

Description of Twin Two-Photon Thought Experiment with Normalized Photonic State-Vector Function

Zhixin Yao

Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou
Email: yaozx@zju.edu.cn

Received: Jul. 21st, 2012; revised: Aug. 13th, 2012; accepted: Aug. 25th, 2012

Abstract: Based on Born's statistical interpretation for the normalized wave function, the twin two-photon thought experiment is reexamined from point of view of quantum mechanics. The emphasis is no longer the pair of twin photons itself, but rather a group of photons with common attributes. All the photons have the characteristics of identical energy and angular momentum, but possess same probability in the opposite direction of momentum, that is to say, this is a group of photon collections, which have the same number in the opposite direction of momentum, while all other quantum characteristics are identical. Following the example of the previous procedure dealing with optical two-hole effect by use of quantum mechanics, the total normalized photonic state-vector function that described the twin two-photon thought experiment has been specifically constructed, which does not describe the entangled behavior of the two photons, but the probability of a single photon, and thus deduces the probability distribution of a photon in the space. When the total number of photons satisfies the statistical requirements to form a complete picture, some fringes of light and dark interval will be displayed. On the basis of retrospective historical origins of entanglement, the point of view of quantum mechanics about the twin two-photon thought experiment was reverted. The so-called EPR paradox, and the entangled two-photon state have been re-interpreted, and a new understanding of quantum information has been put forward.

Keywords: Entanglement; Twin Photons; Photonic State-Vector Function; EPR Paradox

用归一化的光子态矢函数描述孪生双光子思想实验

姚志欣

浙江大学物理系, 杭州
Email: yaozx@zju.edu.cn

收稿日期: 2012 年 7 月 21 日; 修回日期: 2012 年 8 月 13 日; 录用日期: 2012 年 8 月 25 日

摘 要: 根据 Born 对归一化波函数的概率解释, 从量子力学的观点重新审视孪生双光子思想实验, 着眼的对象不再是这对孪生光子本身, 而是一群具有共同属性的光子集合。所有这些光子具有完全相同的能量和角动量特征, 但是在动量的相反方向却具有相等的概率; 或者说这是一群在相反动量方向具有相等的数量、而所有其它量子特征完全相同的光子集合。仿效先前对光学双孔效应进行量子力学分析的步骤, 具体构造出描述孪生双光子思想实验总的归一化光子态矢函数, 所描述的并不是两个光子之间的纠缠, 而是单个光子的概率, 从而得到光子的空间分布函数。当光子的总数达到形成完整图像的统计学要求时, 宏观上将显示出明暗间隔的条纹。在追溯纠缠态历史渊源的基础上, 返璞归真孪生双光子思想实验的量子力学观点, 对所谓的 EPR 佯谬引发出来的双光子纠缠态作出了新的解释, 提出了量子信息的新认识。

关键词: 纠缠态; 光子态矢函数; 孪生双光子; EPR 佯谬

1. 引言

“量子理论本身，尤其是纠缠态(entanglement)的概念，对任何人来说都很难理解，即便资深的物理学家和数学家也是如此”。这是 2001 年出版并在学术界颇有影响的专著“纠缠态：物理世界第一谜”中敬告读者的开篇语^[1]。自从量子力学创始者之一的 Schrödinger 在 1935 年首创纠缠态这个术语以来，业内一直没有普遍认同的概念。人们除了继续从各个方面按照各自的理解进行诠释和探索之外，鉴于纠缠态已被进一步明确为量子纠缠态(quantum entangled states)而成为量子信息领域中最重要资源^[2]，国内对此占据强势地位的解释是：“当两个或多个粒子处于纠缠态时，对其中的一个粒子进行操作，其他的纠缠粒子不管位于何处，其量子态会立即发生相应的变化。因此，彼此纠缠的粒子之间便由这种基于量子非局域性的内禀通道构成一个量子网络，它可以实现量子通信(即传送量子信息)”，并以此主导开展了大规模的工作^[3]。然而，已有学者指出：“虽然量子信息的研究已经取得日新月异、令人叹为观止的进步，但最终要实现有一定实用价值的量子信息——量子计算、量子通讯和量子密码，不仅在实用化中存在着相当大困难，而且有的困难甚至是原理性的^[4]”。原理，指的是具有普遍意义的基本规律，不符合基本规律的困难原则上是不可逾越的，如同研制永动机的困难，因为违背能量守恒原理所以绝无可能克服。因此量子信息的首要任务是搞清楚纠缠态究竟是怎么回事，但是上述强势解释只是虚构和臆想，极有必要正本清源、去伪存真，以正规正矩的量子力学基本观点正确理解所谓的纠缠态概念。

众所周知，量子力学基本表现形式之一是由 Schrödinger 在 1926 年首创的波动力学，它的核心即为广义的 Schrödinger 方程，是一切微观粒子必须遵循的基本法则。当初 Schrödinger 响应 Debye 的吁请，找到了“量子波动”的方程，并将这个方程的解叫做相应微观粒子的波函数，尽管届时他自己并不清楚这究竟意味着什么^[5]，但波函数的称呼却为大多数文献一直沿用至今。然而，正如人们不断陈述、下文亦将再次强调的那样，量子力学中的波函数与经典力学中的波动在基本概念上有着本质的区别。也正因为如此，人们对由此派生出来的其它量子力学概念、包括

纠缠态产生误解，在很大程度上仍然是因为拘泥于沿用、类比经典观念的缘故，原则上并不是量子力学的观点。本文试图通过对孪生双光子思想实验的量子力学描述，即通过寻找到该思想实验总的光子波函数，阐述我们的基本认识：原则上不存在微观粒子之间的纠缠，所谓的纠缠态一般可以表示为具有一定关联的量子状态的叠加。孪生双光子思想实验是在 1935 年由 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)^[6]等人构思的一个假想实验，构造出所谓纠缠的双光子态(entangled two-photon state^[7])，习惯上称做双光子纠缠态，可以认为是所有纠缠态的最初原型。

光子的 Schrödinger 方程下面简称光子方程，由于光子动量 p 和光子能量 E 之间的特殊关系 $c \cdot p = E$ ，而 c 是光速常数，其表达形式很简单，在只有一个空间变量 z 情况下的一维光子方程通常表示为^[8]：

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t, z)}{\partial t} = -i\hbar c \frac{\partial \psi(t, z)}{\partial z} \quad (1)$$

先前的工作表明，当把光子的角动量本征值方程组作为第三个量子化条件，连同已经普遍认可的另外两个量子化条件，即光子的能量本征值方程和光子的动量本征值方程，一起附加到光子方程中去时，作为光子方程形式解的光子波函数不仅必须表现为复数形式，而且还必须具备矢量形式，因此被称做光子态矢函数，其规范的一维表达式为^[9,10]：

$$|A(t, z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i(\omega t - kz)} \quad (2)$$

其中 $\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \equiv \mathbf{i} + \mathbf{j} = |\mathbf{L}\rangle$ 和 $\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \equiv \mathbf{i} - \mathbf{j} = |\mathbf{R}\rangle$ 是 Jones 在解决经典偏振光学问题时引入的一对互为共轭的复矢量， $|\mathbf{L}\rangle^* = \mathbf{i} - \mathbf{j} = |\mathbf{R}\rangle \equiv \langle \mathbf{L}|$ 和 $|\mathbf{R}\rangle^* = \mathbf{i} + \mathbf{j} = |\mathbf{L}\rangle \equiv \langle \mathbf{R}|$ ，在量子光学中它们表现为光子角动量算符

$\hat{L}_z = -i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 的一对本征态矢量，直接运算可知 $\hat{L}_z |\mathbf{L}\rangle = -i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = -i\hbar \begin{pmatrix} i \\ -1 \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \hbar |\mathbf{L}\rangle$ ，类似的还有 $\hat{L}_z |\mathbf{R}\rangle = -\hbar |\mathbf{R}\rangle$ ，亦即它们的本征值分别为 $\hbar$ 和 $(-\hbar)$ 。(2)式归一化的具体表述是

