

Analysis of the Variation of Photoperiod with Latitude and Season

Zhongxian Yuan*, Feng Xin, Chunxu Du

Environment and Energy Engineering College, Beijing University of Technology, Beijing
Email: zxyuan@bjut.edu.cn

Received: Jul. 15th, 2014; revised: Jul. 28th, 2014; accepted: Aug. 12th, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

An analysis is conducted of the relation of the photoperiod on the earth with its rotation and revolution. The seasonal change of the photoperiod is also interpreted based on the mutual relation. Furthermore, upon analyzing the geometrical sun-earth relation as well as the day and night change on the earth, a formula is established to describe the relationship of the photoperiod and the observation location for any time of the year. With this formula, the seasonal and the geographical variation of the photoperiod can be predicted, and the phenomenon of the polar day and the polar night can be well interpreted. Finally, the formula has been applied to discuss the mean photoperiod of some representative cities in China in January and July. The prediction accuracy of the formula is evaluated upon comparing the calculated value of the photoperiod to the true value of Beijing.

Keywords

Photoperiod, Solar Altitude, Solar Declination, Season Change, Beijing

日照时长随地理纬度及季节的变化关系

苑中显*, 辛 凤, 杜春旭

北京工业大学环境与能源工程学院, 北京
Email: zxyuan@bjut.edu.cn

*通讯作者。

收稿日期：2014年7月15日；修回日期：2014年7月28日；录用日期：2014年8月12日

摘要

本文首先分析了地球各点的日照时长与地球自转及公转的关系，阐明日照时长随季节变化增减的基本规律。其次，通过分析地球受太阳照射的基本几何关系与地球表面的晨昏变化，推导建立了地表任意地点日照时长随日子数变化的函数关系。此函数关系能够准确描述日照时长的季节变化、地域变化及极昼和极夜现象。最后，利用时长计算公式分析讨论了我国不同纬度的代表城市在1月和7月的平均日照时长。结合北京市的实际天文资料，对比分析了所建立的时长公式的预测精度。

关键词

日照时长，太阳高度角，太阳赤纬，季节变化，北京市

1. 引言

当前，人类面临实现经济和社会可持续发展的重大挑战，在有限资源和环境保护双重制约下发展经济已被全球重视。同时，因化石燃料的短缺以及它所造成的环境污染等问题，使得可再生能源越来越受到关注。由于太阳能储量巨大，且具有清洁性和经济性等特点，因此在世界能源结构转变中成为理想的替代能源之一[1]。在太阳能利用中，除了需要了解太阳辐射波谱分布、光热和光伏转换的物理机制外，还必须对某一地区可资利用的太阳辐照资源做出评估，而这种评估依赖于该地区的日照时长随季节的变化关系。准确地计算日照时长，也是进行地表辐射预测，太阳能电站设计，以及太阳能集热器设计的基础。本文将在讨论日地基本天文关系的基础上，分析不同纬度地区日照时长的计算方法。此外，作为日照时长计算方法的应用，也将对我国一些代表城市在冬季和夏季的日照时长进行讨论。

2. 太阳高度角与太阳赤纬及地球纬度的关系

众所周知，地球围绕太阳的公转形成季节变化，而地球自转导致昼夜变化，晨昏线将地球表面分割为阴阳两部分。随着地球的自转，一天之内晨昏线不停地自东向西移动，见图1。另一方面，晨昏线与地球的自转轴的夹角并非固定的，它随着季节的变化而变化。对于站在地球某点的观测者而言，此夹角的变化具体表现为不同季节的太阳高度角不同。

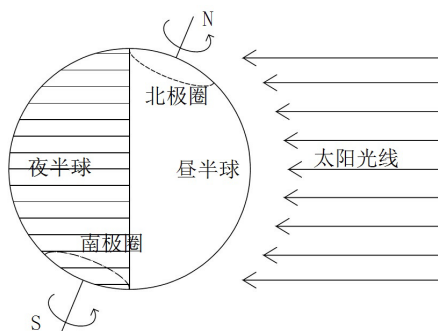


Figure 1. Schematic diagram of day and night hemisphere (for summer)

图1. 昼半球和夜半球示意图(夏季)

