

Research and Application on Fuzzy Comprehensive Evaluation Method for Hydrologic Forecast Model*

Junjie Song, Jianzhong Zhou[#], Baowei Yan

School of Hydropower & Information Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan
Email: #jz.zhou@hust.edu.cn

Received: Feb. 14th, 2013; revised: Feb. 27th, 2013; accepted: Mar. 11th, 2013

Copyright © 2013 Junjie Song et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: According to accuracy, precision and reliability requirement of hydrological forecasting specification, we use the fuzzy comprehensive evaluation method based on fuzzy set theory to quantitatively evaluate the performance hydrological forecasting models. The study selected auto-regressive wavelet model, nearest neighbor regressive wavelet model and mean generating function model of three gorges annual runoff forecast as the study object, and built a multi-index evaluation system for hydrologic forecasting model comprehensive evaluation. Set parabolic type membership function as the standardized method, on the basis of maximum degree principle and close to principle. Using the information entropy method based on decision makers' preference in standardized value set to get a weight combining subjective and objective aspects. The best model is the one which has the highest result value most close to the theoretical optimal value. The research results show that the fuzzy comprehensive evaluation method is applicable for hydrological forecasting field. Fuzzy comprehensive evaluation method based on decision makers' preference information entropy method can effectively reduce redundant information and introduce decision maker's subjective experience to quantitatively evaluation making with a combination of subjective and objective to get a scientific and exact result.

Keywords: Fuzzy Comprehensive Evaluation Model; Hydrologic Forecast Model; Value Set Standardization; Parabolic Type Membership Function; Information Entropy Method Based on Decision Makers' Preference

水文预报模型模糊综合评价方法研究及应用*

宋俊杰, 周建中[#], 闫宝伟

华中科技大学水电与数字化工程学院, 武汉
Email: #jz.zhou@hust.edu.cn

收稿日期: 2013年2月14日; 修回日期: 2013年2月27日; 录用日期: 2013年3月11日

摘要: 本文根据水文情报预报规范准确度、精密度和可信度的要求, 以应用于三峡梯调中心的年径流预报自回归小波模型、最近邻回归小波模型、均生函数模型为研究对象, 采用基于模糊集理论的模糊综合评价法对水文预报模型在特定流域条件下的预报效果进行定量评价。为此, 首先建立水文预报模型模糊综合评价多指标评价体系, 然后依据最大隶属度原则及贴近原则选取抛物型隶属函数对模型评价因素集进行规范化处理, 最后对规范化得到的评价集采用基于决策者偏好的信息熵方法进行主观

*基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51239004), 水利部公益性行业科研专项(201001080), 高等学校博士学科点专项科研基金(20100142110012)。

[#]通讯作者。

作者简介: 周建中(1959-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事水电能源科学研究; 宋俊杰(1987-)女, 研究生, 主要从事水文预报评估方法研究。

和客观相结合的综合评价, 从而得到符合工程实际需求的水文预报优选模型。研究表明, 模糊综合评价法在水文预报领域有很强的适用性, 采用基于决策者偏好的信息熵多指标模糊综合评价法可以引入决策者主观经验对水文预报模型进行主观与客观相结合的定量评价, 并有效降低预报模型评价指标体系中的信息冗余, 从而实现对预报模型科学精确的定量评价。

关键词: 模糊综合评价模型; 水文预报模型; 因素集规范化; 抛物型隶属函数; 有偏好的信息熵方法

1. 引言

水文预报根据历史信息对未来一段时间内的水文状态(如流量, 水位, 冰清, 旱情等)做出定性或定量的预测。水文预报模型是在水文现象及各水文要素的研究认识上建立起的具有一定物理意义的数学模型, 其在防汛、抗旱、水资源开发利用、国民经济建设等生产实际领域发挥着重要的作用。为了使水文预报工作更好地服务于国民经济建设, 水利部门颁布了《水文情报预报规范》, 明确规定水文预报结果必须达到相关标准规定的准确度、精密度和可信度要求。

