

大型汽轮机转子的发展中裂纹对刚度的影响

韩嘉桢, 彭慧春

华北电力大学数理学院, 北京
Email: hanjiazhen1996@163.com

收稿日期: 2020年11月28日; 录用日期: 2020年12月23日; 发布日期: 2020年12月30日

摘要

本文考虑了大型汽轮机转子在高转速时, 裂纹转子系统存在裂纹生长的情况, 研究了陀螺效应对于大型汽轮机转子发展中裂纹的刚度的影响, 并针对发展中的裂纹, 建立了相应裂纹转子系统的三维陀螺力矩模型和三维刚度模型。进一步研究了质量偏心距、质量偏心角和陀螺力矩对裂纹转子的刚度的影响, 得到了裂纹转子系统在三维陀螺力矩、质量偏心和偏心角耦合作用下的高转速转子在裂纹发展的情况下的刚度变化规律。

关键词

转子, 裂纹扩展, 陀螺力矩, 质量偏心角, 刚度模型

Effect on the Stiffness of a Large Turbine Rotor with Developing Crack

Jiazhen Han, Huichun Peng

School of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Beijing
Email: hanjiazhen1996@163.com

Received: Nov. 28th, 2020; accepted: Dec. 23rd, 2020; published: Dec. 30th, 2020

Abstract

In this paper, the crack growth in the cracked rotor system of a large turbine rotor at high speed is considered, and this paper studies the influence of the gyro effect on the stiffness of a large steam turbine rotor with crack growth. For the developing cracks, the three-dimensional gyroscopic moment model and three-dimensional stiffness model of the corresponding cracked rotor system are formed. The coupling effects of mass eccentricity, unbalance angle and gyro moment on the stiffness of the heavy-duty rotor with damage evolution are studied respectively. The stiffness

variation law of the high-speed rotor with three different types of cracks under the coupling of three-dimensional gyro moment, mass eccentricity and unbalance angle are obtained.

Keywords

Rotor, Crack Growth, Gyro Moment, Unbalance Angle, Stiffness Model

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

涡轮机械转子通常在高温、高压及各种交变应力的作用下运行, 导致了疲劳裂纹的产生, 这可能会严重损害机器部件, 甚至导致灾难性的故障。裂纹故障的研究已经有了很长的历史[1] [2] [3] [4], Papadopoulos [3]在论文中对裂纹轴刚度和其振动特性都做了详细的介绍和分析。力学方面的研究表明, 裂纹的存在会削弱转轴的刚度, 因此对裂纹故障的研究的第一步就是对转子的刚度变化规律的研究。

刚度模型主要分为闭裂纹模型、开裂纹模型和呼吸裂纹模型[5]。针对不同的模型, 有对裂纹轴刚度计算的不同方法。Dimarogonas [2]的文章中引入了全开和半开半闭裂纹的刚度模型和局部柔度矩阵, 最终利用插值法得到转子在一个周期内的时变刚度。Darpe AK 等[6]在论文中也提到了裂纹的不同类型, 给出了在研究裂纹轴纵向, 横向和扭转振动之间的耦合情况, 考虑了每个节点的所有六个自由度, 并且将其与呼吸裂纹模型相结合, 得到了裂纹转子的柔度矩阵。翟鹏程等[7]研究了转子裂纹深度和质量不平衡方向(质量偏心与裂纹方向的夹角)对转子振动特性的影响。林言丽通过直裂纹和斜裂纹的对比, 得出应力强度因子为零法有较高的精度, 并用该方法推导了带有 45°张开型斜裂纹转子的刚度[8]。王永亮等建立了四自由度(横向位移和重心角)的动力学模型。采用柔度矩阵法推导了刚性轴软化支承系统的刚度矩阵和阻尼矩阵, 得到了 8 个油膜轴承动力特性系数的刚度轴软化支承系统的运动方程[9]。以上的裂纹转子模型只考虑了裂纹不变的情况, 而对于转子转速较高和存在裂纹发展的转子系统刚度模型及时变刚度变化规律, 在已有的文献中很少被提到。

