# 大型Nb<sub>3</sub>Sn复合超导线圈的热应力分析及其 优化设计

#### 田 栋, 董石泉, 李健博, 何 安

长安大学理学院,陕西 西安

收稿日期: 2022年11月28日; 录用日期: 2022年12月8日; 发布日期: 2022年12月30日

#### 摘要

由于Nb<sub>3</sub>Sn超导线中各材料具有不同的热膨胀系数,因此Nb<sub>3</sub>Sn超导线圈从高温制备成型到低温运行过 程中,会产生一定的热应变。当其通入电流后,还会受到自场作用下的洛伦兹力,从而产生很大的力学 变形。由于Nb<sub>3</sub>Sn超导材料具有很高的应变敏感性,而超导线中产生的应变会影响超导磁体结构的稳定 性,因此计算超导磁体在热应力与电磁体力下的力学行为具有重要的科学意义。本文基于双向均质化方 法,首先采用有限元软件分析了Nb<sub>3</sub>Sn线圈在热应力作用下各材料应力 - 应变随着匝数和层数的变化规 律。接着,通过改变超导线中Nb<sub>3</sub>Sn芯丝数量、Nb<sub>3</sub>Sn芯丝大小和铜基直径大小等因素,分析各材料应 力应变随铜超比的变化规律。当芯丝数量越多、芯丝尺寸越大或者铜基直径越小时,超导线圈的强度越 大,从而从力学性能方面对超导线结构进行优化设计。最后,我们考虑了超导线圈在热应力和电磁体力 共同作用下,超导线圈内各材料应力和应变的变化规律。

## 关键词

超导线圈,Nb<sub>3</sub>Sn芯丝,热应力,电磁体力,应力应变场

## Thermal Stress Analysis and Optimal Design of Large-Scale Nb<sub>3</sub>Sn Composite Superconducting Coils

#### Dong Tian, Shiquan Dong, Jianbo Li, An He

School of Science, Chang'an University, Xi'an Shaanxi

Received: Nov. 28<sup>th</sup>, 2022; accepted: Dec. 8<sup>th</sup>, 2022; published: Dec. 30<sup>th</sup>, 2022

#### Abstract

Since each material in the Nb<sub>3</sub>Sn superconducting wire has a different coefficient of thermal expansion, the Nb<sub>3</sub>Sn superconducting coil will generate a certain amount of thermal strain during the process from high-temperature treatments and molding to low-temperature operation. When it is exposed to a transport current, it will also be subjected to Lorentz force under the action of the self-field, thus generating a large mechanical deformation. Since Nb<sub>3</sub>Sn superconducting materials have high strain sensitivity and the strain generated in the superconducting wire affects the stability of the superconducting magnets, it is of scientific importance to calculate the mechanical behavior of superconducting magnets under thermal stress and electromagnetic body force. In this paper, based on the bidirectional homogenization method, finite element software is used to first analyze the variations of stress-strain of each material with the number of turns and layers under thermal stress in Nb<sub>3</sub>Sn coils. Secondly, by changing the number of Nb<sub>3</sub>Sn core wires, the size of Nb<sub>3</sub>Sn core wires and the diameter of the copper base in the superconducting wires, the stress and strain of each material with the copper excess ratio were analyzed. When the number of core wires is larger, the size of the core wires is larger or the diameter of the copper base is smaller. Thus, it provides a tool to optimize the design of superconducting coils structure in terms of mechanical properties. Finally, we consider the developments of stress and strain of each material in the superconducting coil under the combined effect of thermal stress and electromagnetic force.

### **Keywords**

Superconducting Coil, Nb<sub>3</sub>Sn Filaments, Thermal Stress, Electromagnetic Force, Stress-Strain Field

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). <u>http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</u> CC Open Access

## 1. 引言

由于超导材料具有优异的载流能力和产生高磁场的能力,超导磁体技术受到能源、军事、电力、医 疗等众多领域的广泛关注。然而,Nb<sub>3</sub>Sn 是一种典型的脆性材料,不能直接挤压和拉伸,其制造过程相 对复杂。在热反应之前进行缠绕,线圈在 900 K~950 K 的高温下进行热处理,热处理完成后冷却到室温, 接着冷却到其工作温度(4.2 K 左右),由于 Nb<sub>3</sub>Sn、铜和环氧树脂具有不同的热膨胀系数,这导致降温过 程中线圈内各材料相互挤压产生了热应变[1]。当线圈通电后,超导线圈会受到电磁体力的作用[2]。由于 Nb<sub>3</sub>Sn 具有很高的应变敏感性[3] [4] [5],超导线的力学变形会影响超导磁体结构的电磁性能及磁热稳定 性,因此对超导线圈在热应力和电磁体力作用下力学变形的研究显得尤为重要[6] [7]。

