

The Magnetization Processes of Mixed Spin Transverse Ising Model with the Crystal Field in a Random Magnetic Field

Zhi Ding*

Department of Physics, Soochow University, Suzhou
Email: *dickee36@163.com

Received: May 14th, 2013; revised: Jun. 18th, 2013; accepted: Jul. 2nd, 2013

Copyright © 2013 Zhi Ding. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: Within the framework of the effective field theory (EFT), we investigate the magnetization processes of mixed spin-1/2 and spin-1 transverse Ising model with the crystal field in a random magnetic field. Based on the mixed spin Ising model in a bimodal magnetic field, the influences of random magnetic field, the crystal field, and transverse field acting on magnetization process are presented by increasing random concentration, introducing a negative crystal field or transverse field, respectively. As the magnetic field enhancing, the magnetization range reduces. Both random concentration and negative crystal field can weaken the degeneracy of initial magnetization at base state. There exist some demarcation lines between different degeneracy extents. Negative crystal field also affects interestingly the initial magnetization by depressing the sublattice magnetization of spin-1 magnetic atoms. Transverse field opens thoroughly the degeneracy of initial magnetization at zero temperature.

Keywords: Magnetization Processes; Mixed Spin Transverse Ising Model; Crystal Field; Random Magnetic Field

随机磁场中晶场作用的混合自旋横向伊辛模型的磁化过程

丁直*

苏州大学物理科学与技术学院, 苏州
Email: *dickee36@163.com

收稿日期: 2013年5月14日; 修回日期: 2013年6月18日; 录用日期: 2013年7月2日

摘要: 本文在有效场理论框架内, 研究随机磁场中晶场作用的混合自旋横向伊辛模型的磁化过程。以二模磁场中混合自旋伊辛模型为基础, 分别增大随机浓度、负晶场和横场, 以此考察随机磁场、负晶场和横场对磁化过程的影响。随着磁场增大, 磁化范围降低。随机浓度和负晶场都能削弱基态的起始磁化简并, 不同简并范围之间存在分界线。通过抑制自旋为 1 子格磁化强度, 负晶场还对起始磁化值产生有趣的影响。横场完全打开基态的起始磁化简并。

关键词: 磁化过程; 混合自旋横向伊辛模型; 晶场; 随机磁场

1. 引言

混合自旋系统比单自旋系统具有更小的平移对称性, 并能更好的应用于亚铁磁物质的研究, 近三十年来一直是研究热点。1985年 Gonçaves 给出晶场作

*通讯作者。

用的混合自旋伊辛模型的精确解^[1]。Kaneyoshi 运用有效场理论研究晶场作用的混合自旋伊辛模型^[2,3]和混合自旋横向伊辛模型^[4,5]。1997年, Yan 等人讨论了晶场作用的混合自旋横向伊辛模型中横场对磁补偿行为的影响^[6]。

随机作用的引入, 给系统带来丰富的临界性质和磁化行为, 其中一个发展方向是研究系统在随机磁场中的表现。2001年, Benayad 等人考察随机磁场中混合自旋伊辛模型, 观察到单自旋情形时不具有的重入现象^[7]。2004年, 他们继续考察随机磁场中混合自旋横向伊辛模型, 讨论横场对重入现象和磁化行为等的影响^[8]。2008年, Zhang 等人研究随机磁场中晶场作用的混合自旋伊辛模型, 不仅给出单或双温度补偿点, 还给出单或双磁补偿点^[9]。目前, 随机磁场中混合自旋伊辛模型方面的研究尚没有同时涉及晶场和横场。

本文在有效场理论框架内, 研究简立方晶格情形下随机磁场中晶场作用的混合自旋横向伊辛模型的磁化过程。第2节给出模型的描述和理论推导。在第3节呈现数值结果并进行讨论。第4节作简要总结。