在研究转子横向运动时, 旋转机械的陀螺效应就被考虑了进来。高转速是现代机械的一个发展趋势, 对于大型重载(重力占优)的裂纹转子, 在高转速的情况下, 陀螺力矩对转子系统振动特性的影响也更加复杂[10] [11]。法国工程师赖柴尔(Resal, H.)提出了赖柴尔定理(Resal theorem), 给出了陀螺力矩的最初模型。钟一锷等在赖柴尔定理的基础上进一步强化了陀螺力矩模型[12]。孙虎儿等基于陀螺效应, 建立了动不平衡状态下陀螺力矩的横向-轴向耦合振动微分方程, 并通过数值模拟对方程进行仿真求解, 分析得到横向振动与轴向振动的频谱波形图[13]。Chu X X 通过建立裂纹转子刚度矩阵的固定坐标系和运动坐标系, 推导了非线性微分方程来研究耦合裂纹转子的振动动态特性[14]。对于裂纹转子, 在高转速的情况下, 已有的文献中发展中的裂纹转子系统刚度模型尚未看见考虑陀螺效应的影响, 而考虑陀螺效应的转子系统主要考虑了无裂纹扩展的情况。

在本文的研究中, 对大型重载(重力占优)的裂纹转子, 考虑了高转速裂纹转子系统存在裂纹生长的情况, 基于这三种类型的裂纹, 建立了相应裂纹转子系统的陀螺力矩模型和刚度模型。考虑大型汽轮机转子的裂纹模型, 并分别研究该模型对质量偏心角和陀螺力矩对裂纹转子的刚度的影响, 最终得到了轴裂纹转子系统在三维陀螺力矩、质量偏心和偏心角耦合作用下的高转速转子在裂纹发展的情况下刚度变化

规律。

2. 陀螺力矩模型

当圆盘不装在两支承中间位置而偏向于一侧时, 轴承变形后, 圆盘轴线与两支点 A, B 的连线有一夹角 φ 。设圆盘的自转角速度为 Ω , 极转动惯量为 J_p , 则圆盘对质心的动量矩为 $H = J_p \Omega$, 它与 A, B 的夹角也为 φ [12]。当转轴有自然振动时, 设其频率为 ω_n , 则圆盘中心 O' 与轴线 AB 所构成的平面绕 AB 轴有进动角速度 ω_n 。由于进动, 圆盘的动量矩将不断改变方向。因此有惯性力矩

$$M_g = J_p \Omega \omega_n \sin \varphi \tag{1}$$

这一惯性力矩称为陀螺力矩或回转力矩。由于 φ 角较小, $\sin \varphi \approx \varphi$, 上式可写作

$$M_g = J_p \Omega \omega_n \varphi \tag{2}$$

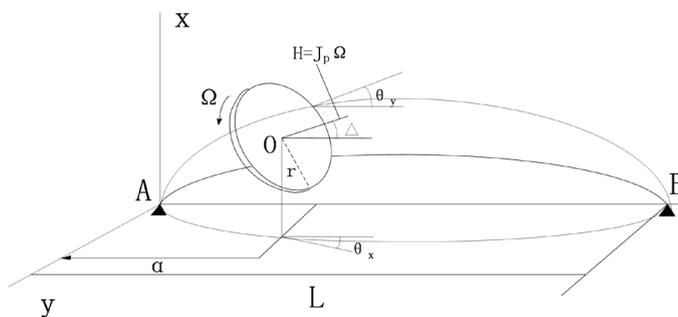


Figure 1. Gyroscopic effect model
图 1. 陀螺效应模型

设有如上图 1 的所示的转子, 其转动角速度为 ω_n , 极转动惯量为 J_p , 直径转动惯量为 J_d , 质量为 m 。建立如下模型:

$$\begin{cases} Q_\xi = m\epsilon\Omega^2 \cos \beta + mg \cos \theta + J_p \Omega \omega_\xi \\ Q_\eta = m\epsilon\Omega^2 \sin \beta + mg \sin \theta + J_p \Omega \omega_\eta \\ Q_\zeta = J_p \Omega \omega_\zeta \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \omega_\xi = \dot{\theta}_\xi \cos \varphi - \dot{\theta}_y \cos \theta_\xi \sin \varphi \\ \omega_\eta = -\dot{\theta}_\xi \sin \varphi + \dot{\theta}_y \cos \theta_\xi \cos \varphi \\ \omega_\zeta = \Omega - \dot{\theta}_y \sin \theta_\zeta \end{cases} \tag{4}$$

3. 刚度模型

涡轮机械转子通常在高温、高压及各种交变应力的作用下运行, 导致了疲劳裂纹的产生。本文研究的裂纹是受垂直于裂纹面的拉应力而产生的裂纹类型, 因为其最危险容易引起低应力脆断。