Nb<sub>3</sub>Sn 超导线主要由多根微米级的超导芯丝、铜基和环氧树脂形成的复合结构,所以从超导芯丝到 超导磁体其尺寸跨越了几个数量级,这样导致高场超导磁体结构的精细化数值建模比较困难、计算量非 常巨大,给超导磁体线圈的力学性能的分析带来了挑战。针对 Nb<sub>3</sub>Sn 超导复合线圈的力学变形问题,国 内外很多学者进行了一系列研究[8]-[13]。Boso 等[14] [15] [16]利用均质化方法,研究了 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线从 制备到工作温度下所产生的热应变和等效力学性质。采用复合材料细观力学中的 Mori-Tanaka 方法,Jing 等[17]建立了考虑绞钮效应的理论模型,并且接着采用变化局部坐标系下的离散单元方法模拟了绞纽的单 根 Nb3Sn 超导股线的力学行为。Nb<sub>3</sub>Sn 超导线的制备需要经过高温反应、热处理工艺和降温处理等,这 些加工过程产生的热应变是不容忽视的。国内一些学者[18] [19] [20]对单根 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线材料建立了三维 模型,详细研究了 Nb<sub>3</sub>Sn 超导材料在降温过程中超导线材料内部各材料组分产生的热应变以及分布特点, 从不同的角度分析了降温过程中产生的热应变对 Nb<sub>3</sub>Sn 超导材料的影响。能够精确预测超导磁体的力学 行为对超导磁体的安全运行具有重要的科学意义。

当超导磁体服役于大电流强磁场的环境后,超导线圈不可避免地会受到电磁体力的作用。王超等[21] 测量了线圈降温到 4.2 K 时产生的热应变以及线圈励磁后线圈模型在电磁体力作用下产生的电磁应变。 毛文玉等[22]利用有限元软件对单根超导线的残余热应变和等效电磁力作用下的线力学响应进行了计算 分析,考虑了变温、变磁场、绞缆节距和变载荷节距等。张红洁等[23]对 NMR 超导磁体建立了一个二维 轴对称结构的平均有限元模型,在电磁力作用下找到超导磁体模型的危险区域,再对其危险区域进行详 细的建模分析,结果表明,超导磁体中的最大磁应力位置在超导材料中,其结果对高场超导磁体设计有 一定的帮助,但其方法只停留在二维层面,并不能详细地表征超导线内部结构的应力变化情况。朱丽等 [24]利用有限元软件模拟计算了 FECR 半长度样机励磁后各六级线圈和螺线管的应力应变分布情况。吴墨 等[25]利用有限元软件分析了在电磁体力作用下的最大环向应力应变。

目前,大多数研究仅仅将超导磁体作为各向异性均质化模型进行处理来研究超导线圈的力学行为, 这样得到的是超导线圈的平均应力应变场,无法精确得到超导线圈内部各材料的应力应变场。本文采用 我们以前提出的一种双向均质化建模方法[2],用来分析热应力和电磁体力作用下 Nb<sub>3</sub>Sn 超导磁体内部各 个材料的力学变形行为及对超导线圈进行优化设计。与已有的均质化方法相比,该方法具有计算结果精 度高且计算代价低,能够更加精确地描述线圈结构的精细应力 - 应变场。本文的内容安排如下:首先基 于代表性体积单元方法计算出随温度变化的材料参数(弹性模量、泊松比和热膨胀系数),建立均质化超导 线圈结构;接着采用双向均质化方法详细分析大型超导线圈不同位置处 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝、铜基和环氧树脂的 应力应变场;接下来改变 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线的芯丝数量、Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小和铜基直径大小,分析各材料应力 应变随铜超比的变化规律从而对超导线的结构进行优化设计;最后分析了大型超导线圈在热应力和电磁 体力同时作用下线圈内部各材料应力应变的变化规律。