2 理论推导

随机磁场中晶场作用的混合自旋横向伊辛模型的哈密顿量为:

$$H = -J \sum_{(i,j)} \sigma_i^z S_j^z - \sum_j D_j (S_j^z)^2 - \Omega \sum_i \sigma_i^x - \Omega \sum_j S_j^x - \sum_i h_i \sigma_i^z - \sum_j h_j S_j^z. \quad (1)$$

这里的格子由子格 A 和子格 B 相互嵌套而成, 子格 A 是自旋为 1/2 的磁性原子, σ_i^z 和 σ_i^x 是分别是其 z 方向和 x 方向的自旋矩阵; 子格 B 是自旋为 1 的磁性原子, S_j^z 和 S_j^x 分别是其 z 方向和 x 方向的自旋矩阵。J 为最近邻格点间的交换相互作用, 并设 $J < 0$ 。Ω 为横场作用, 代表子格 A 和子格 B 量子隧穿效应。D 为晶场作用, 代表子格 B 单轴各向异性。 h_α ($\alpha = i, j$) 是平行于 z 轴方向的磁场, 满足随机分布:

$$P(h_\alpha) = p\delta(h_\alpha) + \frac{1}{2}(1-p)[\delta(h_\alpha + h) + \delta(h_\alpha - h)], \quad (2)$$

其中 p 是随机浓度。当 $p = 0$ 时为二模分布, 当 $p = 1$ 时为零场, 而 $0 < p < 1$ 时为三模分布。

在有效场理论的框架下, 子格 A 和子格 B 的磁化 σ 和 m 表达为:

$$\sigma = \langle \sigma_i^z \rangle = \left\langle \prod_{j=1}^z \left[(S_j^z)^2 \cosh(J\nabla) + S_j^z \sinh(J\nabla) + 1 - (S_j^z)^2 \right] \right\rangle F(x)|_{x=0}, \quad (3)$$

$$m = \langle S_j^z \rangle = \left\langle \prod_{i=1}^z \left[\cosh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) + 2\sigma_i^z \sinh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) \right] \right\rangle G(x)|_{x=0}, \quad (4)$$

子格 B 的四极矩 q 表达为:

$$q = \left\langle (S_j^z)^2 \right\rangle = \left\langle \prod_{i=1}^z \left[\cosh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) + 2\sigma_i^z \sinh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) \right] \right\rangle U(x)|_{x=0}, \quad (5)$$

表达式中的 $\langle \dots \rangle$ 表示热力学平均, $\nabla = \partial/\partial x$ 是微分算符, z 是格点的配位数, $x = J \sum_i \sigma_i^z$ 或 $x = J \sum_j S_j^z$ 是作用于子格的局域场。函数 F(x)、G(x) 和 U(x) 的定义如下:

$$F(x) = \int P(h_i) f(x, h_i) dh_i, \quad (6)$$

$$G(x) = \int P(h_j) g(x, h_j) dh_j, \quad (7)$$

$$U(x) = \int P(h_j) u(x, h_j) dh_j, \quad (8)$$

其中 $f(x, h_i)$ 、 $g(x, h_j)$ 和 $u(x, h_j)$ 的表达式是:

$$f(x, h_i) = \frac{1}{2} \frac{x + h_i}{\left((x + h_i)^2 + \Omega^2\right)^{1/2}} \times \tanh\left(\frac{\beta}{2} \left((x + h_i)^2 + \Omega^2\right)^{1/2}\right), \quad (9)$$

$$g(x, h_j) = \left[\sum_{n=1}^3 E(n) \right]^{-1} \sum_{n=1}^3 \left\{ E(n) \left[\frac{2(x + h_j)}{3C} \varepsilon_1(n) + \frac{1}{27} \varepsilon_2(n) \right] \times \frac{2D^3(x + h_j) - 2D(x + h_j)^3 + 7D\Omega^2(x + h_j)}{BC} \right\}, \quad (10)$$

$$u(x, h_j) = \left[\sum_{n=1}^3 E(n) \right]^{-1} \sum_{n=1}^3 \left\{ \frac{2}{3} + E(n) \left[\frac{2D}{9C} \varepsilon_1(n) + \frac{1}{27} \varepsilon_2(n) \right] \times \frac{\Omega^2(x + h_j)^2 - 2D^2(x + h_j)^2 + 2(x + h_j)^4 - \Omega^4}{BC} \right\}. \quad (11)$$

