次估计参数与前次估计参数的差值小于设定值时迭代终止。

混合总体最小二乘法是将最小二乘法和总体最小二乘法结合起来，不仅解决了观测向量和系数矩阵存在随机误差时的参数估计，还顾及到系数矩阵中存在常数项的问题[8]。

总体最小二乘的观测方程为  $(A + \Delta_A)X = L + \Delta_L$ ，当系数矩阵  $A$  中存在常数项时，可以对系数矩阵  $A$  进行分块，即  $A = [A_1 A_2]$ ，其中  $A_1$  为系数矩阵的常数列， $A_2$  为除去常数列后的系数矩阵。相对应的未知数  $X$  分块为  $X = [X_1 X_2]^T$ ，其中  $X_1$  为  $A_1$  相对应的未知参数构成的矩阵， $X_2$  为  $A_2$  相对应的未知参数构成的矩阵。混合总体最小二乘的观测方程为： $A_1 X_1 + (A_2 + \Delta_{A_2}) X_2 = L + \Delta_L$ 。

## 2.4. 执行迭代

以最小截断二乘的参数估计为初始参数，以单位权作为初始权函数，进行选权迭代计算，利用混合总体最小二乘进行迭代参数估值，当前后两次迭代参数估值的差小于某一较小数时，迭代停止，此时将后一次得到的参数估值输出作为模型参数的最优解。

根据上述步骤，改进的选权迭代算法可以由图 1 所示。

## 3. 点云数据空间平面数据拟合算例分析

为验证改进的选权迭代拟合算法在点云数据平面拟合中的有效性，自选平面方程  $z = -1.70998x - 1.73205y + 14.14214$ ，利用 MATLAB 编程进行拟合仿真实验。

随机从自选平面中随机抽取 5000 个点组成平面点云数据，将模拟点三维坐标  $(x, y, z)$  方向上均加入随机误差  $v \sim N(0, 0.002)$  形成非粗差点，点云数据如图 2 所示。分别用于选权迭代法和改进的选权迭代法进行参数拟合，结果见表 1 和表 2 中粗差含量为 0% 的拟合结果。

设定粗差比例从 5% 逐次增加到 30% 共模拟 6 组数据，分别利用选权迭代法和改进的选权迭代拟合算法对平面进行拟合，结果见表 1 和表 2。

实验发现，当不含粗差或粗差较小时，这两种方法均能较好地进行平面拟合，且精度较高，当粗差含量增大时，利用选权迭代法拟合平面精度逐渐降低，而改进的选权迭代拟合算法结果仍能保持很高的精度。

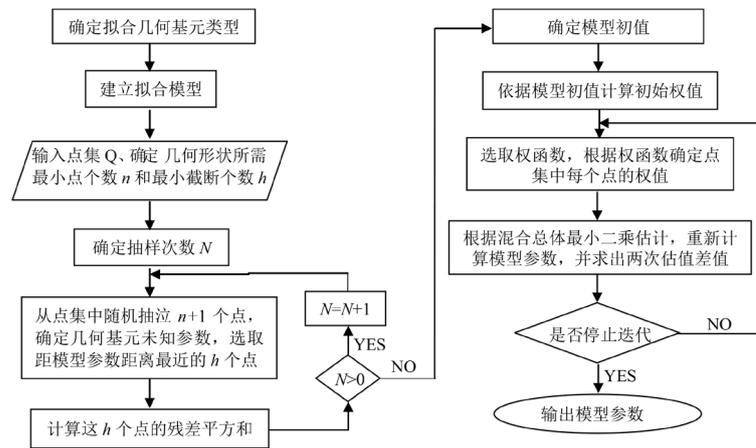


Figure 1. Flowchart of improved selecting weight iterative algorithm  
图 1. 改进的选权迭代拟合算法流程图