#### 2. 热应力下超导线圈的应力 - 应变规律

#### 2.1. 超导线圈的热应力计算

超导磁体从制备时高温淬火降到 298 K 时的室温再到其运行时所需的 4.2 K 低温环境,在整个过程中 会受到热应力的影响。整个超导线圈结构一般都是从微米级的 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝、毫米级的铜基体以及外 包环氧树脂复合成毫米级的超导线,再由超导线一匝一匝、一层一层绕制而成,最后形成跨越几个数量 级复合结构体系。如图 1 中间横截面图所示,超导线圈由 1558 根超导线组成,从横截面任取一个代表性 单元,该单元由 54 根 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝(红色)、铜基(黄色)和环氧树脂(绿色)组成,其中最外层的环氧树脂 边长为 1.4 mm,铜基直径为 1.3 mm, Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝六边形边长为 0.06 mm,超导线单元长为 13 mm。线圈 模型中 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线沿着径向排布 38 层,沿着轴向排布 41 匝,线圈的整体尺寸达到内径 167.6 mm,外 径 215.75 mm,轴向高 60 mm。图 1 中间还给出了超导线圈横截面提取的单元路径,为了简便计算,选 取横截面中具有代表性的层数和匝数进行计算,选取线圈的上、中、下三匝(红色虚线)作为超导线单元匝 数提取路径,沿着 Z 轴选取左、中、右三层(黄色虚线)作为超导线单元层数提取路径,其中每条线上的 一个点是一个代表性单元,分别计算超导线单元内各材料的力学情况随层数和匝数变化的规律。

对于均质化模型,其主要思想是在结构复杂的区域中寻找一个代表性单元,使得该单元具有普遍适 用性,能够代表该单元所覆盖区域的所有材料集合的力学性质,对于选定的代表单元的性质可以通过均 匀化计算方法得出。本文研究的 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线圈是由铜、环氧树脂、Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝三种材料组成的复合结构。Nb<sub>3</sub>Sn 超导线的性质是与其几何构型相关的,其性质表现为正交各向异性。超导线中各材料的材料参数(弹性模量、泊松比、热膨胀系数)都是随着温度变化的,参数与温度之间的关系由文献[16][26]给出,相关数据展示在表1中。对选定的代表性单元进行均质化计算,得到一组随温度变化的等效力学参数,如表2所示。三种材料的力学属性都是建立在宏观尺度,并未涉及晶粒、晶格尺度,每一种材料都认为是宏观各向同性的,其本构关系也是各向同性的。



Figure 1. Schematic diagram of the distribution of the wire in the cross section of superconducting coils and microscopic material composition

图 1. 超导线圈横截面超导线的排布情况及其代表性单元

T (K)	E (MPa)	ν	α (1/K)				
Nb <sub>3</sub> Sn							
923	162,000	0.3	$9.53584 \times 10^{-6}$				
800	162,000	0.3	$9.40712 \times 10^{-6}$				
700	162,000	0.3	$9.28404 \times 10^{-6}$				
600	162,000	0.3	$9.14444  imes 10^{-6}$				
500	162,000	0.3	$8.98833 \times 10^{-6}$				
400	162,000	0.3	$8.81568 \times 10^{-6}$				
293	162,000	0.3	$8.61266  imes 10^{-6}$				
200	162,000	0.3	$8.42084 \times 10^{-6}$				
100	16,200	0.3	$8.19863  imes 10^{-6}$				
4	16,200	0.3	$7.96977 \times 10^{-6}$				
Copper							
923	91,711	0.376	$2.11807  imes 10^{-5}$				
800	96,680	0.371	$2.07244  imes 10^{-5}$				
700	102,210	0.367	$2.04756  imes 10^{-5}$				
600	108,560	0.363	$2.02780  imes 10^{-5}$				
500	115,250	0.359	$2.00726  imes 10^{-5}$				
400	121,800	0.354	$1.98039 \times 10^{-5}$				

**Table 1.** Mechanical parameters of each material component of superconducting wire 表 1. 超导线各材料组分力学参数

Continued							
293	128,109	0.350	$1.93822  imes 10^{-5}$				
200	132,560	0.346	$1.88505  imes 10^{-5}$				
100	135,810	0.342	$1.80531  imes 10^{-5}$				
4	136,998	0.338	$1.70162 \times 10^{-5}$				
Ероху							
293	3714	0.36	$4.4657  imes 10^{-5}$				
200	4819	0.36	$3.5257\times 10^{-5}$				
100	7443	0.36	$2.5357 \times 10^{-5}$				
4	11,364	0.36	$1.5757  imes 10^{-5}$				

Table 2. Equivalent mechanical parameters of superconducting wire 表 2. 超导线等效力学参数

T (K)		4	100	200	293	400	500	600	700	800	923
E (Mpa)	E1	50,841	38,469	27,942	22,687	22,578	22,463	22,316	22,159	21,980	21,724
	E2	50,846	38,473	27,945	22,690	22,581	22,466	22,319	22,161	21,982	21,724
	E3	99,759	96,780	94,258	91,872	89,877	87,881	85,483	83,086	80,568	77,288
ν	v12	0.2848	0.2690	0.2541	0.2467	0.2477	0.2488	0.2502	0.2517	0.2535	0.2561
	v13	0.1702	0.1334	0.1000	0.0837	0.0857	0.0876	0.0900	0.0924	0.0950	0.0985
	v23	0.1702	0.1334	0.1000	0.0837	0.0856	0.0876	0.0899	0.0923	0.0949	0.0984
G (MPa)	G12	11,677	8101	5470	4291	4282	4272	4260	4246	4230	4206
	G13	15,765	11,431	7995	6373	6349	6325	6293	6259	6220	6163
	G23	15,768	11,433	7997	6374	6351	6327	6296	6262	6223	6167
α (1 – 5/K)	α11	1.47	1.86	2.27	2.64	2.67	2.69	2.71	2.73	2.75	2.76
	α22	1.46	1.86	2.26	2.63	2.66	2.69	2.71	2.73	2.74	2.75
	α33	1.36	1.43	1.48	1.51	1.54	1.57	1.58	1.58	1.58	1.57