本文只考虑转子产生的裂纹是张开型裂纹, 由于 $K_\zeta^I = 0$, 故只考虑在 Q_ξ, Q_η 的作用, 以上模型变为:

$$\begin{cases} Q_\xi = m\epsilon\Omega^2 \cos \beta + mg \cos \theta + J_p \Omega \omega_\xi \\ Q_\eta = m\epsilon\Omega^2 \sin \beta + mg \sin \theta + J_p \Omega \omega_\eta \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} \omega_\xi = \dot{\theta}_\xi \cos \varphi - \dot{\theta}_y \cos \theta_\xi \sin \varphi \\ \omega_\eta = -\dot{\theta}_\eta \sin \varphi + \dot{\theta}_y \cos \theta_\eta \cos \varphi \end{cases} \tag{6}$$

由应力手册[15]可得知应力为,

$$\begin{cases} \sigma'_\xi(\omega) = \frac{Q_\xi L}{4} \frac{\alpha'}{2} / I \\ \sigma'_\eta(\omega) = \frac{Q_\eta L}{4} w / I \end{cases} \quad (7)$$

其中, $I = (\pi D^4 / 64)$, $\alpha' = \sqrt{D^2 - (2w)}$,
总应力强度因子为

$$K^I = K'_\xi + K'_\eta \quad (8)$$

在这里,

$$\begin{cases} K'_\xi = \sigma'_\xi \sqrt{\pi \alpha} F(\alpha / \alpha') \\ K'_\eta = \sigma'_\eta \sqrt{\pi \alpha} F(\alpha / \alpha') \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} F(\alpha / \alpha') = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi \alpha} \tan\left(\frac{\pi \alpha}{2\alpha'}\right)} \frac{0.923 + 0.199[1 - \sin(\pi \alpha / 2\alpha')]^4}{\cos(\pi \alpha / 2\alpha')} \\ F'(\alpha / \alpha') = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi \alpha} \tan\left(\frac{\pi \alpha}{2\alpha'}\right)} \frac{0.752 + 2.02(\alpha / \alpha') + 0.37[1 - \sin(\pi \alpha / 2\alpha')]^3}{\cos(\pi \alpha / 2\alpha')} \\ F_{II} = \frac{1.122 - 0.561(\alpha / \alpha') + 0.085(\alpha / \alpha')^2 + 0.81(\alpha / \alpha')^3}{\sqrt{1 - \alpha / \alpha'}} \\ F_{III} = \sqrt{\frac{2\alpha'}{\pi \alpha} \tan\left(\frac{\pi \alpha}{2\alpha'}\right)} \end{cases} \quad (10)$$

总的柔度计算公式

$$\begin{cases} g_0 = \frac{L^3}{48EI} \\ g_{\xi\xi} = g_0 + \iint \frac{128L^2 \alpha'^2 \alpha}{E\pi D^8} F^2(\alpha / \alpha') d\alpha dw \\ g_{\eta\eta} = g_0 + \iint \frac{512L^2 w^2 \alpha}{E\pi D^8} F^2(\alpha / \alpha') d\alpha dw \\ g_{\xi\eta} = g_{\eta\xi} = \iint \frac{256L^2 \alpha'^2 w}{E\pi D^8} \alpha F(\alpha / \alpha') F'(\alpha / \alpha') d\alpha dw \end{cases} \quad (11)$$

$L^3/48EI$ 表示未开裂轴的灵活性。需要注意的是, 上述表达式中裂纹深度的积分限为 0 到 α , 宽度的积分限没有指定。宽度积分的极限依赖于裂纹的开口部分, 可以由裂纹边缘的应力强度因子得到。在找到裂纹边缘不同位置的总应力强度因子后, 可以找出应力强度因子改变符号的位置。正应力强度因子表示张应力场和裂纹处于张开状态, 负应力强度因子表示压缩应力场和裂纹处于闭合状态。一旦知道了裂纹张开部分的数量, 就可以对裂纹张开部分进行积分。

利用上述柔度值, 得到转动参照系刚度系数:

$$\begin{cases} k_0 = \frac{1}{g_0} \\ k_\xi = \frac{g_\eta}{g_\xi g_\eta - g_{\xi\eta}^2} \\ k_\eta = \frac{g_\xi}{g_\xi g_\eta - g_{\xi\eta}^2} \\ k_{\xi\eta} = k_{\eta\xi} = \frac{-g_{\xi\eta}}{g_\xi g_\eta - g_{\xi\eta}^2} \end{cases} \quad (12)$$