这里 $\beta = 1/k_B T$, 其它量的定义为:

$$E(n) = \exp\left[2\beta C \varepsilon_1 + \frac{2}{3}\beta D\right], \quad (12)$$

$$\varepsilon_1 = \cos \frac{(n-1)2\pi + \theta}{3}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_2 = \sin \frac{(n-1)2\pi + \theta}{3}. \quad (14)$$

其中系数:

$$\theta = \arccos \frac{A}{C^3}, \quad (15)$$

$$A = -\frac{1}{27}D^3 + \frac{1}{3}D(x+h_j)^2 - \frac{1}{6}D\Omega^2, \quad (16)$$

$$B = \frac{1}{9} \left[3 \left(D^2(x+h_j) - (x+h_j)^3 \right)^2 + (15D^2\Omega^2 + 9\Omega^4)(x+h_j)^2 + \frac{3}{4}D^2\Omega^4 + 9\Omega^2(x+h_j)^4 + 3\Omega^6 \right]^{1/2}, \quad (17)$$

$$C = \left[\frac{1}{9}D^2 + \frac{1}{3}\Omega^2 + \frac{1}{3}(x+h_j)^2 \right]^{1/2}. \quad (18)$$

因为涉及多自旋相关, 要精确求解方程(3)~(5)相当困难, 通常做法是引入切断近似^[10], 即:

$$\langle \sigma_i^z \sigma_j^z \cdots \sigma_k^z \rangle \approx \langle \sigma_i^z \rangle \langle \sigma_j^z \rangle \cdots \langle \sigma_k^z \rangle, \quad (19)$$

$$\langle S_i^z (S_j^z)^2 \cdots S_k^z \rangle \approx \langle S_i^z \rangle \langle (S_j^z)^2 \rangle \cdots \langle S_k^z \rangle, \quad (20)$$

这里 $i \neq j \neq \cdots \neq k$ 。在切断近似下, 方程(4)~(6)可以表示为:

$$\sigma = \langle \sigma_i^z \rangle = [q \cosh(J\nabla) + m \sinh(J\nabla) + 1 - q]^z F(x)|_{x=0}, \quad (21)$$

$$m = \langle S_j^z \rangle = \left[\cosh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) + 2\sigma \sinh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) \right]^z G(x)|_{x=0}, \quad (22)$$

$$q = \langle (S_j^z)^2 \rangle = \left[\cosh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) + 2\sigma \sinh\left(\frac{1}{2}J\nabla\right) \right]^z U(x)|_{x=0}. \quad (23)$$

选取简立方格子 ($z=6$) 作为三维研究对象。联立方程(21)~(23), 计算子格 A 和子格 B 的磁化强度 σ 和 m , 则总平均磁化为:

$$\frac{M}{N} = \frac{1}{2}(\sigma + m), \quad (24)$$

其中 N 是总磁原子数目。

至此, 随机磁场中晶场作用的混合自旋伊辛模型的磁化强度已推导出。在下一节采用数值模拟方法, 给出有序相范围内的磁化曲线, 并对结果进行分析。

3. 数值结果和分析

图 1 是平均磁化强度随温度的变化关系, 在 $p=0$ 、 $D/J=0$ 和 $\Omega/J=0$ 的条件下给出, 不同曲线对应不同磁场。系统在 $0 \leq h/J \leq 1.9$ 范围内保持有序。零温时, 所有磁化曲线凝聚在 $M/N=0.25$, 即基态时系统高度简并, 并处于饱和磁化状态。对有序相范围内的任意磁场值, 磁化强度随温度升高而单调下降。随着磁场增大, 磁化范围减小, 说明二模分布条件下增大磁场抑制系统有序。注意到 $h/J=1.5$ 的磁化曲线, 在 $k_B T/J=0$ 时饱和磁化, 在 $k_B T/J=1.651$ 时磁化为零, 与文献[7]中的图 2(a)一致。