如图 2(a)所示,以3×3线圈为例(文中计算的38×41的线圈模型,3×3线圈模型仅作展示),本文 对整个线圈采用均质化模型,通过提取均质化超导线单元模型的位移场,施加到精细化超导线单元结构 上来计算超导线单元内各材料的应力应变规律,由于线圈直径远远大于提取的微小弧段单元,故可将微 小弧段单元可看成直超导线长方体单元结构。在全局坐标下,超导线单元结构的六个面上其每一个结点 上对应着三个方向的位移分量。如图 2(b)所示为研究超导线圈受外载荷作用下研究线圈中各材料的应力 和应变随匝数和层数变化规律的流程图,首先对线圈做均质化处理,利用代表性单元计算出线圈的等效 力学参数,将计算出的等效参数带入均质化模型做热应力计算,随后利用 ABAQUS 后处理模块,将线圈 中微小单元(这里的微小单元是在等效线圈中做了切割处理,其大小尺寸均与代表性单元相同,它是一个 各向异性的均质化材料)的六个面上所有结点的位移导出,将对应的位移场数据进行处理作为新的位移荷 载(共 18 组),由于将超导线单元看作长方体,所以只须处理每个面对应法线方向的位移作为位移场荷载 (共 6 组)。通过分析每个面法向的所有结点位移数据,发现所有结点的数据大小差距较小且分布均匀,故 采用求和取平均的方法便可得到每个面的对应方向的平均位移荷载。导入新建的对应尺寸超导线精细化 单元结构进行计算分析,便可得出线圈对应部位代表单元的各个材料的应力应变分布情况。



**Figure 2.** Schematic diagram of the bidirectional homogenized model of superconducting coils (a) and calculation flow chart (b) 图 2. 超导线圈双向均质化模型示意图(a)和计算流程图(b)

## 2.2. 超导线圈各层材料应力应变随匝数/层数变化情况

图 3 给出了线圈在第 1 匝、第 21 匝和第 41 匝处位置处环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝的 Mises 应力随层数的变化规律。环氧树脂、铜材跟 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝在第 1 匝、第 21 匝和第 41 匝处的 Mises 应 力基本相等,由于线圈的对称性在降温过程中线圈沿着径向均匀收缩,各材料沿着层数从线圈内侧到线 圈外侧产生的应力是逐渐变大。比较环氧树脂,铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝的应力值,整体可以看出芯丝跟 铜的应力要高于环氧树脂。因为三种材料中芯丝的弹性模量最大,环氧树脂的弹性模量最小,由此可知 降温过程中线圈外侧受到的应力更容易达到强度极限从而发生强度破坏。





图 3. 超导线圈不同匝数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb3Sn 芯丝(c)的 Mises 应力随层数的变化情况



Figure 4. Variation of radial strain in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb3Sn filaments (c) as a function of layer in superconducting coils

图 4. 超导线圈不同匝数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb3Sn 芯丝(c)的径向应变随层数的变化情况





图 5. 超导线圈不同匝数的环氧树脂(a)、铜基(b)、Nb3Sn 芯丝(c)的轴向应变随层数的变化情况

图 4 和图 5 分别给出了线圈在第 1 匝, 第 21 匝和 41 匝位置处环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的径向 应变和轴向应变随层数的变化情况,由图可知,这三种材料的径向应变和轴向应变均为压应变,文中取 的三匝其轴向应变和径向应变数值是基本重合的,这主要是因为线圈结构本身的对称性,所以在降温过 程中产生的热应力是中心对称的。径向应变和轴向应变沿着层数逐渐减小,所以径向应变和轴向应变在 线圈内测最大,各材料的轴向应变要比径向应变在数值上要更大,线圈环氧树脂区域的轴向应变相较于其 他材料的应变值更大。比较环氧树脂,铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的应变,在数值上环氧树脂的应变要明显高于铜 基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝,那是因为环氧树脂的热膨胀系数要高于铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝。在 Z 方向,环氧树脂、铜基 和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力、轴向应变和径向应变沿着匝数的变化不大,近似一条水平线(文中没有展示)。