为了提高水文预报结果的准确率及可靠程度, 可以采用综合评价法对适用于同一水文条件的多个水文预报模型进行评定, 以确定其中预报效果最好的水文模型。本文以作者所在研究团队为三峡梯调中心开发的中长期径流预报模型库中的最近邻回归小波模型、自回归小波模型^[1]以及时间序列均生函数模型^[2]为研究对象, 采用综合评价法对多个模型进行多指标定量评价, 从而选取综合性能最优的水文预报模型。

2. 多指标综合评价理论

2.1. 多指标综合评价方法

多指标综合评价是一种采用多个评价指标对目标方案进行定性和定量评价的常用方法, 其基本原理是对所建立的指标评定体系中的多个指标进行一定的变换处理得出一个能反映综合性能的指标, 并据此对目标模型进行评价。一般用集合 A 表示被选的方案集合, $A_i (i \in M)$ 表示集合中的备选的方案, 假设方案集 A 中有 M 个方案, 则^[3]:

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\} \quad (1)$$

选定方案集 A 需要考察的 n 个评价指标以构成

评价指标体系, 这 n 个评价指标的相关评价价值 $r_j (j \in M)$ 可以用来抽象的表示备选方案^[4],

$$A_i = \{r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}\} \quad (2)$$

对各方案的 n 个评价价值 r_j 进行计算处理后可得到一个关于模型性能优劣等级的综合评价指标进而可得到综合性能最优的水文预报模型。

2.2. 几种常用综合评价方法的分析比较

多指标综合评价方法主要包括模糊综合评价法、层次分析法、灰色关联分析法等。以下就这三种常用的多指标综合评价方法进行简单的分析。

模糊综合评价法(fuzzy comprehensive evaluation method): 由美国控制论专家查德(L. A. Zadeh)提出, 是一种基于模糊数学隶属度理论将方案 A 的因素集 U 转换为(0, 1)论域上评价集 R 并使用权重设置对评价方案进行定量评价的方法。

层次分析法(analytic hierarchy process): 由美国运筹学家匹茨堡大学教授托马斯·萨蒂(T. L. Saaty)提出, 是一种通过构造递进层次结构的局部有序集 H 来有效完成层次间隶属关系建立的评价方法。

灰色关联分析法(grey relational analysis method): 由中国控制论专家邓聚龙提出, 是一种根据因素 F 之间发展趋势的相似或相异程度“灰色关联度” r 来衡量因素间关联程度的评价方法。

相比其它两种多指标综合评价方法, 模糊综合评价法在工程领域更具普适性, 对多因素、多层次复杂问题的评价较为客观准确, 故研究工作中采用模糊综合评价法对水文预报模型进行多指标综合评定。

3. 水文预报模型模糊综合评价方法的设计

3.1. 模糊综合评价方案的实施步骤

模糊综合评价方案的确立主要由两部分工作组

成: 确定评价因素集 U 以及确定评价规则 f 。评价因素集 U 由水文预报模型综合评价指标体系中的指标具体值构成。由于各指标之间具有不可公度性, 所以并不能直接进行评价比较。而评价规则 f 通过确立一系列模型综合评定的步骤方法将这些不可公度的初始指标值转换为模型的综合评价值 E_2 , 进而可量化的对模型方案进行优劣评价。多指标模糊综合评价的具体步骤流程如图 1 所示。

3.2. 建立水文预报模型综合评价指标体系

为了对不同边界条件下的多预报模型进行模糊综合评价, 水文预报模型所选的性能评价指标需具有专业性、综合性、普适性、实用性。基于上述准则要求, 研究选用几种常用于模型评定的指标构建模糊综合评价指标体系, 所选常见指标及其定义公式如式(3)~(6)所示, 其中 N 代表观测的次数, $Q_i^{实际}$ 代表实际流量值, $Q_i^{预测}$ 代表预测流量值。

1) 预报平均绝对误差:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Q_i^{实际} - Q_i^{预测}| \quad (3)$$

2) 预报平均相对误差:

$$MRE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|Q_i^{实际} - Q_i^{预测}|}{Q_i^{实际}} \quad (4)$$

3) 均方根误差:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_i^{实际} - Q_i^{预测})^2} \quad (5)$$