$\langle A(t, z) | A(t, z) \rangle = \sigma_+^2 + \sigma_-^2 = 1$ 。通过能量算符、动量算符以及光子角动量算符的直接演算，容易确认由光

子态矢函数(2)式描述的光子具有能量本征值

$$E = \langle \mathbf{A}(t, z) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \mathbf{A}(t, z) \rangle = \hbar\omega, \text{ 动量本征值}$$

$$P_z = \langle \mathbf{A}(t, z) | -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} | \mathbf{A}(t, z) \rangle = \hbar\mathbf{k}, \text{ 和角动量期望值}$$

$$\overline{L_z} = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V \langle \mathbf{A}(t, z) | -i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} | \mathbf{A}(t, z) \rangle d\mathbf{v} = \hbar(\sigma_+^2 - \sigma_-^2).$$

包含基本常数 $\hbar$ 在内, $\hbar\omega$ 是光子能量的指征, $\hbar\mathbf{k}$ 是光子动量的指征, 而 $\pm\hbar$ 则是光子角动量的指征。两组实系数 σ_+ 和 σ_- 、以及 α 和 β 分别表示其中左旋光子和右旋光子的概率幅和固有相位, α 和 β 的具体取值不直接影响所描述光子的基本指征(能量、动量、角动量)。

Feynman 曾经有过一个关于双孔效应是量子力学核心所在的著名判断, 他在获得 1965 年 Nobel 物理学奖的当年指出: “对于量子力学中的任意其它情况, 归根结底, 总是能够通过说这句话来得到说明: ‘你记得有两个小孔的实验的情况吗? 那是同一回事’^[11]”。Feynman 的这个论述听上去有些武断, 但是对照量子力学的发展历史, 可以发现不仅那个年代, 而且此后 40 多年来的实际情况依然像他所说的那样。对这个论述不仅未曾见到过实质性的批驳, 反倒是在文献中被不断引用^[12,13], 成为探索量子奥秘的钥匙。本文尝试在先前利用光子态矢函数实现光学双孔效应量子描述的基础上^[14,15], 具体分析上述孪生双光子思想实验, 我们不惊讶地发现它与有两个小孔实验的情况果真 “是同一回事”。

2. 量子力学的若干基本观点

2.1. 包括光子态矢函数在内的任何微观粒子波函数都必须用复函数形式虚拟表示^[9,10]

光子方程(1)式左边的 $i\hbar \partial/\partial t$ 是所有微观粒子能量算符的普遍形式, 右边的 $-i\hbar c \partial/\partial z$ 则是光子在 z 方向作一维运动时能量算符的特殊形式, 如果仅从数学形式上分析, 两边的公因子 $(i\hbar)$ 可以同时消去, 与一阶光波方程 $\frac{\partial \psi(t, z)}{\partial t} = -c \frac{\partial \psi(t, z)}{\partial z}$ 在数学形式上是完全相同的一阶偏微分方程^[8]。光波方程的求解要求初始条件和边界条件, 最终得到在所研究时域和区域的具体光波通常表示为电磁矢势, 导致真实可测量的物理量, 习惯上取成余弦形式的实函数:

$\psi(t, z) = \mathbf{A}_0 \cos(\kappa z - \omega t)$, 其中 $\mathbf{A}_0$ 是表示方向的常矢量, $\omega/\kappa \equiv c$ 是光速常数。而光子态矢函数作为光子方程的形式解, 由于所谓的量子化条件, 即光子的能量、动量、和角动量的量子特征造就的量子约束, 则必须取复矢量函数形式。以光子能量的量子特征即光子的能量本征值方程为例, 它是附加于光子波函数 $\psi(t, z)$ 的量子约束:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t, z)}{\partial t} = E \psi(t, z) \quad (3)$$

其中光子的能量本征值习惯上表示为 $E = \hbar\omega$, 当然必须是实数。对方程(3)求形式解, 有

$$\frac{\delta \psi(t, z)}{\psi(t, z)} = \delta \ln[\psi(t, z)] = \frac{E}{i\hbar} \delta t = -\frac{i^2 \hbar \omega}{i\hbar} \delta t = -i\omega \delta t$$

直接积分得到 $\psi(t, z) = \psi(z) e^{-i\omega t}$, 必定呈现为复函数形式, 其中 $\psi(z)$ 是参数 z 的任意函数形式。复函数的定义域不是普通的物理时空, 其中的参数 t 不具备通常的时间含义, 参数 z 也不具备通常的位置含义。正因为如此, 所以对光子方程而言, 不存在初始条件和边界条件, 除了方程本身, 需要考虑的就是量子化条件。此外, 若同时考虑另外两个量子化条件, 即光子的动量本征值方程和角动量本征值方程组的要求, 则光子方程的归一化形式解必须采用方程(2)那样复矢量形式的光子态矢函数。因为 $i\hbar \partial/\partial t$ 是微观粒子能量算符的普遍形式, 所以任何微观粒子的波函数都必须采取复函数形式, 其本身不具备可测量性, 诸如体积和形状等, 这是与可测量的宏观物理量根本不同所在。

正是因为光子方程和光波方程是同一个偏微分方程, 遵循相同的数学规则, 所以它们各自的解有着内在的联系: 一方面量子化条件要求光子方程的普遍解, 即光子的态矢函数必须取复函数形式, 另一方面真实性条件则要求光波方程的普遍解, 即光波的电磁矢势必须取实函数形式, 所以光波的电磁矢势可以仅仅是光子态矢函数的实部; 倒过来讲, 光子的态矢函数是光波电磁矢势的量子开拓, 即经典电磁场的量子化^[9]。说的更明白一点, 对于光的描述, 实函数形式的光波电磁矢势是不全面的, 仅适用于宏观的结果; 而复函数形式的光子态矢函数则是完整的, 不仅可以得到宏观的结果, 而且还包括微观的机制。对研究包

括孪生双光子思想实验在内的凡是涉及光子特征的光学问题时，必须将电磁场量子化，也就是采用复函数形式的光子态矢函数替代实函数形式的光波电磁矢势，得以完整准确地描述。

2.2. Hilbert 空间的奇异特性

量子力学的主要数学工具 Hilbert 空间，包括光子态矢函数在内的任何微观粒子的波函数都由 Hilbert 空间的矢量表示，它是抽象的概念，不同于数学中的普通矢量表示^[16]。其重要的表现之一就是虚数的出现，杨振宁先生有过极其精辟的论断，认为相位因子是量子力学理论体系的三块基石之一，它通过虚数 $i = \sqrt{-1}$ 得到体现^[17]。我们曾对此进行深入的解读，得出的“结论是：量子相位 φ 是角动量算符相应的正则共轭变量，它在 Hilbert 空间表现为复数形式的 Euler 公式 $e^{i\varphi} \equiv \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$ ，纯虚数 i 恰好就是在整个量子相空间 $e^{i\varphi}$ 中，当 $\varphi = \pi/2$ 时具有典型代表意义的量子相位表示，从而构成量子力学理论体系的基石之一！^[18]”。但是在真实的物理空间，不可能构建任何模型表述这个 $i = \sqrt{-1}$ 从而 $i^2 = -1$ 的概念。另一个有用的抽象概念是“无中生有” (something for nothing^[19])，以前述互为共轭的复矢量 $|\mathbf{L}\rangle = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ 和 $|\mathbf{R}\rangle = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ 为例，按照普通的乘法法则，它们各自的平方都等于零，例如

$$|\mathbf{L}\rangle = (\mathbf{i} + \mathbf{j}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j}) = \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} + \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \quad \text{。或许，} \\ = 1 + 0 + 0 + (-1) = 0$$