图 2 所示为太阳高度角 α 在地面观测点处的定义。根据地理学知识, 某地正午太阳高度角的数学表达式为 $\alpha_{noon} = 90^\circ - |(\varphi - \delta)|$ [2], 式中 φ 为观测者所处的地球纬度, δ 为太阳赤纬角。赤纬角是指太阳所直射的那个地球纬度与赤道之间的夹角, 它随季节的变化而变化。按照天文学的规定, φ 和 δ 的取值均为“北正南负”——处于北半球时取正值, 南半球取负值。当 $\alpha_{noon} > 0$ 时, 表示正午时分太阳在地平线之上, $\alpha_{noon} < 0$ 表示正午太阳在地平线之下, 此种情况即为极夜现象, 它只发生在地球南北两极附近的冬季。从上述公式可知, 无论任何季节, 在地理纬度与太阳赤纬相等的地方, 其正午太阳高度角为 90° , 自该纬度向两极方向高度角逐渐减小。此外, 同处正午的南北两地的太阳高度角之差, 等于两地的纬度之差。

由于太阳高度角间接表示了太阳光线穿过地球大气层的行程长度, 因此它直接影响到抵达地面的太阳辐射能量。定性而言, 在一年之内低纬度地区平均高度角较大, 高纬度地区平均值较小。在太阳高度角大的地方, 太阳射线行程较短, 白天日照时间较长, 因此地面所接受的太阳辐射能多, 反之太阳辐射能较少。太阳高度角与太阳赤纬、太阳时角及地理纬度之间存在着制约关系, 对此下文中将会述及。

3. 白天时长与地球自转及公转的关系

前面定性地论述了太阳高度角与日照时长、太阳辐射能的关系, 然而日照时长的具体计算须基于对地球自转和公转情况。地球的公转和自转关系如图 3 所示。每年的一月初, 地球到达近日点, 日地距离约为 1.471×10^8 km; 七月初到达远日点, 日地距离约为 1.521×10^8 km。地球的公转轨道平面(黄道面)与地轴并不垂直, 而是有 $66^\circ 34'$ 的夹角, 这种格局导致地球上出现春夏秋冬的季节更替, 如图 4 所示。

当地球公转到春分点和秋分点时太阳直射赤道, 阳光在地球上的照射圈正好切过两极和地轴, 所有纬线圈都被晨昏圈平分为二, 南北半球各地昼夜长度相等。当地球公转至夏至点时, 太阳光线直射在北回归线上, 到达一年当中最靠北位置, 北半球各地日照时间达到最长。冬至日则与此相反, 太阳直射南回归线, 南半球各地日照时间达到最长。

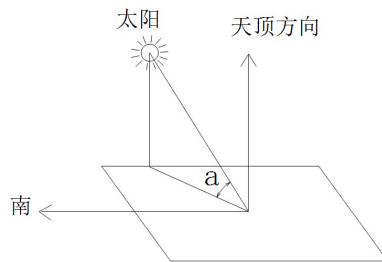


Figure 2. Schematic diagram for the definition of solar altitude

图 2. 太阳高度角的定义

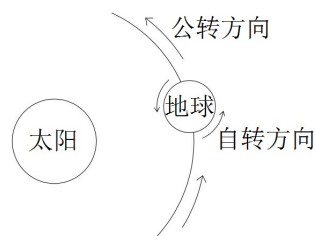


Figure 3. Schematic of the earth rotation and revolution

图 3. 地球的自转和公转示意图

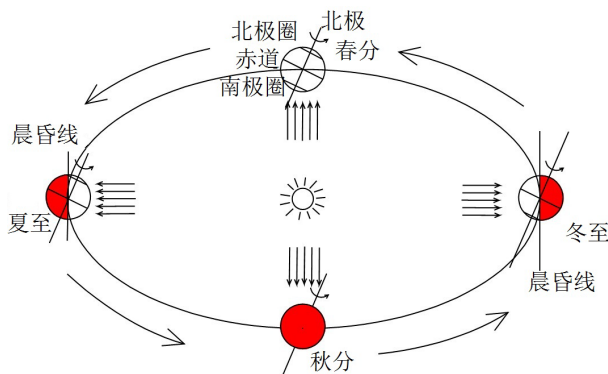


Figure 4. Schematic for the season change of the earth.