4) 均方百分比误差:

$$MSPE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_i^{实际} - Q_i^{预测}}{Q_i^{实际}} \right)^2} \quad (6)$$

由模糊综合评价指标体系可得水文预报模型综合评价的评价因素集 U 。

3.3. 评价因素集的规范化处理

在对水文预报模型的综合评价过程中, 需要对模型不同方面的多个指标进行综合评价, 由于不同的指标使用不同的量纲、不同的单位、不同的数量级以及不同的度量标准, 所以不能使用指标值的初始数据进行模型的综合评定和模型间的比较。针对于不同指标间存在着不可公度性的问题, 在进行水文预报模型的综合评定之前必须对初始的指标数据进行相应的规范化处理^[5]。评价指标的规范化处理的实质就是对初始指标值进行一定的数学变换将各指标的初始值, 即评价因素值 u_{ij} , 转换为该指标的评价值 r_{ij} 。本次研究中, 评价方案采用隶属度函数来计算各评价指标的隶属度, 即评价值 r_{ij} 。

隶属度函数是一种建立在模糊集理论上计算各指标优属度的规范化处理的方法, 其特征值的集合取值范围在[0, 1]区间上, 这些特征值被称作隶属度。评价因素值 u_{ij} 通过隶属度函数的规范化处理后得到相应的隶属度, 即评价值 r_{ij} 。对于同一个模糊概念不同的决策者会建立不同的隶属度函数。常用的确立隶属度的方法有: 模糊统计法、例证法、二元对比排序法、专家经验法。常用的隶属度函数有区间隶属函数, 三角隶属函数, 梯形隶属函数, 抛物型隶属函数, 极大集和极小集的隶属函数等^[5]。由于水文预报模型的综合评定指标体系中一部分指标的值越小对应的性能越好。所以, 研究中选用比较常用的降半抛物型隶属函数作为模糊综合评价的规范化方法, 降半梯形隶属函数的经典公式如式(7)所示:

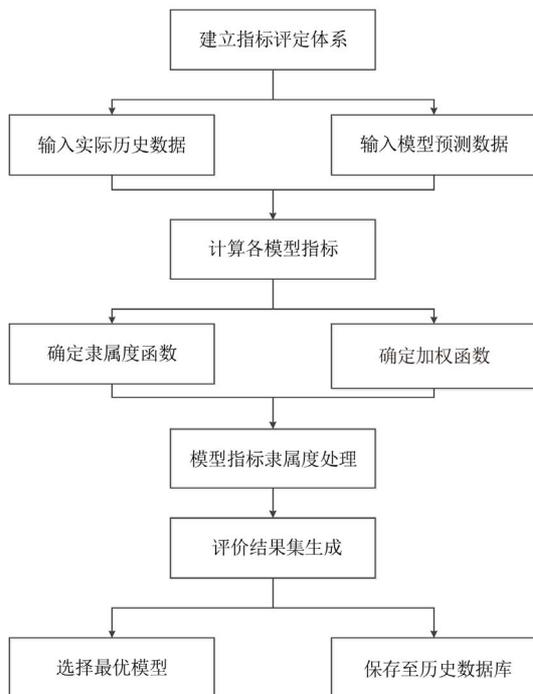


Figure 1. Fuzzy comprehensive evaluation flow chart of hydrologic forecast model
图 1. 水文预报模型模糊综合评价流程图

降半抛物型分布:

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ (b-x/b-a)^k, & a < x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (7)$$

降半抛物型隶属函数适用于对指标值与性能优秀程度成反比的指标进行评价, 公式中 b 的值为指标满足合格要求的最大值, a 的值为接近并大于理论最优值的一个数值。使用降半抛物型分布隶属函数即可得到本次水文预报模型模糊综合评价的因素集 U 的规范化方案, 因素集 U 规范化后得到水文预报模型综合评价方案的隶属度矩阵 R ,

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nm} \end{bmatrix} \quad (8)$$