这有助于我们理解量子理论中的真空态 (vacuum state^[20])：在真实的物理空间，真空用数学中的“0”表示，意味着什么都没有；但是对 Hilbert 空间中的“0”，或者说在量子真空中，却是什么样的量子态都有可能存在！正是由于量子真空中什么样的量子态都有，所以我们才得以接受为什么当微观粒子的产生算符作用于真空态时，可以得到相应于该微观粒子的量子态，不仅由于量子态的虚拟表示，而且在于虚拟真空中充盈着极其丰富的量子态。总而言之，我们不能用通常的概念去认识 Hilbert 空间的虚拟矢量，在这里的具体对象指的就是包括光子态矢函数在内的微观粒子波函数，从而涉及到所谓的纠缠态。不要去臆想微观粒子是如何“纠缠”的，在物理空间这是不可能构想出来的，而应该从最基本的量子力学观点出发进

行探讨，除了上述波函数的虚拟表示和虚拟的 Hilbert 空间之外，最为重要的概念是 Born 对波函数的概率解释，它将由虚拟波函数得到实的内积与测量结果得到的微观粒子概率分布联系了起来。

2.3. Born 对波函数的量子力学解释

由(2)式描述的光子角动量期望值是 $\overline{L_z} = \hbar(\sigma_+^2 - \sigma_-^2)$ ，而其归一化的具体形式则要求 $\sigma_+^2 + \sigma_-^2 = 1$ ，所以如果 $\sigma_+ = 1$ 而 $\sigma_- = 0$ ，那么(2)式实际上描述的是纯左旋光子；如果 $\sigma_+ = 0$ 而 $\sigma_- = 1$ ，那么(2)式实际上描述的是纯右旋光子；其它的情况则是左旋光子本征态和右旋光子本征态的叠加状态。这里也有几个需要明确的基本概念，之一是所谓的左旋光子和右旋光子，不过是借用经典光学现成的专用术语左旋圆偏振光和右旋圆偏振光而已。根据上述光子的态矢函数和光波的电磁矢势的内在关联，不难判断宏观上的左旋圆偏振光或右旋圆偏振光在微观上将分别由角动量本征值 $L_z = \hbar$ 或 $L_z = -\hbar$ 的单一光子组成，只是为了传承经典光学的习惯，才将这样的光子分别称做左旋光子或右旋光子^[9]。但是决不要以此认为任何一个光子真的如同陀螺般在不停地旋转，因为量子力学里的本征态同样是由复函数描述的量子状态，不具备可测量性，光子的旋转是没有意义的；之二是光子作为量子化的微观粒子，对个别光子角动量的测定，不是 $\hbar$ 就是 $(-\hbar)$ ，决不可能是任何其它的数值，期望值 $\overline{L_z} = \hbar(\sigma_+^2 - \sigma_-^2)$ 表述的是对大量的、数目上达到统计学要求的光子逐个进行角动量测量结果的统计平均，所有这些光子全都由同一个态矢函数(2)式描述；之三是这里所谓的叠加状态，也只是借用线性代数的专用术语：如果有两个不同的函数分别满足同一个线性微分方程，即它们是该方程两个不同的解，那么它们的线性叠加必定也是该方程的解。在最为一般的情况下，Born 的波函数概率解释表述为：波函数表示一种单一粒子(a single particle)的量子状态，虽然每一瞬间它都处于某个位置，但此时在整个空间的某处找到该粒子的概率应该是 1^[21]。以现今的观念来看，这样的论述是不够严谨的，容易引发误解。如上所述，因为从量子力学的观点，讨论微观粒子的具体时间和位置是没有物理意义的，有意义的只是在该位置出现的概率。每次通过测量记录微观粒子的具体位置时，

该位置已经还原为经典力学下的概念，与波函数没有直接关系。只有通过逐点大量重复的测量，达到统计学要求的规模，才能最终给出该微观粒子在某个位置出现的概率。统而言之，波函数通过与其复共轭的内积表明它描述的是微观粒子的量子统计行为，不要过多解释，否则容易因传统观念而引入误区，犹如画蛇添足，结果适得其反。而采用简单的数学公式进行表述则是恰当的，即归一化积分表达式^[14]：

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V \psi^*(t, \mathbf{r}) \psi(t, \mathbf{r}) d\mathbf{v} = 1 \quad (4)$$

(4)式清楚表明，波函数 $\psi(t, \mathbf{r})$ 与其复共轭 $\psi^*(t, \mathbf{r})$ 的代数积(内积) $P(\mathbf{r}) = \psi^*(t, \mathbf{r}) \cdot \psi(t, \mathbf{r})$ 表示所描述微观粒子的位置概率密度(position probability density^[22])，即在位置 $\mathbf{r}$ 处单位体积内找到粒子的概率，积分式右边的数值表示概率总和等于1。有必要再次强调指出的是：Born的波函数概率解释绝非将虚拟的波函数等同于真实的概率，而是由波函数导出概率。

3. 光学双孔实验图像量子力学描述的启示

3.1. 光学双孔实验得到的条纹状分布与光子干涉无关，该实验的光子之间不存在干涉

众所周知，光学双孔实验早在1801年就由Young率先提出并实现，成为经典光学的一块里程碑，奠定了波动光学的坚实基础。分别以双孔为子光源的两束光波发生相互作用，也就是干涉，各自的光矢量(通常指光的电场强度矢量)按照矢量加法得到总的光矢量，由于总的光照强度正比于合成光矢量的平方，导致在正对双孔所在平面的横截面屏幕上显示出明暗间隔的条纹状分布(以下简称条纹)，圆满解释了实验观察到的图像。通常认为这是因果关系的具体反映，两束光相互干涉是原因，出现条纹是结果，这就是著名的双孔干涉效应。这种认识历经两百多年的发展和强化，逐渐形成人们普遍接受的概念：但凡出现条纹，则一定是干涉的结果，将条纹是否出现作为干涉是否发生的判据。其具体表现形式则是在极其大量的文献资料和几乎所有的教科书中，尤其是对实验结果的描述往往在词语“条纹”之前冠以“干涉”作为定语进行修饰和限定。用专用术语“干涉条纹”替代原本单纯的“条纹”，如同下面将要叙述的那样，造成了认

识上的误区。

随着量子力学的深入发展，上述干涉条纹的观念遭遇严峻的挑战。现行量子理论一般认为物质的基本单元是微观粒子，微观粒子的根本特征在于它的量子属性。具体就光学双孔实验而言，光束的基本单元是光子，光子具备微观粒子的量子特征，即它的能量、动量、角动量等都是量子化的。已有学者对此做出深层次的探讨，认为光子的基本量子特征，即量子化的能量、动量和角动量等，都只存在于“光的产生和转化过程”，并不意味在光束传输过程中，其中的光子表现为“局限于空间各点的微粒”形式^[23]。我们赞同这样的分析，正如上面叙述的那样，在光束传输过程中，其中的光子由复函数形式的态矢函数虚拟描述，没有大小形状的概念，当然不能理解为颗粒状的光子流。但不论怎样，可以达成共识的是：在双孔实验中，光子的产生(从初始光源发射)和转化(在屏幕上被捕获)都是量子化的。鉴于目前在技术上已经可以做到光子由初始光源逐个发射、其间隔长到足以确保当第二个光子发射时，第一个光子已经在屏幕上被捕获。在这样的实验条件下，可以确认的是每一个光子在整个实验过程中，即发射之后直到被捕获之前，都不可能与其它的光子相遇，任何两个光子之间都不可能发生干涉，宏观层面上看起来确凿无疑的相互干涉在微观层面上竟然是子虚乌有的事情！但是经历长时间的积累，屏幕上却显示出与强光辐照下、也就是极其大量的光子同时发射完全相同的图像，即上述解释为两束子光波相互干涉而形成的条纹。