图 2 是平均磁化强度随温度的变化关系, 在 $p=0.5$ 、 $D/J=0$ 和 $\Omega/J=0$ 的条件下给出, 不同曲线对应不同磁场。系统在 $0 \leq h/J \leq 5.0$ 范围内保持有序。零温处, $0 \leq h/J < 3.0$ 时曲线凝聚于 $M/N=0.25$, $h/J=3.0$ 曲线交纵轴于 $M/N=0.112$, $3.0 < h/J < 4.0$ 时曲线凝聚于 $M/N=0.072$, $h/J=4.0$ 曲线交纵轴于 $M/N=0.069$, $4.0 < h/J < 5.0$ 时凝聚于 $M/N=0.032$, $h/J=5.0$ 曲线交纵轴于 $M/N=0.016$ 。二模磁场过渡到三模磁场, 系统的磁化过程表现得相当复杂。三模磁场下磁化曲线不再凝聚于一点, 起始磁化简并被削弱。存在三条独立分界线, 这在关于随机磁场的文章中没有提到过。部分曲线(如 $h/J=3.1$, $h/J=4.1$)随温度升高而先升后降, 这对应相图中的重入相变现象。注意到 $h/J=2.0$ 的磁化曲线, 在 $k_B T/J=0$ 时饱和磁化, 在 $k_B T/J=1.761$ 时磁化为零, 与文献[7]中的图 3 一致。

图 3 是平均磁化强度随温度的变化关系, 在 $p=0$ 、 $D/J=-2$ 和 $\Omega/J=0$ 的条件下给出, 不同曲线对应不同磁场。系统在 $0 < h/J < 3.0$ 范围内保持有序。零温处, $0 < h/J < 1.0$ 时曲线凝聚于 $M/N=0.25$, $h/J=1.0$ 曲线交纵轴于 $M/N=0.125$, $1.0 < h/J < 2.0$ 时曲线凝聚于 $M/N=0.027$, $h/J=2.0$ 曲线交纵轴于 $M/N=0.055$, $2.0 < h/J < 3.0$ 时凝聚于 $M/N=0.068$ 。第一方面, 零温时 $h/J=1.0$ 的磁化强度 $M/N=0.125$, 考虑到图 1 中 $h/J=1.0$ 为饱和磁化, 说明此时 B 子格中恰有 1/4 的

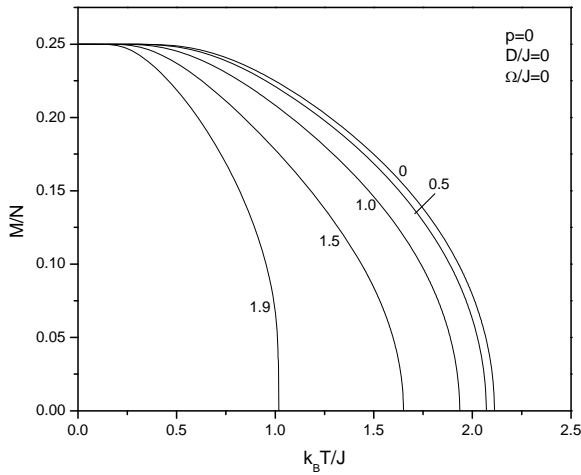


Figure 1. Temperature dependence of the averaged magnetization presented with $p = 0$, $D/J = 0$ and $\Omega/J = 0$. The numbers on the curves are the values of magnetic field h/J
 图 1. 平均磁化强度随温度的变化关系, $p = 0$ 、 $D/J = 0$ 和 $\Omega/J = 0$, 曲线上的数值为磁场 h/J