隶属度 $r_{ij} \in (0,1)$, 隶属度值越大代表对应的模型指标性能越好。

3.4. 确定综合评价权重函数

在水文预报模型的综合评价过程中, 多指标模糊综合评价模型权重函数 $w^0 = (w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0)$ 的确定占有重要的地位。对于基于多个指标性能模型综合评价问题, 各个指标对模型评价结果的影响作用并不相等。例如, 在水文预报模型的综合评价过程中, 预报平均绝对误差及预报平均相对误差的优劣程度对水文预报模型综合评价结果的影响相对较大, 其它因素对水文预报模型综合评定结果的影响相对较小, 这种指标属性间的相对重要程度就需要通过将各属性值标准化处理为一组和为 1 的权重值来实现。常用权重函数设置方法有: 特征向量法(Eigenvector Method)、最小加权法(Minimum Weighted Method)以及信息熵方法(Information Entropy Method)^[4], 此次水文预报模型模糊综合评价方法的研究中选用基于决策者偏好的信息熵方法作为权重函数设置方法。

信息熵方法是一种基于熵理论的属性权重设置方法。在信息理论中熵 E_j 可以用来测量某个信息中期望的信息含量, 当获得决策矩阵的数值后, 熵法可以用来确定各指标的权重 W_j 。基于信息熵的权重函数设定的经典方法^[3]如下:

由隶属度矩阵公式(8)可得各方案关于属性 j 的评价值为 r_{ij} , 对 m 个模型的 n 个属性相应的评价值做归一化处理:

$$x_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^m r_{ij}} \quad (9)$$

由 Shannon 的信息熵理论^[6]可以得出各方案关于属性 j 的熵如式(10)^[3]所示:

$$E_j = -k \sum_{i=1}^m r_{ij} \ln r_{ij} \quad (k = 1/\ln m) \quad (10)$$

信息熵方法将信息偏差度 d_j 定义如式(11)^[3]所示:

$$d_j = 1 - E_j \quad (11)$$

假设决策者对所有的权重都有相同的偏好, 则可得权重 w_j 的值如式(12)^[3]所示:

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j} \quad (12)$$

w_j 即为决策者无偏好的属性权重, 在此基础上进一步引入主观权重 λ_{mn} , 计算出决策者有偏好情况下的权重评估 w_n^0 , 通过引入决策者预先设定的主观权重, 可以进一步修正信息熵方法下的权重评估值如式(13)^[3]所示:

$$w_j^0 = \frac{\lambda_j w_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j w_j} \quad (13)$$

按照公式对各方案的所有指标进行权重值 w_j^0 的计算可得到水文预报模型的综合评价过程中需要的权重函数 w^0 :

$$w^0 = (w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0) \quad (14)$$

3.5. 计算评价结果集

模糊综合评价通过对评价因素集 U 进行评价规则 f 处理后得到最终的综合评价集 $B(b_1, b_2, \dots, b_3)$ ^[7]。综合评价值 b_j ($j \in M$) 的值分布在(0, 1)区间上, 综合评价值 b_j 的数值越大模型的性能优劣等级越高^[8]。

在模糊综合评判方案设置好评价因素集 U 、隶属函数 R 、权重函数 w^0 后就可以对模型综合评价集 B

进行计算^[9]。

研究选定水文预报模型模糊综合评价因素集 $U = (u_1, u_2, \dots, u_7)$, 使用降半梯型隶属函数对评价因素集进行规范化得到隶属度矩阵 $R^{[10]}$, 如式(7)所示。对隶属度矩阵 R 进行信息熵方法加权处理得到水文预报模型的综合评价结果集 B 。

$$B = [w_1^0, w_2^0, \dots, w_n^0] * \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & \dots & r_{n1} \\ r_{12} & r_{22} & \dots & r_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \dots & r_{nm} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$= [b_1, b_2, \dots, b_n]$$

比较综合评价结果集 B 中的各结果值, 数值最大的结果值对应的水文预报模型的综合性能最优。

4. 实验与分析

4.1. 三峡年径流预测模型评价因素集计算

为了验证模糊综合评价法在水文预报模型综合评价中的有效性和科学性, 实验研究采用作者所在研究团队为三峡梯调中心开发的应用于中长期径流预报的最近邻回归小波模型、自回归小波模型以及时间序列均生函数模型为研究对象, 选取宜昌站 1900~1978 年径流实测数据进行预报模型参数率定, 1979~2000 年的模型预测数据进行模型模糊综合评价。实验