由此产生两个不能回避的问题：第一，光学双孔效应在微观层面上难道真的就不存在光子之间的干涉吗？第二，如果光子之间没有干涉，那么又如何解释实验观察到的条纹？对于第一个问题，相信绝大多数读者如同我们先前的认识，认为应该存在光子之间的干涉。追溯其思想根源，不仅在于传统教育形成“干涉条纹”的根深蒂固观念，而且在于对量子力学先哲Dirac论述的迷信。他早在1930年就曾重点关注过这一现象，给出了一个延续至今的著名判断：“每一个光子只与它自己发生干涉。从来不会出现两个不同光子之间的干涉^[24]”，影响了一代又一代的后继者。人们一方面按照干涉条纹的概念，将条纹的出现认做是发生干涉的判据；另一方面则因循Dirac的说教，不

去怀疑光子之间是否有可能存在干涉, 而将注意力集中于怎样的光子才能产生条纹。前文所说的单光子发射实验实际上早在上个世纪的 60 年代就已经实现, 采用的还是两台不同的激光器, 研究者相当严谨地运用有关量子概率的语言: “业已发现, 干涉发生在光强是如此之低的情况下, 以至于当一个光子由这个或那个光源发射之前, 先一个光子已经以极高的概率被吸收^[25]”。以我们今天的认识再次仔细阅读这篇文章, 不难判断该引文中的“干涉”, 实际上只不过是“条纹”的代名词而已, 因为在这篇文章中, 条纹(fringe)这个词语, 除了个别处作为定语单独出现, 诸如条纹极大值的位置(the position of the fringe maxima)、条纹半宽度(half fringe width)等之外, 通篇文章中作为专用术语的名词出现时, 作者使用的都是前述组合词汇“干涉条纹(interference fringes)”, 不下 10 处之多! 这是一个影响深远、广为引用的著名实验, 由这个实验以及后来大量类似的实验结果, 都是因为实验观察到所谓的干涉条纹或者干涉图样(interference pattern), 进而断定干涉的存在并导出推论: “因此, Dirac 著名判断的第二部分事实上已经被驳倒了^[26]”。但是, 条纹的出现是否意味着一定有干涉发生呢? 原则上说还真的不一定, 这与观念上和逻辑上的基本准则都有关系, 值得认真分析。首先, 对物理现象的认知, 宏观或微观是不同的观点, 它们之间有内在的联系, 但是不能等同。具体就光束和光子而言, 宏观的光束虽然可以认为是由微观的光子组成, 但是要称做光束, 必须具备极其大量的光子, 单个的光子或者少量的光子不能称做光束, 这符合自然哲学量变到质变的基本认识。光束的基本特征。比如上面所提及的光矢量强度, 必须是大量光子集体参与的综合反映, 单个的光子, 根本就不存在光矢量强度的概念, 所以光束之间的干涉并不能等同于光子之间的干涉。其次, 数理逻辑无可置疑地告诉我们, 如果原命题为真, 那么逆反命题一定也是真, 但是逆命题和反命题却不一定真。倘或略去干涉的主体, 不论是光束还是光子, 或者是下文提及的概率幅, 单就干涉和条纹而言, 原命题是如果发生干涉, 那么就出现条纹, 业已为经典光学证明为真, 所以其逆反命题也一定是真, 即如果没有出现条纹, 那就没有干涉发生。但是其逆命题和反命题的真伪, 即只要出现条纹, 那就有干涉发生;

以及如果没有发生干涉, 那就不会出现条纹; 其真伪性却是逻辑推理无法判断的。先前我们也认为该逆命题和反命题应该是真, 承续干涉条纹的概念, 故而在考察光的干涉本性时, 因为由总的归一化光子态矢函数的内积表述的位置概率密度

$P(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{A}(t, \mathbf{r}) | \mathbf{A}(t, \mathbf{r}) \rangle = f(\mathbf{r})$ 是与空间位置相关的函数, 在投影屏幕上将显示出条纹, 故而将其作为量子干涉的判据^[14,15]。现在看来, 当时的考虑是不够周到的。除此之外, 因为光学相干性的量子力学理论而获得 2005 年度 Nobel 物理学奖的 Glauber, 虽曾明确指出现在已经到了将上述 Dirac 的著名判断束之高阁(put to rest)的时候了, 认为“没有人可以理智地谈论光子与它们自己或者其它光子的干涉”, 但是仍然保留了干涉的概念, 他说“在量子力学中, 发生干涉的不是粒子, 而是针对某些事件的概率幅^[27]”。因为仅仅根据逻辑推理的基本法则, 虽然由原命题的真不能判断其逆命题为真, 但是也不能判断其逆命题是伪, 所以有必要在下一小节中详细讨论第二个问题, 在光子不可能发生干涉的情况下, 从量子力学的观点解释条纹是如何产生的。

3.2. 光学双孔实验图像量子力学描述再分析

先前已经完成光学双孔实验图像的量子力学解释, 关键是在旁轴近似条件下找到了描述这个实验总的归一化光子态矢函数^[14,15]:

$$|A_{12}(t, \mathbf{r})\rangle = \frac{1}{2} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i\omega t} (e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1} + e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2}) \quad (5)$$

其中各参数的意义与(2)式中的相同。坐标原点选择在双孔联线的中心, $\mathbf{r}$ 是观察点与原点之间的距离, 而 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 则是观察点分别与孔 1 和孔 2 之间的距离, $\mathbf{k} \equiv \mathbf{k} \mathbf{r}/r$ 。根据上述 Born 对量子力学波函数的概率解释, 总的光子态矢函数描述光子的概率行为, 直接代入位置概率密度的公式计算, 很容易得到光子在空间的概率分布(见下一页通栏公式(6))。

(接下一页公式(6))如果选择双孔对称地分布在 Y 轴的两边, 间隔为 d , 那么就有 $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \equiv \pm d\mathbf{j}$, 因为 $\mathbf{k} \equiv \mathbf{k} \mathbf{r}/r = \mathbf{k}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})/r$, 于是

$$\begin{aligned}
 P^{\text{Double-hole}}(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{A}_{12}(t, \mathbf{r}) | \mathbf{A}_{12}(t, \mathbf{r}) \rangle \\
 &= \frac{1}{2} [\sigma_+ e^{-i\alpha} (1 \quad -i) + \sigma_- e^{-i\beta} (1 \quad i)] e^{i\omega t} (e^{-i\kappa \cdot \mathbf{r}_1} + e^{-i\kappa \cdot \mathbf{r}_2}) \frac{1}{2} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i\omega t} (e^{i\kappa \cdot \mathbf{r}_1} + e^{i\kappa \cdot \mathbf{r}_2}) \\
 &= \frac{1}{4} \left\{ \left[\sigma_+^2 (1 \quad -i) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_+ \sigma_- e^{-i\alpha} e^{i\beta} (1 \quad -i) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \left[\sigma_- \sigma_+ e^{-i\beta} e^{i\alpha} (1 \quad i) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_-^2 (1 \quad i) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] \right\} = \frac{1}{4} [2\sigma_+^2 + 0 + 0 + 2\sigma_-^2] [1 + e^{-i\kappa \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} + e^{i\kappa \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} + 1] \\
 &\quad \times (e^{-i\kappa \cdot \mathbf{r}_1} + e^{-i\kappa \cdot \mathbf{r}_2}) (e^{i\kappa \cdot \mathbf{r}_1} + e^{i\kappa \cdot \mathbf{r}_2}) \\
 &= \frac{2}{4} (\sigma_+^2 + \sigma_-^2) \{2 + 2 \cos[\kappa \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)]\} = 1 + \cos[\kappa \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] = 2 \cos^2 \left[\frac{\kappa \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{2} \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

$\kappa \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \pm \kappa d(\mathbf{x}\mathbf{i} + \mathbf{y}\mathbf{j} + \mathbf{z}\mathbf{k}) \cdot \mathbf{j}/r = \pm \kappa dy/r$ 。习惯上屏幕总是垂直于 Z 轴,而且远离双孔,满足旁轴近似 $x \ll z$ 和 $y \ll z$ 的条件,即有 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \approx z$,按照熟知的对应关系 $\kappa \equiv 2\pi/\lambda$,于是(6)式可以改写为

$$P^{\text{Double-hole}}(z) \approx 2 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda z} \right), \text{ 与经典双孔实验的传统}$$