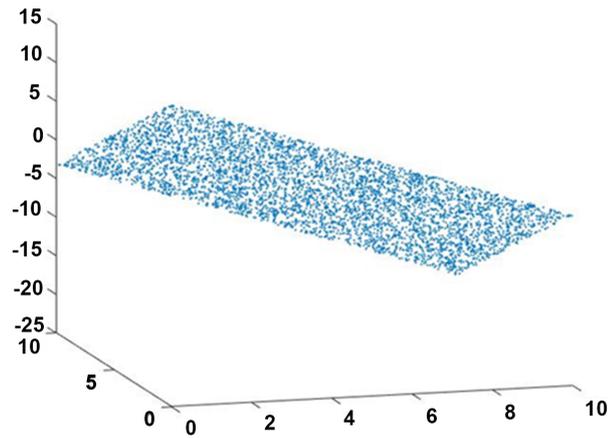


Figure 2. Simulated plane point cloud data  
图 2. 模拟平面点云数据

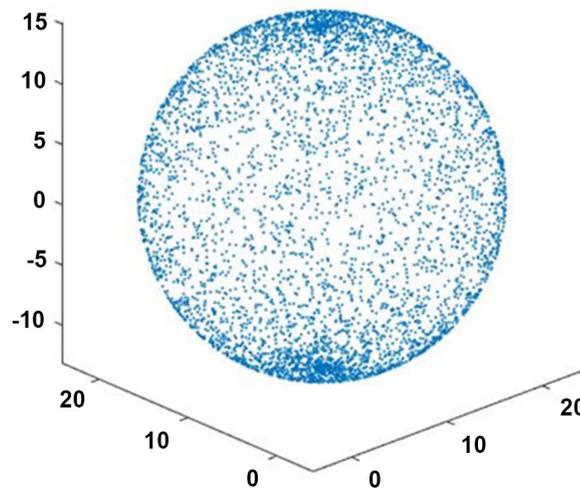


Figure 3. Simulated sphere point cloud data  
图 3. 模拟球面点云数据

**Table 1.** Plane fitting results of different gross errors under selecting weight iterative algorithm  
**表 1.** 各粗差含量下选权迭代法平面拟合结果

粗差含量	a	$\Delta a$	b	$\Delta b$	c	$\Delta c$
0%	-1.70997	0.00001	-1.73196	0.00009	14.14163	-0.00051
5%	-1.70901	0.00097	-1.73067	0.00138	14.13920	-0.00294
10%	-1.70178	0.00820	-1.72592	0.00613	14.12973	-0.01241
15%	-1.70223	0.00775	-1.71821	0.01384	14.11785	-0.02429
20%	-1.69908	0.01090	-1.71208	0.01997	14.11875	-0.02339
25%	-1.69627	0.01371	-1.70850	0.02355	14.11378	-0.02836
30%	-1.69507	0.01491	-1.70642	0.02563	14.09013	-0.05201

**Table 2.** Plane fitting results of different gross errors under improved selecting weight iterative algorithm  
**表 2.** 各粗差含量下改进的选权迭代拟合算法平面拟合结果

粗差含量	a	$\Delta a$	b	$\Delta b$	c	$\Delta c$
0%	-1.70997	0.00001	-1.73199	0.00006	14.14190	-0.00024
5%	-1.70995	0.00003	-1.73204	0.00001	14.14196	-0.00018
10%	-1.70999	-0.00001	-1.73206	-0.00001	14.14211	-0.00003
15%	-1.71002	-0.00004	-1.73206	-0.00001	14.14242	0.00028
20%	-1.71001	-0.00003	-1.73210	-0.00005	14.14252	0.00038
25%	-1.71000	-0.00002	-1.73209	-0.00004	14.14246	0.00032
30%	-1.70999	-0.00001	-1.73208	-0.00003	14.14231	0.00017

**Table 3.** Sphere fitting results of different gross errors under selecting weight iterative algorithm  
**表 3.** 各粗差含量下选权迭代法球面拟合结果

粗差含量	$x_0$	$\Delta x_0$	$y_0$	$\Delta y_0$	$z_0$	$\Delta z_0$	$R_0$	$\Delta R_0$
0%	9.99999	-0.00001	9.99995	-0.00005	0.99988	-0.00012	14.14211	-0.00002
5%	10.00005	0.00010	10.00002	0.00000	1.00005	0.00005	14.14205	-0.00008
10%	10.00060	0.00060	10.00040	0.00040	1.00072	0.00072	14.14211	-0.00002
15%	10.00093	0.00093	10.00312	0.00312	1.00393	0.00393	14.14224	0.00011
20%	10.01005	0.01005	10.00784	0.00784	1.00933	0.00933	14.14208	-0.00005
25%	10.02539	0.02539	10.02502	0.02502	1.02694	0.02694	14.14085	-0.00128
30%	10.04310	0.04310	10.04861	0.04861	1.04941	0.04941	14.14246	0.00033