上述刚度值随着转子的旋转而变化, 这是由于受重力影响旋转时裂纹的开闭状态不同而导致的。由裂纹边缘的应力强度因子, 找出裂纹的开口部分, 进而得到新的柔度(式 11), 从而得到新的刚度值(式 12)。

在式(12)中, k_0 为无裂纹转子的刚度, N/m; k_ξ 、 k_η 分别为 ξ 和 η 方向的刚度, N/m; $k_{\xi\eta}$ 、 $k_{\eta\xi}$ 为 ξ 和 η 两个方向相互作用的耦合柔度, N/m。通过矩阵变换, 计算出定系下的刚度

$$\begin{bmatrix} k_x & k_{yx} \\ k_{xy} & k_y \end{bmatrix} = T^{-1} \begin{bmatrix} k_\xi & k_{\xi\eta} \\ k_{\eta\xi} & k_\eta \end{bmatrix} T \quad (13)$$

其中, 矩阵 T 为

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

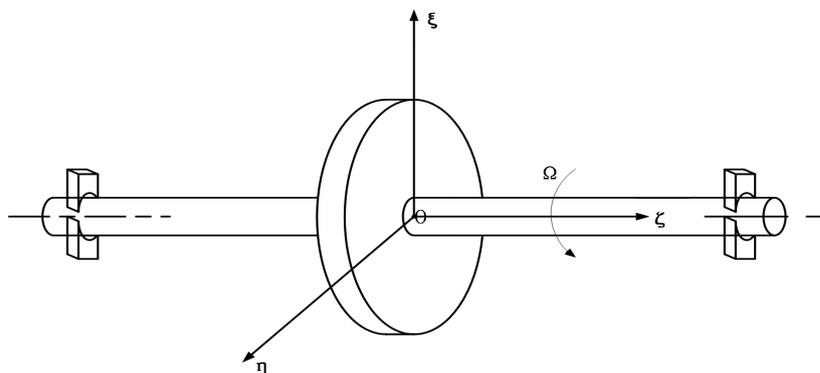
由式(11)与式(12)即可求得转子在固定坐标系与旋转坐标系下的刚度。

4. 应用实例分析

本节考虑了裂纹的发展、轴的柔性以及盘的位置和质量偏心的不对称性, 研究了陀螺力矩、质量偏心、不平衡角对转子系统时程刚度系数的耦合影响。对于时变刚度的计算, 由于强度因子为零法有较高的计算精度且更加符合实际的试验情况, 因而本文中采用此种方法基于 Jeffcott 转子进行计算, 转子示意图如图 2 所示。

4.1. 陀螺力矩不变, 不同偏心角下的刚度的时变规律

(1) 如图 3, 图 4 所示, 相对刚度系数 $k_1 = k_\xi/k_0$, $k_2 = k_\eta/k_0$, 当值为 1 时裂纹的呼吸行为是完全封闭的, 值小于 1 时裂纹的呼吸行为逐渐开放, 裂纹扩展现象出现。各呼吸行为曲线的相对刚度系数到达最小值时裂纹几乎完全打开, 此时 $k_{1\min} = 0.941$, $k_{2\min} = 0.953$ 。