表述 $I(z) \approx 2I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda z} \right)$ [28] 相比较,只要取后者中总的辐照强度 $I_0 = 1$,那么这两个式子就完全一致。这样,我们就用量子力学基本方法,总的光子态矢函数和 Born 对波函数的概率解释,得到光子在空间的概率分布,落实在正对双孔的远场屏幕上就精准地描绘出经典的双孔效应,也就是出现了条纹,完全不涉及光子之间是否存在干涉。总的光子态矢函数(5)式由两个次级光子态矢函数 $|\mathbf{A}_1(t, \mathbf{r})\rangle$ 和 $|\mathbf{A}_2(t, \mathbf{r})\rangle$ 的线性叠加 $|\mathbf{A}_{12}(t, \mathbf{r})\rangle = a|\mathbf{A}_1(t, \mathbf{r})\rangle + b|\mathbf{A}_2(t, \mathbf{r})\rangle$ 组成,其中:

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{A}_1(t, \mathbf{r})\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i(\omega t - \kappa \cdot \mathbf{r}_1)} \\
 |\mathbf{A}_2(t, \mathbf{r})\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i(\omega t - \kappa \cdot \mathbf{r}_2)} \quad (7)
 \end{aligned}$$

全都类似于(2)式,它们都是光子方程在旁轴条件下的近似解,分别描述光子以孔1和孔2为光源的量子状态,由于光子方程是线性偏微分方程,所以它们的线性叠加满足同一个光子方程,描述光子一个新的量子状态,也就是通常所谓的态叠加原理[29]。因为量子态是由复函数形式表示的非物理量,所以量子态的叠加,除了线性代数解的叠加概念之外,没有任何的物理概念可资借鉴,既不是混合,也不是化合,更不是干涉。(7)式的表述已经考虑到通常的双孔实验总是采

用相干光源,根据光束特征与其中光子特征的对应关系[9],要求分别从孔1和孔2通过的光子不仅具有相同的能量特征 $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ 和动量特征

$\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa = \kappa \mathbf{r}/r$, 而且具有相同的角动量特征 $\sigma_{+1} = \sigma_{+2} = \sigma_+$ 、 $\sigma_{-1} = \sigma_{-2} = \sigma_-$, 以及 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ 和 $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ 。在线性叠加成(5)式时还进一步考虑到双孔的完全对等性,其线性叠加系数 $a = b$,总的光子态矢函数必须满足归一化条件, $a^2 + b^2 = 1$,故而有 $a = b = 1/\sqrt{2}$ 。至于分别从孔1和孔2通过的光子除了具有相同的能量和动量表述之外,所有其它角动量特征参量不完全相同或者完全不相同,光子在空间概率分布的公式表述详见文献[15]。

4. 孪生双光子思想实验的量子力学描述

孪生双光子构思就其本身而言虽然已经得到实验证实,但是从量子力学的观点,却只能说仍然是一个典型的实验。就目前所知的实验条件,若要达到统计学要求的规模,无论是否多次重复发生,在技术上都是无法实现的,因为它要求在同一个地点获得大量相同的孪生光子对,除了所有的光子都需要具有相同的能量之外,所有光子的动量只能沿着同一根轴线的相反方向。当然就更没有可能进行实验测量,只是作为一种理论上的构想,进行逻辑论证,得以深化对物质本性的认识。有必要强调指出的是,如同双孔实验的情况一样,按照流行的各种掺杂了量子术语的经典观点都无法想象这个实验的真实图像。典型如 Einstein 等当初构想的基本观点是:“我认为,我们应该毫无疑问地把握住一个设定(supposition):系统 S_2 的真实状况与系统 S_1 中发生的一切无关,只要后者在

空间上是与前者分离的^[1]。”再三领悟其中的含义，我们得出的结论只能是 Einstein 在这里以他自己的语言，针对这个思想实验重申了 Newton 第一定律的一般陈述——物体在没有受到外力作用时保持静止或匀速直线运动状态。作为一个孤立的事件，可以认为在某个初始时刻 $t_0 = 0$ ，某个坐标原点位置 $\mathbf{r}_0 = (0, 0, 0)$ ，因为某种机制、比方说正负电子对的碰撞湮灭，产生了一对孪生光子。正是在这样的前提设定下，继而套用经典力学总结出来的自然法则，除了能量守恒之外，还要考虑动量守恒，按照普遍认可的初始条件，也就是初始正负电子对的总动量相对于随后产生孪生光子对中单个光子的动量可以忽略不计，必然导致这对孪生光子除了各自的能量相等之外，

$E_1 = E_2 = E = \hbar\omega$ ，它们的动量在数值上也是相等的，但是方向却是相反的，即有 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_+ = \hbar\mathbf{\kappa}$ 和 $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_- = -\hbar\mathbf{\kappa}$ 。由于通常取 $\mathbf{\kappa}$ 为坐标 Z 轴的正方向 $\mathbf{\kappa} = \kappa\mathbf{k}$ ，故而动量关系可用标量形式表述：

$p_{1z} = p_+ = p = \hbar\kappa$ 和 $p_{2z} = p_- = -p = -\hbar\kappa$ ，为了简单起见，下面的式子将略去右下标中的 z 。Einstein 的设定及上述推理和判断，无论根据经典力学还是量子力学，都不存在任何疑问。问题在于随后进行的论证，借助于日常生活关于双胞胎的经验，EPR 争辩对其中一个光子某种特征的测量，便可以“同时”确定其孪生光子的同类特征，经过一些似是而非地论证，最终导致要么存在即时的超距作用，要么量子力学的不确定性原理并非普遍适用的结论，然而这都是不能接受的，所以被称作 EPR 佯谬。

除此之外，目前量子力学主流观念对此问题的一般判断可能也是一个误区，同样起源于当初在讨论 EPR 的论文时，Schrödinger 对孪生双光子思想实验的认识：“如果两个分开的物体，其中每一个都最大限度地被了解，它们进入相互影响的状态后再度分离，随后将有规律地发生被我称做纠缠态的我们对这两个物体的认识^[1]。”再三领悟其中的含义，我们的感受是 Schrödinger 在这里同样借用了日常生活关于双胞胎的经验，设定这对孪生光子携带它们与生俱来的特殊关系，不因为分离而消失，只不过起了一个新颖的名称“纠缠态”而已。然而，如同上述首创波函数概念的类似情况，在上个世纪的 30 年代，包括 Schrödinger 在内，人们不可能从量子力学的观点对纠

缠态有清晰地认识。

本文所说的孪生双光子思想实验的量子力学观点，基本的出发点是：纠缠态既然是量子力学的专用术语，描述微观粒子(包括光子)的量子状态，那就必须使用量子力学的语言；如果选择在 Schrödinger 波动力学的框架内，那么就是寻找描述纠缠态的波函数，具体说就是寻找满足光子方程在这个实验条件下的归一化形式解——总的光子态矢函数。按照前述双孔效应的量子描述，从经典力学的观点，参与实验的是两束光，分别来自两个不同的小孔，因为具有完全相同的光学特征(频率、方向、偏振等)，所以相互干涉；从量子力学的观点，参与实验的是一个一个彼此无关的单独光子，所有的光子全都由一个总的归一化光子态矢函数描述，它是两个次级光子态矢函数的线性叠加，这两个次级光子态矢函数的唯一区别仅在于分别作为子光源的两个针孔的位置，所描述的光子具有完全相同的初始量子特征(能量、动量、角动量等)。以此为借鉴，在孪生双光子思想实验中，从量子力学的观点，关注的对象不是两个反向飞离的光子，而是每个光子所处的量子状态，它由两个次级光子态矢函数线性叠加而成，这两个次级光子态矢函数的唯一差别仅在于其中光子动量的方向彼此相反，并以此构造出描述孪生双光子思想实验总的归一化态矢函数。虽然传统的孪生双光子思想实验如同上面所叙述的那样，通常只考虑光子的能量和动量特征，并不考虑光子的角动量特征。但是后来各种变换形式的孪生双粒子实验，却往往通过角动量守恒而不是动量守恒进行分析。尤其是 1966 年前后著名 Bell 不等式和 Bell 定理的提出^[30,31]，考察的就是处于单态的两个“相互纠缠”的自旋为 $\hbar/2$ 的粒子，所以在下面的考虑中将包含有光子的角动量特征。利用(2)式给出的包含有角动量属性的普通光子态矢函数的一般表达式，类似于双孔实验的(7)式，很容易给出孪生双光子思想实验两个次级的归一化光子态矢函数：

$$|\mathbf{A}_+(t, z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i(\omega t - \kappa z)} \quad (8a)$$

$$|\mathbf{A}_-(t, z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i(\omega t + \kappa z)} \quad (8b)$$