以 1979~2000 年间丰水年、平水年、枯水年的预报结果精度为依据来考察模型在不同量级径流下的预报能力, 模型模糊综合评定指标体系层次结构图如图 2 所示。

为了构造水文预报模型模糊综合评价因素集 U , 实验采用公式(3)~(6)对各评定指标进行数值计算, 得出水文预报模型模糊综合评价的各评价指标值(表 1)。

Table 1. Index value data of hydrologic forecast models
表 1. 水文预报模型的指标数据

评定指标	自回归小波模型	最近邻回归小波模型	均生函数模型
丰水年			
MAE (m ³ /s)	2677.33	1698.33	2217.33
MRE (%)	16.79	10.46	13.54
RMSE (m ³ /s)	2918.65	1972.41	2450.39
MSPE (%)	10.64	6.97	8.53
平水年			
MAE (m ³ /s)	1130.86	1074.71	910
MRE (%)	8.02	7.59	6.50
RMSE (m ³ /s)	1372.78	1309.52	1097.00
MSPE (%)	2.60	2.45	2.12
枯水年			
MAE (m ³ /s)	1840.00	2157.80	2644.80
MRE (%)	15.48	18.31	22.27
RMSE (m ³ /s)	2054.10	2372.59	2748.87
MSPE (%)	7.77	9.07	10.45

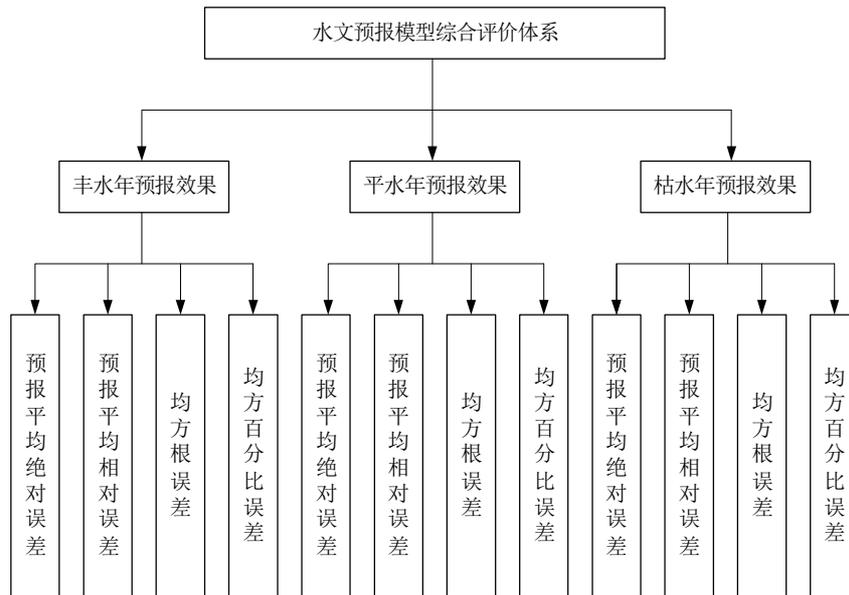


Figure 2. Comprehensive evaluation index system hierarchical structure diagram of hydrologic forecast model
图 2. 水文预报模型模糊综合评定指标体系层次结构图

由以上评价指标值可得评价因素集 U ,

$$U^T = \begin{pmatrix} 2677.33 & 1698.33 & 2217.33 \\ 16.79 & 10.46 & 13.54 \\ 2918.65 & 1972.41 & 2450.39 \\ 10.64 & 6.97 & 8.53 \\ 1130.86 & 1074.71 & 910 \\ 8.02 & 7.59 & 6.50 \\ 1372.78 & 1309.52 & 1097.00 \\ 2.60 & 2.45 & 2.12 \\ 1840.00 & 2157.80 & 2644.80 \\ 15.48 & 18.31 & 22.27 \\ 2054.10 & 2372.95 & 2748.87 \\ 7.77 & 9.07 & 10.45 \end{pmatrix} \quad (16)$$