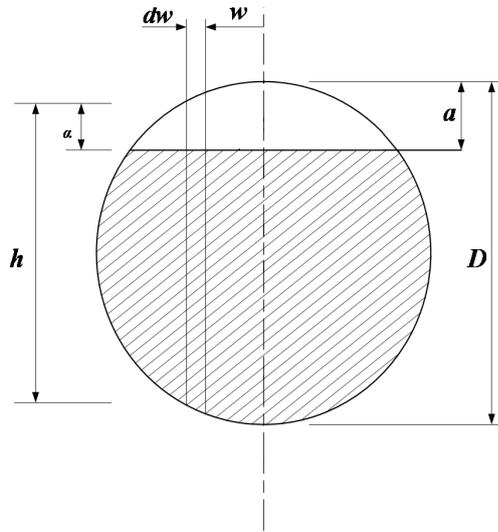


Figure 2. Rotor diagram
图 2. 转子示意图

(2) 取 $\omega_\xi = 3 \text{ rad/s}$, $\omega_\eta = 4 \text{ rad/s}$ 时, 改变偏心角的大小, 所生成的相对刚度变化曲线如图 3 所示。在相同的低水平陀螺力矩下, 质量偏心的方向对刚度的变化曲线有较大影响, 且呈规律性变化。在一个周期内, 当偏心角 β 由小增大时, ξ 轴方向和 η 轴方向上刚度的最值均在逐渐增大, 范围则在逐渐缩小, 说明在较低水平的陀螺力矩下, 偏心角对于刚度的影响比较明显, 此时陀螺效应对裂纹转子系统产生的影响较小。

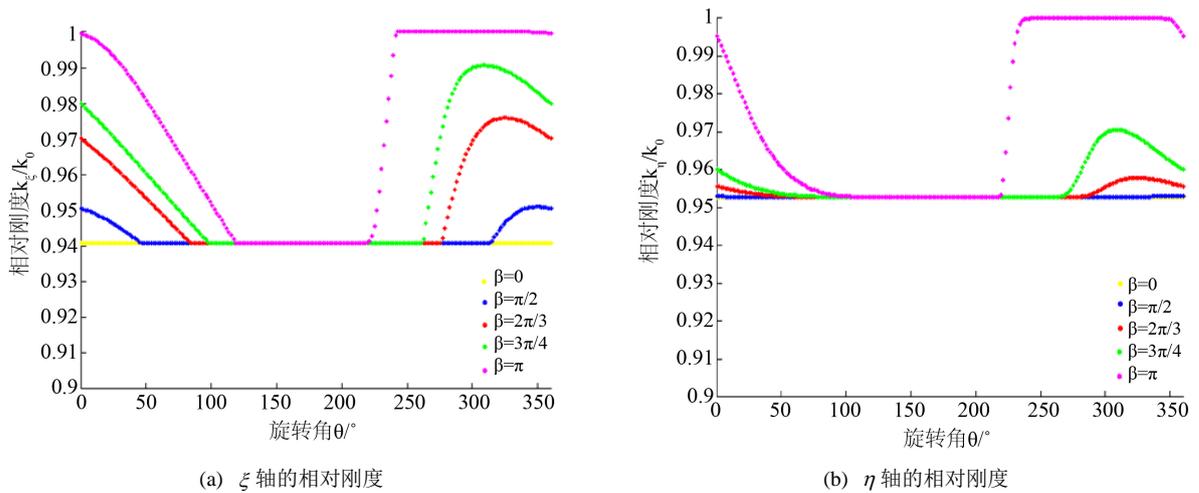


Figure 3. Relative stiffness of different unbalance angles under gyro moment
图 3. 陀螺力矩下不同偏心角的相对刚度

(3) 取 $\omega_\xi = 9.7 \text{ rad/s}$, $\omega_\eta = 11 \text{ rad/s}$ 时, 改变偏心角的大小, 所生成的相对刚度变化曲线如图 4 所示。在相同的高水平陀螺力矩下, 质量偏心角的大小对刚度的变化几乎没有影响。在一个周期内, 当偏心角 β 由小增大时, ξ 轴方向和 η 轴方向上刚度的均无明显变化。因此, 在高水平陀螺力矩下, 偏心角对于刚度的影响可忽略不计。