2.3. 改变 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量、Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小和铜基直径大小后超导线各层材料的 应力 - 应变规律



Figure 6. Variation of the number of Nb<sub>3</sub>Sn filaments 图 6. Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量变化图



**Figure 7.** Variation of the maximum principal strain in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) as a function of layer in the same turn for superconducting wires with different number of core wires 图 7. 不同芯丝数量的超导线在同一匝处环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的最大主应变随层数的变化情况



Figure 8. Variation of Mises stress in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) as a function of layer in the same turn for superconducting wires with different number of core wires
图 8. 不同芯丝数量的超导线在同一匝处环氧树脂(a)、铜基(b)、和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的 Mises 应力随层数的变化情况

为了更好地研究材料的几何性质对超导线的影响,本文从改变 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量、Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小、 铜基直径大小三方面进行了仿真分析。如图 6 所示,在横截面及几何尺寸不变的情况下,只改变 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量,本文主要针对包含 36、42 和 48 根 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的超导线单元结构进行分析(其中 1、2、3 分别 对应 36、42 和 48 根 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝)。与上一节计算 54 芯丝时所使用的方法一致,先是对超导线单元结构 做等效处理,计算出各温度下的等效材料参数,然后回代到线圈里做热应力计算,在线圈中选取第 1 匝 位置提取各个面位移场回代到精细化超导线单元结构计算各材料的应力、应变随层数的变化规律,从应 力应变角度分析芯丝数量对超导材力学性能的影响。图 7 和图 8 展示了第 1 匝处 3 种不同芯丝数量超导 线单元结构对应的环氧树脂、铜基体和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的最大主应变和 Mises 应力随着层数的变化规律,与 54 芯丝结果相同,沿着层数从线圈内侧到线圈外侧产生的应力越来越大。随着 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量的增加, 环氧树脂、铜基与 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝区域的应力与应变逐渐减小,因此增加 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量同时也提高了超导 线的强度。



**Figure 9.** Schematic diagram of cross sections of different Nb<sub>3</sub>Sn filaments 图 9. 不同 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小截面示意图



**Figure 10.** Variation of Mises stress (a) and maximum principal stress (b) with the size of Nb<sub>3</sub>Sn filaments for epoxy resin region, copper matrix and Nb<sub>3</sub>Sn filaments at the same superconducting wire unit

图 10. 同一超导线单元处环氧树脂、铜基、和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力(a)和最大主应 力(b)随 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小的变化情况

为了研究芯丝数量对各材料力学性能的影响,文中选用含36根Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的超导线单元结构为基础,保持环氧树脂区域与铜基体区域尺寸不变,在此基础上改变Nb<sub>3</sub>Sn芯丝外接圆直径 d<sub>i</sub>,如图 9 所示,d<sub>i</sub>(i = 1, 2, …, 10)从左到右分别为100 um、105 um、110 um、115 um、120 um、125 um、130 um、135 um、140 um、150 um。方法与前文中的计算方法一致,本次在线圈中选区的位置是第1层、第1匝处,对不同Nb<sub>3</sub>Sn芯丝大小的超导线单元结构进行重复计算,提取各个超导线单元结构中环氧树脂、铜基和Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的应力和应变进行分析。图 10 给出了同一超导线单元位置随着Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝外接圆直径的变化环氧树脂、铜基体和Nb<sub>3</sub>Sn芯丝应力与应变的变化情况,可以看出随着Nb<sub>3</sub>Sn芯丝外接圆直径大小的改变,环氧树脂、铜基体和Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的Mises应力随着Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的弹性模量要大于环氧树脂和铜基体的弹性模量,所以超导线整体的强度也随之提高。Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的Mises应力在数值上大于铜基的Mises应力大于环氧树脂的Mises应力。铜基与Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的最大主应变逐渐减小但变化不明显,环氧树脂的变化要更加明显,在数值上环氧树脂区域的最大主应变要大于铜基跟Nb<sub>3</sub>Sn芯丝,因为环氧树脂的热膨胀系数比铜基和Nb<sub>3</sub>Sn芯丝的热膨胀系数大。

为了研究铜基体尺寸对各材料力学性能的影响,对 54 根 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝超导线单元结构的铜直径 R<sub>j</sub>进行了修改,如图 11 所示,其铜直径 R<sub>j</sub>(j = 1, 2, …, 10)从左到右为 1.175 mm、12 mm、1.225 mm、1.25 mm、1.275 mm、1.3 mm、1.325 mm、1.35 mm、1.375 mm、1.4 mm,提取应力应变的方法与前文一致,同样是选取第 1 匝、第 1 层位置对超导线单元中各个材料进行应力应变分析。图 12 展示了随着铜直径的变化环氧树脂、铜基体和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝应力与应变的变化情况。可以看出,随着铜基直径的增大,在单根超导线横截面不变的情况下,环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力和最大主应变逐渐增大,Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力大于铜基和环氧树脂的 Mises 应力。显然随着铜基直径增大,Nb<sub>3</sub>Sn 超导线更容易达到的强度极限而发生强度失效。