**Table 4.** Sphere fitting results of different gross errors under improved selecting weight iterative algorithm  
**表 4.** 各粗差含量下改进的选权迭代拟合算法球面拟合结果

粗差含量	$x_0$	$\Delta x_0$	$y_0$	$\Delta y_0$	$z_0$	$\Delta z_0$	$R_0$	$\Delta R_0$
0%	9.99997	-0.00003	9.99992	-0.00008	0.99990	-0.00010	14.14214	0.00000
5%	9.99994	-0.00006	10.00003	0.00003	0.99999	-0.00001	14.14209	-0.00004
10%	9.99999	-0.00001	10.00004	0.00004	0.99999	-0.00001	14.14212	-0.00001
15%	9.99987	-0.00013	10.00000	0.00000	0.99997	-0.00003	14.14211	-0.00002
20%	9.99996	-0.00004	9.99995	-0.00005	0.99999	-0.00001	14.14209	-0.00004
25%	10.00000	0.00000	9.99992	-0.00008	0.99998	-0.00002	14.14211	-0.00002
30%	9.99995	-0.00005	9.99997	-0.00003	1.00006	0.00006	14.14209	-0.00004

#### 4. 点云数据球面数据拟合算例分析

与空间平面拟合类似, 为验证改进的选权迭代拟合算法用于球面点云数据拟合的有效性, 自选球面方程  $(x-10)^2 + (y-10)^2 + (z-1)^2 = 200$ , 利用 MATLAB 编程进行拟合仿真实验。

从自选平面中随机抽取 5000 个点组成球面点云数据, 同样在所有模拟点三维坐标  $(x, y, z)$  方向上均加入随机误差  $v \sim N(0, 0.002)$  形成非粗差点, 点云数据如图 3 所示。

设定粗差比例从 5% 逐次增加到 30% 共模拟 6 组数据, 分别利用选权迭代法和改进的选权迭代拟合算法对球面进行拟合, 结果见表 3 和表 4。实验结果发现, 当粗差含量增多时, 利用选权迭代法拟合球面精度逐渐降低, 而改进的选权迭代拟合算法结果仍能保持很高的精度。

#### 5. 结束语

改进的选权迭代法首先通过最小截断二乘获取稳健的初值, 其次在迭代过程中利用混合总体最小二乘估计控制迭代次数, 综合考虑了系数矩阵和观测向量的误差。经过这两次改进, 在粗差含量较高时也能获得很好的拟合结果。试验结果表明: 当粗差含量不高时, 采用选权迭代法和改进的选权迭代法均能获得较好的平面和球面拟合模型。当粗差含量逐步增加时, 选权迭代模型随粗差含量的增加而导致拟合效果下降, 而改进的选权迭代法仍然得到理想的拟合结果。

#### 参考文献

- [1] 邓念武, 李萌. 实物逆向工程中全站扫描仪精度分析[J]. 测绘通报, 2016(3): 146-147.
- [2] 官云兰, 程效军, 施贵刚. 一种稳健的点云数据平面拟合方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2008, 36(7): 981-984.
- [3] 游俊甫. 基于 RANSAC 的点云数据特征提取[D]: [硕士学位论文]. 抚州: 东华理工大学, 2015.
- [4] 李明磊, 李广云, 王力. 点云平面拟合新方法[C]//全国工程测量 2012 技术研讨交流论文集. 2012.
- [5] 周江文. 抗差最小二乘法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997.
- [6] 杨飏, 张曾科, 孙政顺. 基于 LTS 稳健初值的选权迭代法[J]. 科学技术与工程, 2005(22): 30-33, 37.
- [7] 程效军, 李杰. 具有最小截断二乘稳健初值的点云平面拟合算法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2015, 43(9): 1419-1424.
- [8] 龚循强, 李志林. 一种利用 IGG II 方案的稳健混合总体最小二乘方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(4): 462-466.

#### 知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2329-549X, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: [gst@hanspub.org](mailto:gst@hanspub.org)