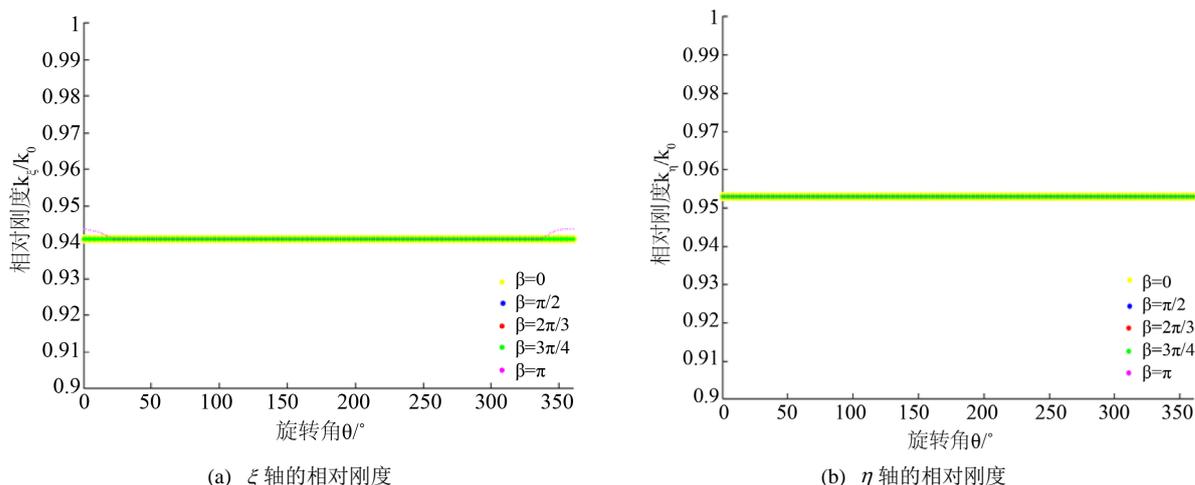


Figure 4. Relative stiffness of different unbalance angles under gyro moment
图 4. 陀螺力矩下不同偏心角的相对刚度

(4) 综上,在陀螺力矩值偏小的情况下随着偏心角的增大,对裂纹转子系统的时变刚度影响逐渐增强。但当陀螺效应增大到一定程度时,偏心角的变化可忽略不计。此结论既符合工程实际,也在翟鹏程等[7]的论文中也得到了同样的验证。

4.2. 陀螺力矩变化, 偏心角固定时刚度的时变规律

(1) 如 4.1 节的(1)所言, 相对刚度系数 $k_1 = k_\xi/k_0, k_2 = k_\eta/k_0$, 当值为 1 时裂纹的呼吸行为是完全封闭的, 值小于 1 时裂纹的呼吸行为逐渐开放, 裂纹扩展现象出现。但在图 5 中能明显看出相对刚度系数值始终小于 1, 因此在偏心角为 30° 时, 裂纹转子系统始终处于裂纹扩展的情况下, 此时 k_1, k_2 的最小值不变。

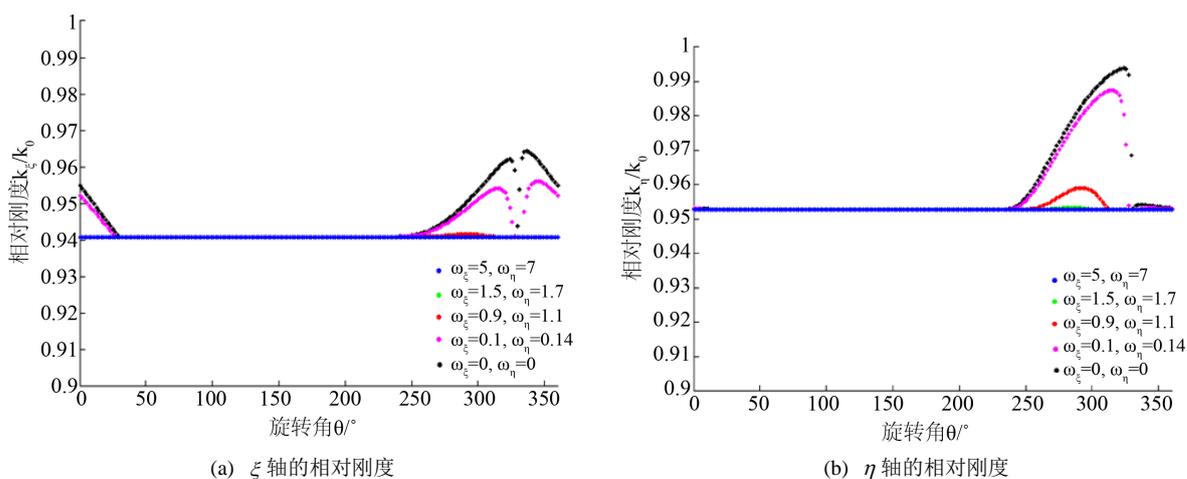


Figure 5. Relative stiffness of different gyro moment under the same unbalance angles
图 5. 同一偏心角不同陀螺力矩下的相对刚度

(2) 取 $\beta = 30^\circ$ 时, 改变陀螺力矩的大小, 所生成的相对刚度变化曲线如图 5 所示。在相同的偏心角作用下, 陀螺力矩对刚度的变化曲线有较大影响, 且呈规律性变化。在一个周期内, 当偏陀螺力矩由小