图 4. 地球四季变化示意图

伴随着太阳直射点南北移动，地表每一地点都出现白天时长的变化和春夏秋冬的季节变化。从春分到夏至，太阳直射点从赤道向北半球移动，太阳高度角逐渐增大，北半球的日照时间逐渐增长，地表接受的太阳辐射能增多，气温升高。从秋分至冬至，太阳直射点向南半球移动，从北半球看去太阳高度角逐渐减小，日照时间缩短，气温慢慢降低。

4. 日照时长的计算方法

在具体讨论日照时长(或称“白天时长”)的具体算法之前，作如下几点假设：

1) 认为太阳光线是平行的——太阳光线在地球附近有 $32'$ 的夹角，并非绝对平行光线。为了便于讨论，在下面的分析中忽略此夹角。

2) 不考虑地球的摄动——所谓摄动，是指一个天体围绕另一个天体按二体问题的轨道运行时，由于受到其他天体的吸引而导致天体偏离原来的轨道。在摄动作用下，天体的坐标、速度等轨道要素都产生变化。但是，相对于中心天体的引力作用而言，其他天体的引力作用通常很小，因此摄动项通常都属于小量。地球受到太阳系中其他行星的作用，在绕太阳转动过程中也会产生微小摄动。

3) 将地球看做为标准的球体——严格意义上讲，地球是一个两极略扁、赤道略鼓的椭球体，极地半径 6357 km ，赤道半径 6378 km ，长短半径之比值为 1.003 。本文的分析中不考虑地球的椭圆度。

以上三点假设所导致的白天时长的误差，将在下文对北京市实际白天时长的讨论中表现出来。

图 5 所示为冬至日太阳照射地球的基本情况， R 代表地球平均半径。现在考虑北半球纬度为 φ 的 A-A 剖面处的白天时长。晨昏线将剖面小圆直径分成两部分， a 对应白天时长， $a+2b$ 对应夜晚时长，见图 6。

从图 5 中可以看出，A-A 剖面上线段 a 和 b 与地理纬度 φ 及太阳赤纬 δ 之间存在如下关系，

$$a+b=R\cos\varphi, \quad b=-R\sin\varphi\cdot\tan\delta \quad (1)$$

上式中关于 b 的计算式的负号，是由前述中已经明确 φ 与 δ 均按“北正南负”的取值法则所导致。现在所讨论的对象中 φ 为正值，但 δ 位于南半球，故等式右端加负号以保证 b 为正值。这样，白天时间弧长 L 可以由下式确定，

$$L=\pi(a+b)-(a+b)\cdot 2\theta \quad (2)$$

而 θ 可以利用式(1)的关系得到，

$$\theta=\arcsin\left(\frac{b}{a+b}\right)=\arcsin\frac{-R\sin\varphi\cdot\tan\delta}{R\cos\varphi}=\arcsin(-\tan\varphi\cdot\tan\delta)(\text{rad}) \quad (3)$$

从而可得白天时间弧长 L 的表达式为

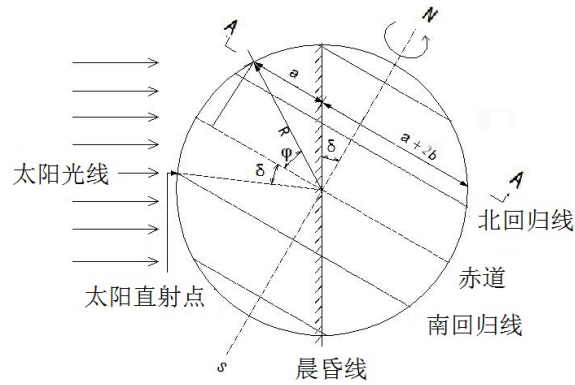


Figure 5. Solar irradiation to the earth on the day of winter solstice

图 5. 冬至日地球受太阳照射情况示意图

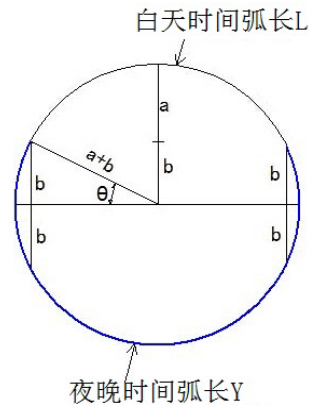


Figure 6. Distinguish of the day and night arc for A-A section

图 6. A-A 剖面图的昼夜弧长划分

$$L = \pi(a+b) - 2(a+b) \cdot \arcsin(-\tan \varphi \cdot \tan \delta) \quad (4)$$