其中(8a)式在形式上与(2)式是一模一样的，而(8b)式

只不过改变了其中动量指征的方向而已。除此之外，这两个次级光子态矢函数所描述光子的所有其它量子特征是完全一样的。因为光子方程的线性特征，所以它们的线性叠加满足同一个光子方程，描述光子一个新的量子状态，由于孪生光子的完全对等性，总的光子态矢函数必须满足归一化条件，故各自的线性叠加系数、也就是相应的概率幅应该是彼此相等的 $1/\sqrt{2}$ 。这样，就可以得到相应于孪生双光子思想实验总的光子态矢函数：

$$\begin{aligned} |A_{+-}(t, z)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |A_+(t, z)\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |A_-(t, z)\rangle \\ &= \frac{1}{2} \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i\omega t} (e^{i\kappa z} + e^{-i\kappa z}) \quad (9) \\ &= \left[\sigma_+ e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \sigma_- e^{i\beta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \right] e^{-i\omega t} \cos(\kappa z) \end{aligned}$$

根据前述 Born 对波函数的概率解释，选择 $\psi(t, \mathbf{r}) = |A_{+-}(t, z)\rangle$ 而 $\psi^*(t, \mathbf{r}) = \langle A_{+-}(t, z)|$ ，类似于(6)式的导出，很容易得到光子在整个空间的概率分布：

$$P(z) \equiv \langle A_{+-}(t, z) | A_{+-}(t, z) \rangle = 2 \cos^2(\kappa z) \quad (10)$$

不难判断在任何包含 Z 轴的平面上，沿着 Z 轴的方向，(10)式表现为平行条纹。我们相信如果有朝一日能实现统计学规模的孪生双光子实验，那么这个结果将得到验证。将(9)式或者(10)式代入(4)式，直接运算可知这样的光子态矢函数的确满足归一化要求：

$$\begin{aligned} \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V \langle A_{+-}(t, z) | A_{+-}(t, z) \rangle dv \\ = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L [1 + \cos(2\kappa z)] dz = 1 \end{aligned}$$

将动量算符 $\hat{p}_z = -i\hbar \partial / \partial z$ 作用于总的光子态矢函数，继而因为

$$\langle A_{+-}(t, z) | -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} | A_{+-}(t, z) \rangle = i\hbar \kappa \sin(2\kappa z),$$

故光子的动量期望值等于零，

$$\overline{p_z} = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V \langle A_{+-}(t, z) | \hat{p}_z | A_{+-}(t, z) \rangle dv = 0,$$

即测量光子动量得到结果为 $p_+ = \hbar \kappa$ 或 $p_- = -\hbar \kappa$ 的概率是相等的 $1/2$ ，这是从量子力学观点看待孪生双光子思想实验的必然结果。用光子角动量算符

$\hat{L}_z = -i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ，还可以确认测量光子角动量的期望值 $\overline{L_z} = \hbar(\sigma_+^2 - \sigma_-^2)$ ，与应用(2)式对普通光子的测量结果一样。此外，由于 $|A_{+-}(t, z)\rangle$ 仍然是能量算符的本征态，故对光子能量的测量结果一定是能量本征值 $E = \hbar \omega$ 。

顺便说一下，如果不考虑光子的角动量属性，那么光子态矢函数(2)式将简化为

$|A'(t, z)\rangle = \mathbf{a} \exp[-i(\omega t - \kappa z)]$ ，即传统的光子波函数，除了涉及到的角动量特征之外，其它导出结果不受影响，其中 $\mathbf{a}$ 表示单位矢量， $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \equiv 1$ 。

5. 分析和讨论

5.1. 与光学双孔实验的比较和认识

上面的推导和论证表明，孪生双光子思想实验与光学双孔实验从量子力学的观点看来，的确“是同一回事”：总的光子态矢函数都是由两个次级光子态矢函数线性叠加得到，它们各自的线性叠加系数、也就是光子处于每个次级量子状态的概率幅都是相等的 $1/\sqrt{2}$ 。尽管从经典的观念看来，孪生双光子涉及的对象是两个光子而双孔实验涉及的对象可以是单个的光子，但是从量子的观点，这两者也是一回事。我们甚至可以构想一个关于光学双孔实验的思想实验，设想这时激光器发射的既不是大量的光子，也不是单个的光子，而是每次不多不少、恰好是一对包括动量方向也相同的全同孪生双光子，不难想象经过长时间的积累，得到的图像与大量光子同时发射、或者单个光子累积发射的效果是完全一样的。这是因为从量子力学的观点，参与双孔实验每一个光子的量子状态都是一样的，统一由总的归一化光子态矢函数描述，与个别光子以什么方式参与实验无关，不论这些光子是单个的、成对的、或者极其大量的同时出现。所有这些光子，彼此之间没有任何关联，不存在相互作用，也就没有干涉。与此相对应，在孪生双光子思想实验中，研究的对象不应该局限于这对孪生双光子本身，也不是少数的孪生光子对，而应该是极其大量的孪生光子对，所生成的光子总数应该达到满足测量光子概率分布、最终形成完整图像的统计学要求。所有这些孪生光子，在它们生成之后，彼此之间就没有任何关联，不存在纠缠。在孪生双光子思想实验中光子的所谓纠

缠，很是类似于双孔实验中光子的所谓干涉，从量子力学的观点看来，都是不存在的。通常有关纠缠的症结，原则上只是在孪生双光子生成的那一刻，由于自然法则的要求，对孪生光子、或者说分别描述孪生光子的两个次级光子态矢函数施加的限制而已，即要求它们所描述的光子具有相反的动量方向，而所有其它的量子状态都应该相同。将这两个次级光子态矢函数线性叠加，得到描述孪生双光子思想实验总的光子态矢函数，它是一个新的光子的量子状态，在这里只有遵循态叠加原理的量子态的叠加，并没有光子的纠缠。

5.2. Schrödinger 纠缠态和 Born 波函数概率解释的历史渊源

简而言之，因为上述 Schrödinger 的纠缠态讨论的是“对这两个物体的认识”，不符合 Born 对波函数描述单一粒子量子状态的概率解释，所以并非真正的量子力学概念。我们很有兴趣通过历史事件的追溯，了解一下差错究竟是怎样发生的，有助于获得正确的认识。Born 无疑也是量子力学的开创者之一，他是 1925 年 Heisenberg 创立矩阵力学时资深年长的主要合作者，更为熟悉矩阵代数方面的技巧。矩阵力学也是量子力学的基本表现形式之一，它的出现甚至比 Schrödinger 创立的波动力学还要早几个月。波动力学的核心是后来以 Schrödinger 冠名的波动方程，因为具有类似于经典力学中波的概念而为学术界普遍接受，其影响力很快超过了矩阵力学。回顾这两种量子力学基本表现形式之间以及它们创始者之间的关系是耐人寻味的，同样是在 1926 年，先是 4 月 Schrödinger 发表论文，论证他的波动力学和先期 Heisenberg 的矩阵力学是相互等价的，得到了普遍的赞同并一直延续到今天；稍后 6 月 Born 发表论文，首次提出波函数的概率解释，然而相比之下 Born 的遭遇却大相径庭，不仅没有被包括 Schrödinger 在内的大多数学者认同，而且受到 Einstein 的反对，这种状况持续了二十多年，直到 28 年后的 1954 年才有了根本的改变，它的标志是 Born 终于因为他的这个概率解释而获得姗姗来迟的 Nobel 物理学奖。回顾这一段历史，我们有理由相信当 1935 年 Schrödinger 讨论 EPR 的论文而提出纠缠态的时候，无论是 Schrödinger 还是 Einstein，他们都没有、或者完全不接受 Born 对波函数的概率解释。鉴于 Schrödinger 在此两年前的 1933 年刚获得 Nobel