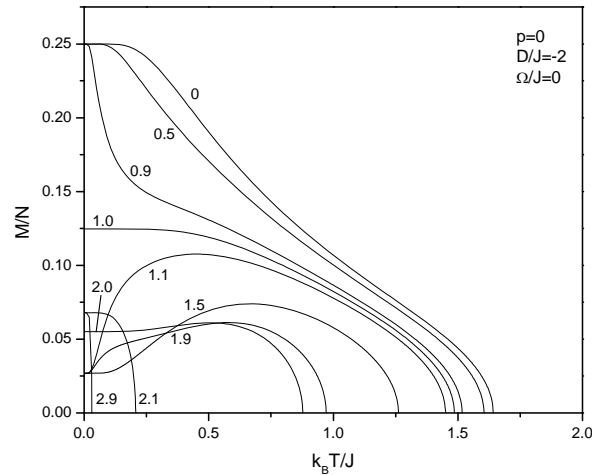


Figure 3. Temperature dependence of the averaged magnetization presented with $p = 0$, $D/J = -2$ and $\Omega/J = 0$. The numbers on the curves are the values of magnetic field h/J
 图 3. 平均磁化强度随温度的变化关系, $p = 0$ 、 $D/J = -2$ 和 $\Omega/J = 0$, 曲线上的数值为磁场 h/J

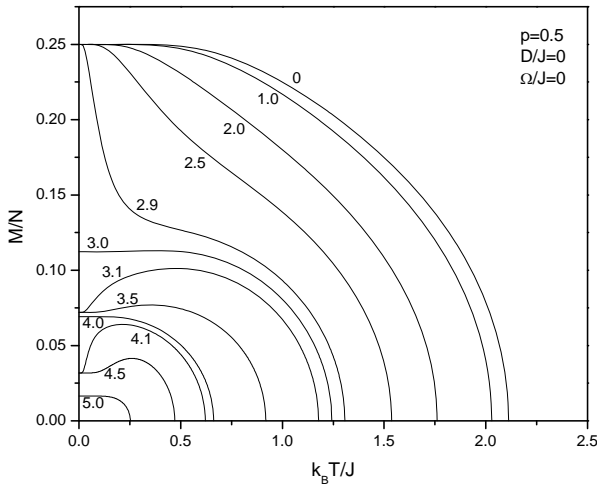


Figure 2. Temperature dependence of the averaged magnetization presented with $p = 0.5$, $D/J = 0$ and $\Omega/J = 0$. The numbers on the curves are the values of magnetic field h/J
 图 2. 平均磁化强度随温度的变化关系, $p = 0.5$ 、 $D/J = 0$ 和 $\Omega/J = 0$, 曲线上的数值为磁场 h/J

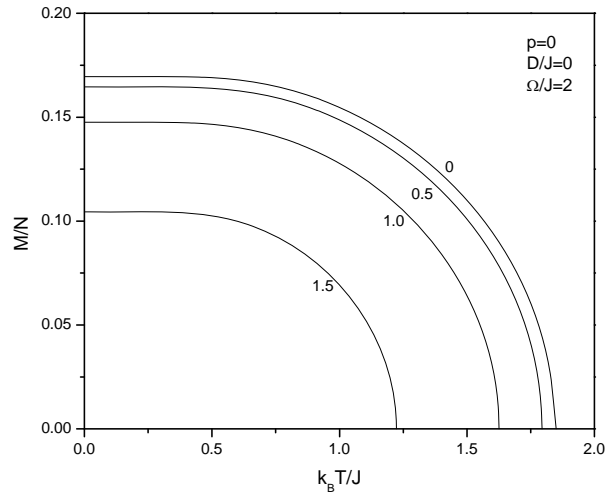


Figure 4. Temperature dependence of the averaged magnetization presented with $p = 0$, $D/J = 0$ and $\Omega/J = 2$. The numbers on the curves are the values of magnetic field h/J
 图 4. 平均磁化强度随温度的变化关系, $p = 0$ 、 $D/J = 0$ 和 $\Omega/J = 2$, 曲线上的数值为磁场 h/J