综上可以看出,当 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝数量增大,Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝尺寸增大和铜基直径变小时,环氧树脂、铜基体和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力和最大主应变逐渐减小。由于 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝弹性模量要大于超导线中其他材料的弹性模量,提高 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的数量,增大 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的尺寸以及缩小铜基直径时会提高 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线的强度,所以今后在 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线的设计中可以扩大 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的占比来提高 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线整体的强度,同时也会提高 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线圈整体的力学性能。



 Figure 11. Schematic diagram of cross sections of different diameters of copper matrix

 图 11. 不同铜基直径大小截面示意图



**Figure 12.** Variation of Mises stress (a) and maximum principal strain (b) with the size of copper matrix diameter for epoxy resin region, copper matrix, and Nb<sub>3</sub>Sn filaments at the same superconducting wire unit 图 12. 同一超导线单元处环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力(a)和最大主

#### 应变(b)随铜基直径大小的变化情况

## 3. 热应力与电磁体力下超导线圈的应力 - 应变规律

Nb<sub>3</sub>Sn 超导线从制备降到低温运行环境,在这个过程中会受到热应力作用,另外超导线载有强电流, 在自场作用下 Nb<sub>3</sub>Sn 超导线还将受到电磁体力的作用,使其发生较大力学变形。文中研究的磁场分布同 文献[2]中一样,磁场产生的电磁体力在线圈的外部区域较大,在线圈中心位置处较小,线圈的内侧表面 电磁体力最大,电磁体力在线圈上下部分呈对称分布。



**Figure 13.** Variation of Mises stress in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) as a function of layer in superconducting coils

图 13. 超导线圈不同匝数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的 Mises 应力随层数的变化情况

图 13 给出了超导线圈受热应力和电磁体力时第 1 匝、第 21 匝和第 41 匝位置处环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力随层数的变化规律。从图 13 可以看出,线圈上下表面应力相等(第 1 匝和第 41 匝的结果重合),这是因为电磁体力在线圈内关于 Z 方向对称分布,且线圈在降温过程中产生的热应力是

关于线圈中点中心对称,线圈上下表面的 Mises 应力在数值上低于内部,在线圈第 21 匝的端部的 Mises 应力最大。比较这三种材料的应力值,环氧树脂区域的应力值最小,这是因为环氧树脂的弹性模量最小。 另外铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的应力随着层数的增加先减小后增大,环氧区域的应力值变化不大。所以线圈的 内测中间匝更容易达到应力极限从而发生强度破坏。



Figure 14. Variation of axial strain in epoxy resin region (a), copper matrix, (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) as a function of layer in superconducting coils





**Figure 15.** Variation of radial strain in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) as a function of layer in superconducting coils

图 15. 超导线圈不同匝数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的径向应变随层数的变化情况

图 14 和图 15 分别给出了超导线圈受热应力和电磁体力时第 1 匝、第 21 匝和第 41 匝位置处环氧树 脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的径向应变和轴向应变随层数的变化规律。从图 14 和图 15 可以看出, 3 种材料 的径向应变和轴向应变均为压应变,第 1 匝和第 41 匝的径向应变和轴向应变的数值基本重合,这是由电 磁体力在 Z 方向的对称性引起的。径向应变随着层数的增加而减小,所以径向应变在线圈的中间层最大。 轴向应变随着层数的增加而降低,及轴向应变在线圈内侧最大,线圈中间匝数的应变均高于线圈的其他 区域,因此轴向应变在线圈的第 21 匝最大。比较这三种材料的应变值,环氧树脂区域的应变相较于其他 材料更大。

为了分析线圈的力学性质沿着 Z 方向的变化情况, 图 16 给出了超导线圈受热应力和电磁体力时第 1 匝、第 21 匝和第 41 匝位置处环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力随匝数的变化情况。从图 16 可以看出,这 3 种材料在线圈内侧 Mises 应力最大,线圈中间层次之,线圈外侧最小。而且线圈在中间匝处的应力最大,在上下两端处最小,应力随匝数的变化关于第 21 匝呈对称分布,是因为电磁体力在 Z 方向的对称性造成的。



Figure 16. Variation of Mises in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) versus turn in superconducting coils

图 16. 超导线圈不同层数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的 Mises 应力随匝数的变化情况