物理学奖，学术地位如日中天，更何况已经形成的 Einstein 权威地位，可以理解为什么届时 Born 的概念无人问津。

时至今日，随着量子力学持续和深入的发展，再也没有人怀疑 Born 对波函数的概率解释了，尽管仍然有必要深入理解和认识，并用来分析解决具体的量子力学问题，亦即本文的指导思想。与此同时，Schrödinger 的纠缠态却还被称做“物理世界第一谜”而有待揭密，至于 Einstein 的孪生双光子思想实验，继续处于是否佯谬的争论之中。再次将 Einstein 对孪生双光子思想实验的认识，以及 Schrödinger 的纠缠态对照 Born 的波函数概率解释，我们的最终判断是：一方面，Einstein 和 Schrödinger 讨论的对象都是两个粒子，尽管他们将每个粒子当成一个量子系统，但没有也无法说清楚两个粒子究竟是如何纠缠的；一般说来，这两个粒子的关联仅仅存在于它们生成的瞬间，生成之后就不再有任何关系，因此也就没有纠缠。另一方面，Born 的概率解释一则在于它的统计学观点，二则讨论的对象并不是粒子本身而是粒子的量子状态，由粒子的波函数描述，满足广义 Schrödinger 方程，由于该方程是线性偏微分方程，所以它的解、也就是波函数满足线性叠加原理。Born 的概念不仅简单清晰，而且可实际操作，它将量子力学的抽象描述(波函数)与经典力学的实际测量结果(微观粒子的概率分布)结合了起来。

5.3. 量子信息的真谛

前面的论证表明，以孪生双光子为代表的所谓双光子纠缠态，从纯正量子力学的观点看来，不过是光子最普通量子态的叠加，形成一个叠加而成新的量子态，得到了完整地描述，并没有光子的纠缠，类同于双孔实验中并没有光子的干涉。至于“量子纠缠就像一个母亲和她的女儿，分别居住在中国和美国，在美国的女儿怀孕了，当她生孩子的一瞬间，哪怕远隔千山万水，不用电话通知，远在中国的母亲就顺理成章地变成了外婆^[32]”，在做科普报告时最常打的这个比喻，纯属牵强附会，犹如一件“皇帝的新衣”，只能产生误导，直接影响到将量子纠缠作为最重要资源的“量子通信(即传送量子信息)”^[3]。如上所述因为微观粒子即量子必须用复数形态的波函数虚拟描述，而信息则必须真实，虚拟的、也就是不真实的构想不能作

为信息，原则上是不可能进行传送的。再次以前述互为共轭的复矢量 $|\mathbf{L}\rangle = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ 和 $|\mathbf{R}\rangle = \mathbf{i} - \mathbf{j}$ 为例，它们描述光子角动量的本征状态，是理所当然的量子信息，因为按照普通的乘法法则，它们各自的平方都等于零，所以相当于 Hilbert 空间中量子真空“0”的平方根，在真实的物理空间，容易理解什么都没有的“0”是不能成为信息的，作为类比，也就不难理解在虚拟的 Hilbert 空间，既不可能传送量子真空“0”，也不可能传送量子真空“0”的平方根，当然也就不可能在真实的物理空间传送量子信息了。

本文无意深入界定“传送量子信息”究竟意味着什么，只想从根本上探讨一下所谓量子信息的确切概念。前不久，我们在对光学双孔效应实现量子力学描述的基础上，仍然从总的、归一化的光子态矢函数着手，根据 Born 的波函数概率解释，实现了光学三孔效应乃至任意多孔光学效应的量子力学描述：在正对多孔所在平面的屏幕上，相当于原先双孔效应时明暗间隔的、简单的平行条纹状分布，显示出的则是明暗间隔的、复杂的多重团簇状分布。在远场，表现为类似于晶格的规则结构；在近场，表现为中心辐射的形状。列举了从三孔效应、四孔效应、五孔六孔直至七孔效应根据量子力学描述结果绘出的图像，它们与文献报道采用经典模拟绘出的图像，或者实验测量结果得到的图像，无论远场还是近场，符合的都很好^[13]。作为一组实例，我们试图从多孔光学效应的量子描述揭示量子信息的真谛：在这些实验中，唯一可以被称做初始信息的只能是这些多孔在入射平面上的几何位置，很容易将其理解为点状编码，借助于量子也就是光子的输运，最终在屏幕上形成各自对应的宏观信息，一组组明暗间隔的团簇状图像。最终图像的形成遵循统计学规则，只有在屏幕捕获的光子数目足够多时才能清楚无误地呈现，而不论这些光子是如何发射的，即单个、成串、还是极其大量的同时发射。尽管信息的传送是通过一个个光子实施的，而且每一个光子都遵循完全相同的量子力学法则，在传送过程中由同一个总的光子态矢函数描述，但是由于波函数的虚拟属性和虚拟的 Hilbert 空间，它不是可测量的物理量，并没有大小、形状、位置等物理概念。我们不知道、或许根本就不可能知道具体的过程，诸如每一个个别的光子究竟来自于哪一个小孔，经过什么样的路径，又最终到达图像上的什么位置，不可能实施调

控。在双孔或者多孔光学实验中，通常采用高相干激光垂直照射同一平面上的小孔，所有的光子具有完全相同的初始量子信息，即这些光子的能量、动量、角动量、固有相位和概率幅的指征都是一模一样的^[13,14]，通过双孔或者多孔之后，虽然所有的光子仍然具有相同的能量、角动量、固有相位和概率幅指征，但是由于旁轴近似，这些光子的动量、包括数值和方向会有所不同，通过量子态的叠加原理，它们由一系列次级光子态矢函数线性叠加成一个总的光子态矢函数描述，继而根据 Born 对波函数的概率解释，得到光子的空间概率分布，导出在正对多孔屏幕上的团簇状分布，与实验获取的最终信息完全吻合。

可以举一个熟知的经典例子作为比对，以投掷正六面体的骰子为例，每次掷得一点至六点的概率是相等的六分之一，不论是单个的骰子一次又一次地重复投掷，还是成百上千个骰子同时投掷，单个投掷时与以前任何次掷得到的结果无关，同时投掷时与其它所有骰子的结果无关，人们并不知道、也不需要知道具体的细节。除非作弊或者器械的缺陷，否则不可能对任何一次投掷实施调控。仔细分析起来，掷骰子实验和多孔光学实验就信息传递而言还是有所差别的。掷骰子实验中的信息是个体行为，即正六面体的某一个面，但其最终信息与初始信息无关，即最终哪一面朝上与初始时哪一面朝上无关。掷骰子是典型的博弈，实际上并没有信息的传递，可以设想极端的情况，倘或骰子的六面没有任何标记，或者标记的一模一样，初始时有一面朝上但不能辨别是哪一面，投掷结果有一面朝上但也不能辨别是哪一面。正六面体骰子在静止情况下只有一面朝上是其本身属性所致，概率是六分之一，与初始条件和投掷行为均无关。多孔光学实验比方说六孔光学实验中的信息是集体行为，初始信息即为六个小孔各自在平面上的坐标集成，其最终信息则是与这六个小孔坐标相对应的复杂图像，由被捕获极其大量的、达到统计学要求的光子组成，是真正的信息通过量子的传递。多孔光学实验中可以调控的信息仅仅是小孔在平面上的位置，对实施信息传送的光子是无法调控的，相干光的辐照已经限定了光子的量子特征，如果一定要说调控的话，只能是辐照光的强度，但即便光子是一个一个地发射，也不影响最终获得的信息、即大量光子被捕获后生成的复杂图像。