增大时, ξ 轴方向和 η 轴方向上刚度的最值均在逐渐减小, 范围则在逐渐增大, 说明随着陀螺力矩的不断增大, 刚度逐渐减小。

(3) 取 $\beta = 150^\circ$ 时, 改变陀螺力矩的大小, 所生成的相对刚度变化曲线如图 6 所示。对比图 5, 我们可以明显看出刚度曲线的变化, 即当偏心角较大时, 在相同的偏心角作用下, 陀螺力矩对刚度的变化曲线有较大影响, 且呈规律性变化。在一个周期内, 当偏陀螺力矩由小增大时, ξ 轴方向和 η 轴方向上刚度的最值均在逐渐减小, 范围逐渐增大, 说明随着陀螺力矩的不断增大, 刚度逐渐减小。

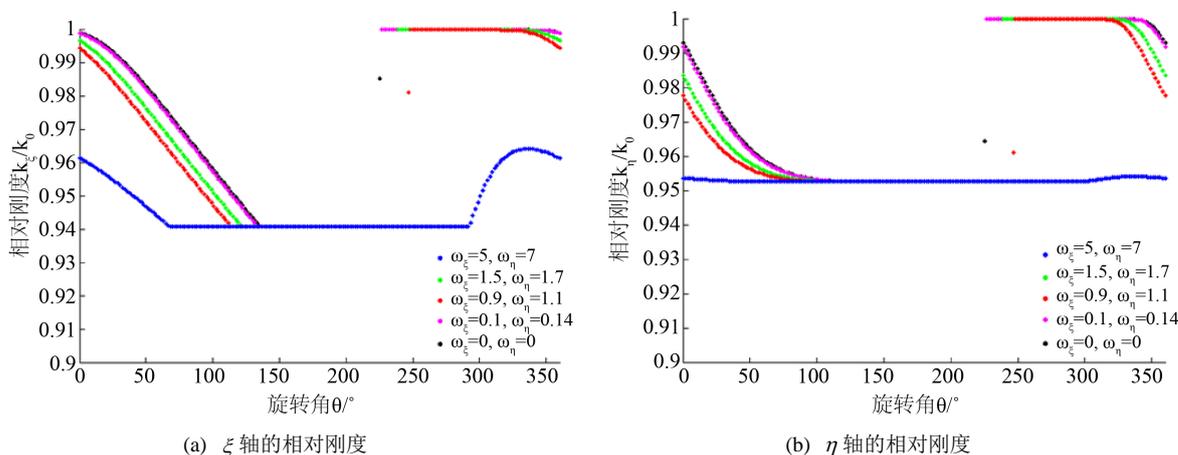


Figure 6. Relative stiffness of different gyro moment under the same unbalance angles
图 6. 同一偏心角不同陀螺力矩下的相对刚度

(4) 综上, 在偏心角不变的情况下, 随着转速增加, 陀螺效应逐渐增强, 裂纹转子系统的时变刚度也逐渐减小, 裂纹的呼吸行为也逐渐打开。早在蔡大文, 胡腾等人[16] [17]的论文中就已提出, 陀螺效应能增加转子柔度, 减小刚度, 因此本文既再次验证了该点, 也符合工程实际。

5. 结论

(1) 本文研究了陀螺效应对于大型汽轮机转子发展中轴裂纹的刚度的影响。对大型汽轮机转子, 考虑了高转速裂纹转子系统存在裂纹生长的情况, 并针对这种类型的裂纹, 建立了相应裂纹转子系统的三维陀螺力矩模型和三维刚度模型。针对大型汽轮机转子的裂纹模型, 研究了质量偏心距、质量偏心角和陀螺力矩对裂纹转子的刚度的影响, 得到了裂纹转子系统在三维陀螺力矩、质量偏心和偏心角耦合作用下的高转速转子在裂纹发展的情况下的刚度变化规律。

(2) 当转速维持在一定范围内, 陀螺力矩固定, 偏心角对裂纹转子系统的刚度和稳定性都会产生一定的影响。当转速较低, 陀螺力矩较小时, 偏心角对刚度的影响较大。随着偏心角的增大, 裂纹对转轴刚度的削弱程度逐渐降低, 水平方向和垂直方向的影响效果并不相同。而当转速增加至一定值, 陀螺力矩足够大时, 偏心角的作用可以忽略不计。