Figure 17. Variation of radial strain in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) versus turn in superconducting coils

图 17. 超导线圈不同层数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的径向应变随匝数的变化情况



Figure 18. Variation of axial strain in epoxy resin region (a), copper matrix (b) and Nb<sub>3</sub>Sn filaments (c) versus turn in superconducting coils

图 18. 超导线圈不同层数的环氧树脂(a)、铜基(b)和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝(c)的轴向应变随匝数的变化情况

图 17 和图 18 分别给出了超导线圈受热应力和洛伦兹力时第 1 匝、第 21 匝和第 41 匝位置处环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的径向应变和轴向应变随匝数的变化情况。从图 17 和图 18 可以看出,线圈的径向应变与轴向应变均为压应变且关于第 21 匝位置对称,第 19 层的径向应变最大,内侧径向应变次之,外侧应变最小。由于线圈整体是关于中间层对称受压的状态,线圈中间层径向应变要大于上下层的径向应变,径向应变随着匝数的变化幅度不大。线圈轴向应变随着匝数先增大后减小,在线圈中间匝数达到最大值,相比于铜基和芯丝,环氧树脂区域产生的轴向应变和径向应变最大。

### 4. 总结

首先,本文利用双向均质化方法分析超导线圈在热应力作用下内部材料的应力应变规律,当超导线 圈承受热应力时,线圈外侧的 Mises 应力要高于线圈的其他区域,即线圈外侧更容易发生强度失效而损 坏。组成线圈的三种材料中,Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝的 Mises 应力数值最大,环氧树脂的最大主应力最小,Mises 应 力的数值随着层数的增加而增大,随着匝数的变化其数值变化不大,基本处于一条水平线。随着层数的 增大,轴向应变和径向应变逐渐减小,线圈内侧的轴向应变和径向应变最大。当改变超导线中 Nb<sub>3</sub>Sn 超 导芯丝数量时,随着芯丝数量的增加,环氧树脂、铜基与 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝区域的 Mises 应力与总应变逐渐减 小。当改变超导线中 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小时,随着 Nb<sub>3</sub>Sn 芯丝大小的改变,环氧树脂、铜基和 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯 丝的 Mises 应力和最大主应变随着芯丝尺寸的增大而减小。当改变超导线中铜基直径大小时,随着铜基 直径的增大,环氧树脂、铜基体和 Nb<sub>3</sub>Sn 超导芯丝的 Mises 应力和最大主应变随着芯丝尺寸的增大而减小,造者匝数的变化呈对称分布。从超导线圈 不同位置的径向和轴向应变曲线可知,线圈内侧中间处的轴向应变最大,线圈中间层的径向应变较大。 这些结果对准确预测超导线圈在热应力和电磁体力作用下的力电行为提供理论依据,并且对超导线结构 的设计提供优化方案。

#### 基金项目

陕西省自然科学基金(2022JM-025)资助。

### 参考文献

- Liu, B.X., Jing, Z., Yong, H.D., et al. (2017) Strain Distributions in Superconducting Strands with Twisted Filaments. Composite Structures, 174, 158-165. <u>https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.04.047</u>
- [2] 何安,李健博,薛存. Nb<sub>3</sub>Sn 超导线圈力学性能精确分析的双向均质化方法[J].力学学报, 2022, 54(5): 1274-1290.
- [3] Zhu, J.Y., Luo, W., Zhou, Y.H., et al. (2012) Contact Mechanical Characteristics of Nb<sub>3</sub>Sn Strands under Transverse Electromagnetic Loads in the CICC Cross-Section. Superconductor Science and Technology, 25, Article ID: 125011. <u>https://doi.org/10.1088/0953-2048/25/12/125011</u>
- [4] Yong, H.D., Yang, P.L., Xue, C., et al. (2016) Fracture Behavior of Filament in Nb<sub>3</sub>Sn Strands with Crack-Bridging Model. Fusion Engineering and Design, 102, 66-73. <u>https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2015.11.029</u>
- [5] Jia, S., Wang, D. and Zheng, X. (2015) Multi-Contact Behaviors among Nb<sub>3</sub>Sn Strands Associated with Load Cycles in a CS1 Cable Cross Section. *Physica C: Superconductivity and Its Applications*, **508**, 56-61. https://doi.org/10.1016/j.physc.2014.10.019
- [6] 周又和,王省哲. ETER 超导磁体设计与制备中的若干关键力学问题[J]. 中国科学: 物理学、力学、天文学, 2013(12): 1558-1569.
- [7] 王秋良. 高磁场超导磁体科学[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [8] Nijhuis, A., Ilyin, Y. and Abbas, W. (2008) Axial and Transverse Stress-Strain Characterization of the EU Dipole High Current Density Nb<sub>3</sub>Sn Strand. *Superconductor Science and Technology*, 21, Article ID: 065001. <u>https://doi.org/10.1088/0953-2048/21/6/065001</u>
- [9] Nishijima, G., Watanabe, K., Araya, T., et al. (2005) Effect of Transverse Compressive Stress on Internal Reinforced Nb<sub>3</sub>Sn Superconducting Wires and Coils. Cryogenics, 45, 653-658. <u>https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2005.08.003</u>
- [10] Chiesa, L., Takayasu, M., Minervini, J., *et al.* (2007) Experimental Studies of Transverse Stress Effects on the Critical Current of a Sub-Sized Nb<sub>3</sub>Sn Superconducting Cable. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **17**, 1386-1389. <u>https://doi.org/10.1109/TASC.2007.900986</u>
- [11] Nijhuis, A., Eijnden, N., Ilyin, Y., et al. (2005) Impact of Spatial Periodic Bending and Load Cycling on the Critical Current of a Nb<sub>3</sub>Sn Strand. Superconductor Science and Technology, 18, S273-S283. <u>https://doi.org/10.1088/0953-2048/18/12/009</u>
- [12] Bajas, H., Durville, D., Ciazynski, D., *et al.* (2010) Numerical Simulation of the Mechanical Behavior of ITER Cable-in-Conduit Conductors. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **20**, 1467-1470.