自旋从 $S = +1$ 态转变为 $S = 0$ 态。第二方面, 低温时 $1.0 < h/J < 2.0$ 范围内的磁化范围先减小后增大, 说明此时决定磁化强度的因素正发生转变。第三方面, $2.0 < h/J < 3.0$ 时起始磁化值比 $1.0 < h/J < 2.0$ 高, 联系前两个方面的内容, 可以推测此时形成自发磁化因素中, 子格 A 的子格磁化强度成为主导因素, 而负晶场降低子格 B 磁化强度导致初始磁化值的升高。

图 4 是平均磁化强度随温度的变化关系, 在 $p = 0$ 、 $D/J = 0$ 和 $\Omega/J = 2$ 的条件下给出, 不同曲线对应不同磁场。系统在 $0 < h/J < 1.732$ 范围内保持有

序。随着磁场增大, 起始磁化值单调降低, 磁化范围也随之减小。与图 1 相比, 横场完全打开基态时的起始磁化简并, 并抑制磁化范围。

4. 总结

本文基于有效场理论和切断近似讨论了随机磁场中晶场作用的混合自旋横向伊辛模型的磁化过程, 为选择磁性材料和控制磁记录过程等方面的研究提供适当的理论参考。 $p = 0$ 、 $D/J = 0$ 和 $\Omega/J = 0$ 时, 系统在基态高度简并; 随着磁场增大, 磁化范围降低。

增大随机浓度 $p = 0.5$ ，起始磁化简并被削弱，不同简并范围之间存在分界线；部分磁化曲线随温度升高而先升后降。通过抑制子格 B 磁化强度，负晶场也削弱起始磁化简并，并影响起始磁化值。横场完全打开系统基态的简并，抑制磁化范围。

参考文献 (References)

- [1] L. L. Gonçalves. Uniaxial anisotropy effects in the Ising model: An exactly soluble model. *Physica Scripta*, 1985, 32(3): 248-256.
- [2] T. Kaneyoshi. Curie temperatures and tricritical points in mixed Ising ferromagnetic system. *Journal of the Physical Society of Japan*, 1987, 56(8): 2675-2680.
- [3] T. Kaneyoshi. A compensation temperature induced by a crystal-field interaction in a ferrimagnetic mixed Ising system. *Solid State Communications*, 1989, 70(10): 975-977.
- [4] T. Kaneyoshi, E. F. Sarmiento and I. P. Fittipaldi. Magnetic properties of amorphous mixed Ising spin systems in a transverse field. *Physical Review B*, 1988, 38(4): 2649-2658.
- [5] T. Kaneyoshi, E. F. Sarmiento and I. P. Fittipaldi. An effective-field theory of mixed Ising spin systems in transverse fields. *Physica Status Solidi (b)*, 1988, 150(1): 261-272.
- [6] S. L. Yan, C. Z. Yang. The compensation temperature study of the mixed Ising ferrimagnetic spin system with crystal field in a transverse field. *Zeitschrift für Physik B: Condensed Matter*, 1997, 103(1): 93-96.
- [7] N. Benayad, A. Fathi and L. Khaya. Thermodynamical properties of the random field mixed spin Ising model. *Physica A*, 2001, 300(2): 225-244.
- [8] N. Benayad, A. Fathi and L. Khaya. Thermodynamical properties of the random field mixed spin transverse Ising model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2004, 278(3): 407-429.
- [9] Y. F. Zhang, S. L. Yan. The phase diagrams and compensation behaviors of mixed spin Blume-Capel model in a trimodal magnetic field. *Physics Letters A*, 2008, 372(15): 2696-2700.
- [10] R. Honmura, T. Kaneyoshi. Contribution to the new type of effective-field theory of the Ising model. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 1979, 12(19): 3979-3992.