(3) 同理, 当偏心角保持不变, 转速逐渐增加, 陀螺效应逐渐增强。偏心角对裂纹转子系统的刚度和稳定性都会产生一定的影响。随着陀螺力矩的增大, 刚度逐渐减小, 裂纹扩展现象出现, 直至达到一稳定值保持不变, 裂纹的呼吸行为完全打开。

(4) 综上, 我们在研究中得到了分别针对三种不同类型裂纹的转子系统在三维陀螺力矩、质量偏心和偏心角耦合作用下的高转速转子在裂纹发展的情况下刚度变化规律, 这些研究结果能够为工程实践和故障转子系统失稳控制提供理论指导。

参考文献

- [1] 朱厚军, 郑艳平, 赵玫. 裂纹转子振动研究的现状与展望[J]. 汽轮机技术, 2001, 43(5): 257-261. <http://dx.chinadoi.cn/10.3969/j.issn.1001-5884.2001.05.001>
- [2] Dimarogonas, A.D. (1996) Vibration of Cracked Structures: A State of the Art Review. *Engineering Fracture Mechanics*, **55**, 831-857. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(94\)00175-8](https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)00175-8)
- [3] Papadopoulos, C.A. (2008) The Strain Energy Release Approach for Modeling Cracks in Rotors: A State of the Art Review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **22**, 763-789. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.11.009>
- [4] 闻邦椿, 武新华, 丁千, 等. 故障旋转机械非线性动力学的理论与试验[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [5] 向玲, 高雪媛. 考虑非线性油膜力的裂纹转子动力学特性仿真[J]. 动力工程学报, 2017, 37(6): 454-460. <http://dx.chinadoi.cn/10.3969/j.issn.1674-7607.2017.06.005>
- [6] Darpe, A.K., Gupta, K. and Chawla, A. (2004) Coupled Bending, Longitudinal and Torsional Vibrations of a Cracked Rotor. *Journal of Sound and Vibration*, **269**, 33-60. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00003-8](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00003-8)
- [7] 翟鹏程, 何青, 彭慧春. 横向裂纹深度和质量不平衡方向对转子振动影响的实验研究[J]. 电力科学与工程, 2016, 32(12): 32-37. <http://dx.chinadoi.cn/10.3969/j.issn.16720792.2016.12.007>
- [8] 林言丽. 斜裂纹转子系统的动力学特性[D]: [博士学位论文]. 北京: 清华大学, 2009.
- [9] 王永亮, 崔颖, 韩聿, 钟兢军. 具有柔性支承的刚性转子系统的动力学分析模型[J]. 大连海事大学学报, 2016, 42(4): 73-78. <http://dx.chinadoi.cn/10.16411/j.cnki.issn1006-7736.2016.04.012>
- [10] Smith, D.M. (2003) The Motion of a Rotor Carried by a Flexible Shaft in Flexible Bearings. *Proceedings of The Royal Society A*, **142**, 1933. <https://doi.org/10.1098/rspa.1933.0158>
- [11] 隋永枫, 吕和祥. 陀螺效应对转子横向振动的影响分析[J]. 计算力学学报, 2003, 20(6): 711-714. <http://dx.chinadoi.cn/10.3969/j.issn.1007-4708.2003.06.011>
- [12] 钟一谔, 何衍宗, 王正. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987: 1-40.
- [13] 孙虎儿, 苏飞, 陈勇, 刘维雄, 杨恩东. 基于陀螺效应转子动不平衡横向-轴向耦合振动分析[J]. 机械强度, 2014, 36(3): 325-329.
- [14] Chu, X.X. and Wang, F.L. (2014) Analysis of Vibration Characteristics of a Cracked Rotor. *Applied Mechanics and Materials*, **620**, 296-299. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.620.296>
- [15] Tada, H., Paris, P.C. and Irwin, G.R. (1973) *The Stress Analysis of Crack Handbook*. Del Research Corporation, Hellertown.
- [16] 蔡大文. 考虑陀螺力矩时轴的临界转速计算[J]. 西安工业大学学报, 1995(2): 120-125.
- [17] 胡腾, 殷国富, 孙明楠. 基于离心力和陀螺力矩效应的“主轴-轴承”系统动力学特性研究[J]. 振动与冲击, 2014(8): 100-108. <http://dx.chinadoi.cn/10.13465/j.cnki.jvs.2014.08.018>