https://doi.org/10.1109/TASC.2010.2042944

- [13] Ekin, J.W. (1980) Strain Scaling Law for Flux Pinning in Practical Superconductors. Part 1: Basic Relationship and Application to Nb<sub>3</sub>Sn Conductors. *Cryogenics*, 20, 611-624. <u>https://doi.org/10.1016/0011-2275(80)90191-5</u>
- [14] Boso, D.P., Lefik, M. and Schrefler, B.A. (2006) Homogenisation Methods for the Thermo-Mechanical Analysis of Nb<sub>3</sub>Sn Strand. *Cryogenics*, 46, 569-580. <u>https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2006.01.005</u>
- [15] Boso, D.P., Lefik, M. and Schrefler, B.A. (2005) A Multilevel Homogenised Model for Superconducting Strand Thermomechanics. *Cryogenics*, 45, 259-271. <u>https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2004.09.005</u>
- [16] Boso, D.P. (2013) A Simple and Effective Approach for Thermo-Mechanical Modelling of Composite Superconducting Wires. *Superconductor Science and Technology*, 26, Article ID: 045006. https://doi.org/10.1088/0953-2048/26/4/045006
- [17] Jing, Z., Yong, H.D. and Zhou, Y.H. (2013) Theoretical Modeling for the Effect of Twisting on the Properties of Multifilamentary Nb<sub>3</sub>Sn Superconducting Strand. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 23, Article ID: 6000307. <u>https://doi.org/10.1109/TASC.2012.2232922</u>
- [18] 刘勃, 武玉, 刘方, 等. Nb<sub>3</sub>Sn 超导股线残余应力分析[J]. 低温与超导, 2009, 37(2): 36-38+43.
- [19] 蒋华伟, 武松涛. Nb<sub>3</sub>Sn 超导股线热应变分析模型研究[J]. 稀有金属材料与工程, 2014, 43(6): 1372-1376.
- [20] 许莹, 戴银明, 李兰凯, 等. 有限元法模拟 Nb<sub>3</sub>Sn 线材的应变分布[J]. 低温与超导, 2014, 42(11): 53-57.
- [21] 王超,陈文革,谭运飞,等. Nb<sub>3</sub>Sn CICC 模型线圈低温实验与应变测试结果分析[J]. 低温与超导, 2012, 40(4): 15-18.
- [22] 毛文玉,陈建桥,何凯. Nb<sub>3</sub>Sn 复合超导股线的临界电流密度预测[J].应用力学学报,2014,31(5):758-763+833.
- [23] 张红洁, 王秋良, 刘宏伟, 等. 轴对称高场超导磁体电磁应力有限元分析方法[J]. 低温物理学报, 2017, 39(5): 44-50.
- [24] 朱丽, 吴巍, 孙良亭, 等. FECR 超导离子源 Nb<sub>3</sub>Sn 磁体半长度样机的结构分析[J]. 稀有金属材料与工程, 2020, 49(9): 3177-3181.
- [25] 吴墨, 戴银明. 15T NbTi/Nb<sub>3</sub>Sn 超导磁体的设计[J]. 低温与超导, 2021, 49(8): 17-20+65.
- [26] 李志伟.环氧树脂及其复合材料的低温力学性能研究[D]: [硕士学位论文].大连:大连理工大学, 2018.