进而，白天时长由白天时间弧长 L 与图 6 中 A-A 剖面的圆周长度之比确定，

$$\begin{aligned} T(\varphi, \delta) &= \frac{L}{L+Y} \times 24 = 12 - \frac{24}{\pi} \arcsin(-\tan \varphi \cdot \tan \delta) \\ &= 12 \left[1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(-\tan \varphi \cdot \tan \delta) \right) \right] \\ &= \frac{24}{\pi} \arccos(-\tan \varphi \cdot \tan \delta) \text{ (h)} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\arccos(-\tan \varphi \cdot \tan \delta)$ 的取值范围为 $0 \sim \pi$ ，故白天时间长度范围在 $0 \sim 24$ 小时之间。由于式(5)是针对图 5 中晨昏线左侧的白天部分导出的，因此 φ 的取值范围应该是北极圈和南极圈之间的区域，太阳赤纬 δ 的变化范围则由地球自转轴与黄道面之间的夹角决定，即

$$\varphi = -66.5^\circ \sim 66.5^\circ, \quad \delta = -23.5^\circ \sim 23.5^\circ \quad (6)$$

当 φ 与 δ 都取最大值时，下式中乘积达到最小值，它对应夏至日北极圈的日照时长，

$$(-\tan \varphi \cdot \tan \delta)_{\min} = -\tan 66.5^\circ \cdot \tan 23.5^\circ = -1 \quad (7)$$

上式说明在夏至日北极圈及其以里地区的白天时长均为 24 小时，全部为极昼区。相反地，如果 φ 与 δ 的取值反向最大，则上述乘积达到最大值，它对应冬至日北极地区的日照时长等于零，全部为极夜区，即

$$(-\tan \varphi \cdot \tan \delta)_{\max} = -\tan(66.5^\circ) \cdot \tan(-23.5^\circ) = 1 \quad (8)$$

北极圈和南极圈之间的其他地区，不同季节的白天时长都在 0~24 小时之间。其中有两种特例需要加以说明：

- 1) 在赤道上， $\varphi = 0$ ，无论 δ 取何值，亦即无论春夏秋冬，其白天黑夜时长均相等。
 - 2) 春分日或秋分日，太阳直射赤道， $\delta = 0$ ，地球南北各地白天和黑夜时长也相等。
- 在早期有关太阳能利用的文献中，Cooper 曾经用到如下公式来计算日照时长[3]，

$$T_s = \frac{2}{15} \arccos(-\tan \delta \cdot \tan \varphi) (\text{h}) \quad (9)$$

Cooper 采用此公式时未做推导，而是直接利用天文年历中太阳高度角 α 、地理纬度 φ 、太阳赤纬 δ 及太阳时角 ω 之间的关系式简化得出，它们之间的关系为

$$\sin \alpha = \cos \varphi \cos \omega \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta \quad (10)$$

令上式中太阳高度角 $\alpha = 0$ ，得到对应的太阳时角为，

$$\omega = \pm \arccos[-\tan \delta \cdot \tan \varphi] \quad (11)$$

式中正、负号分别对应日落时角和日出时角。地球每自转一周为 24 个小时，对应 360° 的太阳时角变化，每转过 15° 对应 1 小时。因此，从式(11)所示的日落时角与日出时角之差就得到日照时长公式(9)。太阳赤纬角 δ 可采用下式计算，

$$\delta = 23.45 \sin\left(2\pi \times \frac{284+n}{365}\right) (^\circ) \quad (12)$$

式中 n 是所计算日期在一年中的日子数，如 1 月 1 日 $n = 1$ ，12 月 31 日 $n = 365$ 。由于 $n = 81$ 时 $\delta = 0$ ，所以上式中赤纬角是从春分日算起的。