4.2. 三峡年径流预测模型隶属函数参数设计

研究选用降抛物型隶属函数作为评价因素集规范化方法, 其隶属函数公式如式(7)所示。在计算三峡年径流预测模型综合评价集之前需先完成隶属函数的设置^[11,12]。仍以三峡年径流预报自回归小波模型、最近邻回归小波模型、均生函数模型为研究对象, 根据各预报模型 1979~2000 年间年径流预报结果资料, 对水文预报模型模糊综合评价方案进行实验研究。

以平均绝对误差的隶属函数参数设置为例介绍模糊综合评定法中隶属函数参数确立的方法。计算自回归小波模型、最近邻回归小波模型、均生函数模型 1979~2000 年三峡年径流预报结果的绝对误差, 并对其误差值分布进行统计, 具体分布如表 2 所示。由绝对误差分布表可知, 误差值分布在(0, 4000)区间内, 其中分布在(0, 1000)区间的误差最多, (1000, 2000)区间的误差数次之, 然后依次是(2000, 3000)区间的误差数和(3000, 4000)区间的误差数。因此, 实验中绝对误差的降抛物型隶属函数参数设置为 $a = 0, b = 4000, k = 2$ 。

依据此方法设计其它指标规范化方法的参数值, 如表 3 所示。

Table 2. Absolute error distribution of hydrologic forecast model
表 2. 水文预报模型绝对误差值分布表

误差区间 (m ³ /s)	(0, 1000)	(1000, 2000)	(2000, 3000)	(3000, 4000)
区间内误差 分布(%)	42.42	33.33	13.64	10.61

Table 3. Membership function parameter design
表 3. 隶属函数的参数设计

评定指标	A	B	k
平均绝对误差 MAE (m ³ /s)	0	4000	2
平均相对误差 MRE (%)	0	30	2
均方根误差 $RMSE$ (m ³ /s)	0	4000	2
均方百分比误差 $MSPE$ (%)	0.5	15	2

4.3. 三峡年径流预测模型综合评价结果集计算

使用降抛物型隶属函数对评价因素集 U 进行规范化处理得到模型的评价集 R 如式(17)所示。

$$R^T = \begin{pmatrix} 0.1093 & 0.3311 & 0.1986 \\ 0.1939 & 0.4242 & 0.3010 \\ 0.0731 & 0.2569 & 0.1501 \\ 0.0845 & 0.2866 & 0.1866 \\ 0.5145 & 0.5348 & 0.5968 \\ 0.5368 & 0.5580 & 0.6136 \\ 0.4314 & 0.4524 & 0.5267 \\ 0.6834 & 0.7000 & 0.7373 \\ 0.2916 & 0.2121 & 0.1148 \\ 0.2343 & 0.1518 & 0.0664 \\ 0.2367 & 0.1655 & 0.0978 \\ 0.2323 & 0.1563 & 0.0920 \end{pmatrix} \quad (17)$$

设置决策者偏好权重 W ,

$$W = (0.1 \ 0.1 \ 0.05 \ 0.05 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.10 \ 0.05 \ 0.05) \quad (18)$$

运用公式(9)~(13)、(17)~(18)得到权重函数 w_0 :

$$w_0 = (0.19 \ 0.10 \ 0.12 \ 0.11 \ 0.0 \ 0.0 \ 0.01 \ 0.0 \ 0.13 \ 0.22 \ 0.06 \ 0.07) \quad (19)$$

对各模型评价集进行信息熵方法加权处理, 得到模型评价结果集 B 如式(20)所示:

$$B = (0.1824, 0.2541, 0.1535) \quad (20)$$

由综合评价结果集 B 可以看出, 最近邻回归小波模型是上述三种年径流预报模型中综合性能最优的模型, 自回归小波模型的综合性能次之, 均生函数模型的综合性能相对最差。

由实验研究可得结论:

1) 模糊综合评价法在工程上有较强的适用性,将模糊综合评价法应用于水文预报模型的综合评价,能有效评价不同模型的优劣等级。

2) 在模糊综合评价中,引入决策者偏好修正隶属函数和权重函数可得到基于决策者主观经验与客观评价相结合的评价结果。

3) 实验结果表明指标评价价值差异相对较大时,信息熵方法得出的该指标权重值偏大;指标评价价值差异相对较小时,信息熵方法得出的该指标权重值偏小。

5. 结语

本文通过对三峡年径流预报模型模糊综合评价方案的研究,分析了模糊综合评价方法在水文预报模型流域适用性综合评价中的可行性。研究工作首先选取平均绝对误差、平均相对误差、均方根误差、均方百分比误差作为水文预报模型流域适用性评价指标,建立水文预报模型的综合评价指标体系。然后针对模型指标值的分布特点和相关特性,设定各指标的抛物型隶属函数参数,并将不可公度的指标因素集规范化为特征值分布在 $[0, 1]$ 区间的隶属度矩阵。最后采用基于决策者偏好的信息熵方法对隶属度矩阵进行加权处理得到模型评价结果集。由结果集可以判断出最近邻回归小波模型为实验所选的年径流预报模型中综合性能最优的预报模型。研究表明,模糊综合评价法能对水文预报模型的适用性和不同模型的优劣等级进行有效评定,从而为水文预报模型的工程应用及其评价提供一种有效途径。

参考文献 (References)

- [1] 王雪,周建中. 长江三峡中长期预报研究及其系统设计与开发[D].华中科技大学,2011.
WANG Xue, ZHOU Jianzhong. The design and development of system based on mid-and-long term runoff forecasting at The Three Gorge. Huazhong University of Science and Technology, 2011. (in Chinese)
- [2] 邓娟,周建中. 三峡水库入库径流中长期预报模型研究及系统开发与应用[D]. 华中科技大学,2011.
DENG Juan, ZHOU Jianzhong. The study of mid-long term hydrological forecasting model used in the Three Gorges reservoir inflow and the design & application of system. Huazhong University of Science and Technology, 2011. (in Chinese)
- [3] 徐玖平,吴巍. 多属性决策的理论与方法[M]. 北京:清华大学出版社,2007.
XU Jiuping, WU Wei. Multiple attribute decision making theory and methods. Beijing: Tsinghua University Press, 2007. (in Chinese)
- [4] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2009.
YUE Chaoyuan. Decision theory and methods. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)
- [5] 孔峰. 模糊多属性决策理论方法及其应用[M]. 北京:中国农业科学技术出版社,2008.
KONG Feng. Theory and application of fuzzy multi-attribute decision. Beijing: China Agriculture Press, 2008. (in Chinese)
- [6] SHANNON, C. E., WEAVER, W. The mathematical theory of communication. Urbana: The University of Illinois Press, 1947.
- [7] 王文圣,张翔,等. 水文学不确定性分析方法[M]. 北京:科学出版社,2011.
WANG Wensheng, ZHANG Xiang, et al. Methods of uncertainty analysis for hydrology. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese)
- [8] 程根伟,舒栋材. 水文预报的理论与数学模型[M]. 北京:中国水利水电出版社,2005.
CHENG Weigen, SHU Dongcai. Theory and mathematical models of hydrological forecasting. Beijing: China Water Power Press, 2005. (in Chinese)
- [9] 周小力,杨慧慈,唐佳明. 模糊综合评价法在烟气脱硫技术选型中的应用[J]. 计算机与应用化学,2008,3: 342-348.
ZHOU Xiaoli, YANG Huici and TANG Jiaming. A fuzzy evaluation for choosing the suitable technology of flue gas desulphurization. Computers and Applied Chemistry, 2008, 3: 342-348. (in Chinese)
- [10] 宋晓秋. 模糊数学原理与方法[M]. 徐州:中国矿业大学出版社,2004.
SONG Xiaochu. Principle and methods of fuzzy mathematics. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2004. (in Chinese)
- [11] PEREIRA, F. C., COSTA, H. and PEREIRA, N. M. An off-line map-matching algorithm for incomplete map databases. European Transportation Research Review, 2009, 1(3): 107-124.
- [12] NOH, J. H., KIM, T. J. A comprehensive analysis of map matching algorithms for ITS. Hongik Journal of Science and Technology, 1998, 9: 303-313.