6. 结论

本文的推导和论证表明,用归一化的光子态矢函数描述孪生双光子思想实验实际上只不过是 Born 的波函数概率解释在具体问题上的演绎,关键是量子力学基本观点,除了 Born 的概率解释,还包括波函数的虚拟表示和虚拟的 Hilbert 空间等。只要建立了这些基本观点,借助于光学双孔效应量子力学描述的方法,很容易实现孪生双光子思想实验的量子力学描述,构建出总的、归一化的光子态矢函数,进而判断由孪生双光子思想实验构造出来的并非是双光子纠缠态,而是光子的最普通形式量子态的叠加。在此认识的基础上,重新温习 Dirac 的教导是有益的:

“物理科学的主要目的并不是提供图像,而是以公式表达那些支配现象的规律,并利用这些规律去发现新的现象。如果存在图像,那当然更好;但是,是否存在图像只是次要的问题。在一般意义上,图像这个词就是一个基本上按经典思路起作用的模型。以原子现象而言,不能期望有任何这样的图像存在。然而,我们可以把‘图像’这个词的意义加以扩大,让它包括任何看待基本规律的方式,这种方式使基本规律的自洽性明显化。用这样的扩充,我们可能逐渐地得到原子现象的图像,办法是熟悉量子理论中的各种规律[24]”。

因为前文引述对量子纠缠占据强势地位的那种解释,没有提供任何意义的图像,不符合量子理论中的任何一种规律,所以不足为凭。目前所有在深入认识理解量子力学概念方面进行的工作,无一例外都是在寻找使基本规律自洽性明显化的某种方式,尤其是以公式表达那些支配现象的规律。本文所做的正是这样的工作,提供了一种看待基本规律的方式,即从量子力学的观点,将经典观念下真实物理空间中的孪生双光子看成是在抽象 Hilbert 空间中光子所处的两个不同的量子态,不仅符合 Born 对波函数的概率解释,而且使基本规律在这个具体问题上的自洽性明显化。关键是熟悉量子理论中的各种规律,尤其是摆脱物理时空的约束,学会和掌握量子力学的主要数学工具——Hilbert 空间,不要去考虑孪生光子在物理空间是如何纠缠的,而是考虑描述孪生光子的量子态在 Hilbert 空间的线性叠加。由此引申出对量子信息的重新认识,传送的不应该是量子的信息,而应该是信息通过

量子进行传送。总而言之,从量子力学观点研究微观粒子现象,主要因为 Born 对波函数的概率解释,所以不应该局限于个别粒子或少数粒子,而应该是其宏观效应能够达到统计学要求的大量粒子,研究的对象不应该设想是那些分离时为了遵循基本守恒定律而“相互纠缠”的粒子组合,而应该是那些为了遵循基本守恒定律而形成相互关联的、但有所区别的量子状态,进而按照量子力学基本理论中的态叠加原理,将分别描述这些不同量子状态的次级波函数线性叠加,就可以得到在具体实验中总的、归一化的波函数,得以完整地、准确地描述量子现象,包括所谓的量子纠缠。

作者相信这些认识是量子信息研究的根本,期盼引发深层次的探讨并最终达成共识。

参考文献 (References)

- [1] A. D. Aczel. Entanglement: The greatest mystery in physics. New York: Penguin Group (USA) Inc., 2001: XVI, 145, 235
- [2] 周正威, 郭光灿. 量子纠缠态[J]. 物理, 2000, 29(11): 695-699.
- [3] 郭光灿. 量子信息科学在中国科学技术大学的兴起和发展[J]. 物理, 2008, 37(8): 556-561.
- [4] 孙昌璞. 量子理论若干基本问题研究的新进展[J]. 物理学进展, 2001, 21(3): 317-360.
- [5] 赵凯华, 罗蔚茵. 量子物理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 90.
- [6] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? Physical Review, 1935, 47(10): 777-780.
- [7] L. Mandel, E. Wolf. Optical coherence and quantum optics. Cambridge: Cambridge University Press, 1995: 649.
- [8] W. A. Harrison. Applied quantum mechanics. Singapore: World Scientific, 2000: 10.
- [9] 姚志欣, 潘伯良, 陈钢等. 光子的态矢量函数[J]. 物理学报, 2006, 55(5): 2158-2164.
- [10] Z. X. Yao, J. W. Zhong and B. L. Pan. A complete description and applications for a photon. C. Roychoudhuri, Ed., Proceedings of SPIE Vol. 6664, Bellingham, SPIE, 2007, 6664OT1-9.
- [11] R. Feynman. The character of physical law. Massachusetts: The M.I.T. Press, 1965: 130.
- [12] D. Zu. The classical structure model of single photon and classical point of view with regard to wave-particle duality of photon. Progress in Electromagnetic Research Letters, 2008, 1: 109-118.
- [13] Z. X. Yao, J. W. Zhong and B. L. Pan. Multi-pinhole optical interference and its quantum description. Optics Communications, 2011, 284(21): 5100-5104.
- [14] 姚志欣, 钟建伟, 毛邦宁等. 双孔干涉效应的量子描述[J]. 物理学报, 2007, 56(6): 3185-3191.
- [15] Z. X. Yao, J. W. Zhong, B. N. Mao, et al. Interference nature of light. Chinese Physics B, 2008, 17(2): 578-584.
- [16] 喀兴林. 高等量子力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 1.
- [17] C. N. Yang. Thematic melodies of twentieth century theoretical physics: Quantization, symmetry and phase factor. International Journal of Modern Physics A, 2003, 18(19): 3263-3272.
- [18] 姚志欣, 钟建伟, 潘伯良. 量子相位的公式表述和图像[J].

- 中国科学 G 辑: 物理学·力学·天文学, 2009, 39(12): 1699-1709.
- [19] J. Gribbin. In search of Schrödinger's cat. Toronto: Bantam Books, 1984: 194.
- [20] M. O. Scully, M. S. Zubairy. Quantum optics. New York: Cambridge University Press, 1997: 9.
- [21] M. Sara. Quantum mechanics. Oxford: Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1993: 34.
- [22] L. I. Schiff. Quantum mechanics (3rd Edition). New York: McGraw-Hill Book Company, 1968: 24-25.
- [23] 关洪. 论爱因斯坦《关于光的产生和转化的一个试探性观点》一文的得失[J]. 自然辩证法通讯, 2005, 156(2): 7-11.
- [24] P. A. M. Dirac. The principles of quantum mechanics (4th Edition). London: Oxford University Press, 1958: 9-10.
- [25] P. L. Pfleegor, L. Mendel. Interference of independent photon beams. Physical Reviews, 1967, 159(5): 1084-1088.
- [26] H. Paul. Interference of independent photons. Reviews of Modern Physics, 1986, 58(1): 209-231.
- [27] R. J. Glauber. Dirac's famous dictum on interference: One photon or two? American Journal of Physics, 1995, 63(1): 12.
- [28] E. Hecht. Optics. San Francisco: Addison Wesley, 2002: 396.
- [29] L. D. Landau, E. M. Lifshitz. Quantum mechanics (non-relativistic theory) (3rd Edition). Oxford: Butterworth Heinemann, 1999: 51.
- [30] J. S. Bell. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. Reviews of Modern Physics, 1966, 38(3): 447-452.
- [31] J. S. Bell. On the Einstein podolsky rosen paradox. Physics, 1964, 1: 195-200.
- [32] 韩跃清. 在量子信息学领域持续创新——访中国科学院院士、中国科技大学教授郭光灿[J]. 科技创新与品牌, 2009, 27: 11-13.