1971 年，Spencer 提出了更精确的太阳赤纬角的计算公式[4]，其形式为

$$\begin{aligned} \delta = & 0.006918 - 0.399912 \cos(\Gamma) + 0.070257 \sin(\Gamma) - 0.006758 \cos(2\Gamma) \\ & + 0.000907 \sin(2\Gamma) - 0.002697 \cos(3\Gamma) + 0.00148 \sin(3\Gamma) (\text{rad}) \end{aligned} \quad (13)$$

式中 Γ 称为日角，它由日子数 n 来确定，

$$\Gamma = \frac{2\pi(n-1)}{365} (\text{rad}) \quad (14)$$

5. 日照时长公式的应用

利用时长计算公式可以方便地确定某地在某个日子数的白天时长。下面就北半球的冬至日和夏至日时长、我国某些代表性城市冬季和夏季时长、以及北京地区在一年四季的白天时长变化问题进行讨论。

1) 不同纬度处冬至日和夏至日的白天时长

根据前述公式(5)可以计算某地在具体日子的白天时长。冬至日和夏至日的白天时长在一年中具有特殊性，在冬至日地球赤纬 δ 为 -23.5° ，将其代入式(5)，得到不同纬度地区白天时长的计算式为，

$$T_{\varphi,w} = 12 - \frac{24}{\pi} \arcsin(0.4348 \tan \varphi) \quad (15)$$

与此相对，夏至日的白天时长用下式计算，

$$T_{\varphi,s} = 12 + \frac{24}{\pi} \arcsin(0.4348 \tan \varphi) \quad (16)$$

采用以上两式计算北半球的白天时长，地理纬度的取值范围为 $\varphi = 0^\circ \sim 66.5^\circ$ ，计算结果列于表 1 中，相应的时长变化表示在图 7 中。

从图 7 中的曲线变化可以看出，冬至日和夏至日的白天时长随地理纬度的变化相对于 12 小时水平线对称分布。另一方面，从赤道向极地方向时长变化呈现非线性特点。大致而言，在 $\varphi = 0^\circ \sim 40^\circ$ 的范围内，日照时长基本上为线性增加或减小；从 40° 到 66.5° ，增加/减小速度逐渐加剧，超过 66.5° 后无白天或夜晚时长，从而进入极夜区或极昼区。在非至点日的大部分日子里，各纬度地区的日照时长随着季节在图中两条曲线之间摆动，两条曲线形成不同地域日照时长年度变化的外轮廓线。

2) 冬季和夏季我国从南到北日照时长的变化

日照时数与太阳能利用、农业技术和生态环境等诸多领域密切相关，因此近年来许多研究者着手对我国地域性日照时数的变化及其影响展开了研究，如对广西和安徽省近 50 年日照变化的研究[5] [6]。关于黄河流域日照时数的研究表明，在 1958 年~2001 年期间在该流域所选 77 个观测站中有 53 个所测得的日照时数存在下降趋势[7]。不但如此，有迹象表明我国绝大部分地区近 50 年来日照时数总量都呈现逐渐减少的趋势[8]，这种趋势应该引起广泛的重视。为系统了解我国南北各地在不同季节里日照时数变化的规律性，现考虑将 1 月和 7 月分别作为冬、夏季节的代表月份，利用前述公式(5)计算从北纬 20° 到 50° 范围内每间隔 5° 的月平均日照时长。具体算法是，首先确定 1 月和 7 月每一天所对应的日子数，算出这个月内全部日子的日照时长，然后取其平均值。当遍历所考察的七个纬度后，在地图上找到与各纬度最贴近的代表城市。计算结果列在表 2 中。

我国幅员辽阔，从南向北地跨热带、亚热带、暖温带、寒温带和寒带。虽然影响某地气候的因素有多种，然而日照时长必定是决定因素之一。从表 2 中的数据可知，海口与最北端的城市黑河相比较，1 月份平均日照时长多两个半小时，在 7 月份则相反，黑河日照时长比海口多 2.6 小时。这反映出冬夏季节南北地区太阳辐射热量的明显差异——夏季南北各地日照充足，所获得的太阳光热差异较小，而冬季北方日照时间大大缩短，再加上太阳高度角相对较低，辐射能的大气衰减严重，因此地面所获得的太阳能大大低于南方，这是太阳能采暖设计和太阳热发电设计中必须考虑的问题。

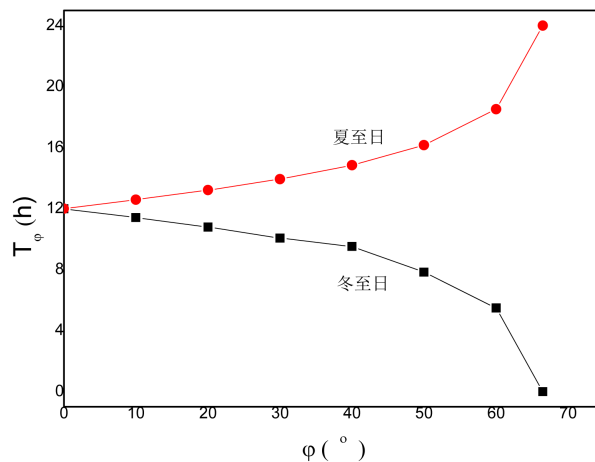


Figure 7. Day time hours vs. the latitude at the solstice day, northern hemisphere

图 7. 北半球不同纬度地区在至点日子的白天时长

Table 1. Day time hours on the winter and summer solstice day, at different latitude of the northern hemisphere ($x = 0.4348 \tan \varphi$)**表 1.** 冬至日和夏至日北半球不同纬度地区的白天时长(表中 $x = 0.4348 \tan \varphi$)

纬度	$\arcsin(x)$	冬至日(h)	夏至日(h)
0°	0	12	12
10°	4°24'	11.41	12.59
20°	9°6'	10.79	13.21
30°	14°33'	10.06	13.94
40°	21°24'	9.51	14.85
50°	31°12'	7.84	16.16
60°	48°53'	5.48	18.52
≥66.5°	90°	0	24

Table 2. The average day time hours in January and July for some typical cities in China**表 2.** 我国代表性城市在 1 月份和 7 月份的平均日照时长

纬度	代表城市	实际纬度值	1 月平均值(h)	7 月平均值(h)	1 月和 7 月日照时差
20°N	海口	20°02'N	10.94	13.09	2.15
25°N	桂林	25°16'N	10.64	13.40	2.76
30°N	杭州	30°12'N	10.31	13.73	3.42
35°N	青岛	35°59'N	9.94	14.11	4.17
40°N	北京	39°55'N	9.52	14.55	5.03
45°N	哈尔滨	45°45'N	9.02	15.06	6.04
50°N	黑河	50°14'N	8.40	15.69	7.29

另一方面,不同纬度的冬夏季日照时差差别巨大。海口市位于北回归线以南,其 1 月和 7 月的日照时长差值为 2.15 小时,说明阳光照射全年起伏较小。而地处北国的黑河冬夏日照时差高达 7.29 小时,反映出当地太阳能在季节上分布极不均匀。从太阳能光热利用的角度而言,日照充足并且在不同季节地面能够获得的辐射能相对稳定,是发展规模化太阳能利用设施的前提条件。

3) 北京地区不同季节日照时长理论值与实际值对比

为了考察前述时长公式的准确性,现在考虑将天文资料中所给出的北京市各月份的白天时长与公式计算值进行对比。北京地处北温带,四季分明,日照时长变化明显。另外,作为我国的首都,北京市的气象资料比较齐全,因此易于对比。北京市地处北纬 39°55',将此纬度值代入式(5)中,再由 Spencer 提出的计算公式(13)算出不同日子数的太阳赤纬角,就能得到当地不同季节白天时长的理论值,见表 3。进而,在 2012 年“天气在线”网站[9]中查得有关北京市的天文资料,将其在不同月份某代表日子的日出、日落时间一并列于表中。依照日出、日落时间算得实际的白天时长,与计算得出的理论值进行比较。

对比表 3 中的数据,发现相对于实际值而言,白天时长理论值的误差在 4~9 月份为 1.0%~1.9%,在 10~3 月份误差在 1.6%~2.7%之间,整体上冬季的计算误差大于夏季,见图 8。产生误差的原因,一方面是来自于地球摄动的影响,对于这种影响天文学家需要通过不断观测从而每隔几年对闰年、闰月及交节日期进行修正,另一方面也可能是由于太阳赤纬角的计算精度不够。不论是赤纬角计算公式(12)还是公式(13),它们都只是对赤纬角变化规律的一种近似描述,因为其真正的变化规律很难用一简单数学函数来表

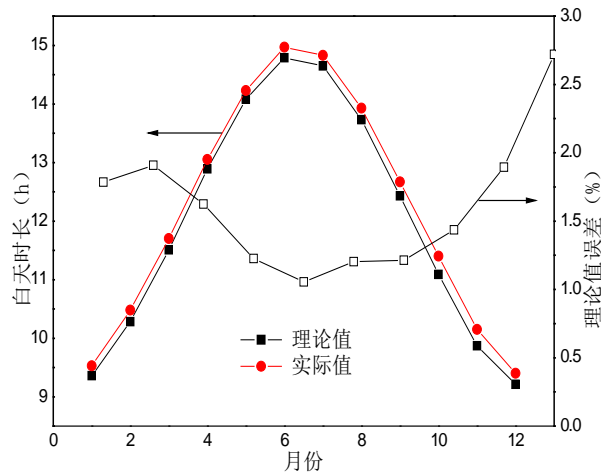


Figure 8. The error of the predicted day time hours to the actual value changing with the month, for Beijing

图 8. 北京市白天时长理论值与实际值及其误差

Table 3. A comparison of the calculated and the actual day time hours for Beijing

表 3. 北京市白天时长理论值与实际值对照表

日期	日子数	太阳赤纬角(°)	白天时长理论值(h)	日出时间	日落时间	白天时长实际值(h)
1月10日	10	-22.04	9.36	07:36	17:08	9.53
2月10日	41	-14.90	10.28	07:15	17:44	10.48
3月10日	70	-4.41	11.51	06:34	18:16	11.70
4月10日	101	7.92	12.89	05:45	18:48	13.05
5月10日	131	17.78	14.08	05:04	19:18	14.23
6月10日	162	23.09	14.79	04:45	19:43	14.97
7月10日	192	22.11	14.65	04:55	19:45	14.83
8月10日	223	15.06	13.73	05:22	19:18	13.93
9月10日	254	3.82	12.43	05:51	18:31	12.67
10月10日	284	-8.11	11.09	06:19	17:43	11.40
11月10日	315	-18.17	9.87	06:54	17:03	10.15
12月10日	345	-23.12	9.21	07:25	16:49	9.40

示。近年来，随着太阳能利用技术理论的研究深入，有关太阳位置的精确算法仍在不断地完善过程中。

6. 结论

通过分析地球受太阳照射的几何关系，建立了地表任意观测点处的日照时长随当地纬度和太阳赤纬角变化的预测公式。利用该公式不但可以讨论南北半球的日照时长的季节变化、而且能够合理解释南北两极的极昼和极夜现象。此外，通过对北京市日照时长的预测值与天文资料中的实际值进行对比，认为该公式能够比较准确地预测不同地区在不同季节的日照时长。该公式简单明了，便于工程计算。

基金项目

本文受国家自然科学基金资助(No. 51276005)。

参考文献 (References)

- [1] 高峰, 孙成权等 (2001) 太阳能开发利用的现状与发展趋势. *世界科技研究与发展*, **4**, 35-39.
- [2] 刘南威 (2002) 自然地理学. 科学出版社, 北京.
- [3] Cooper, P.I. (1969) The adsorption of radiation in solar stills. *Solar Energy*, **3**, 333-346.
- [4] Spencer, J.W. (1971) Fourier series representation of the position of the sun. *Search*, **5**, 172.
- [5] 叶瑜, 苏永秀, 李政, 王莹, 梁骏 (2013) 近 50 年广西日照时数时空变化特征分析. *中国农学通报*, **14**, 196-201.
- [6] 何彬方, 冯妍, 荀尚培, 唐为安 (2009) 安徽省 50 年日照时数的变化特征及影响因素. *自然资源学报*, **7**, 145-155.
- [7] 徐宗学, 赵芳芳 (2005) 黄河流域日照时数变化趋势分析. *资源科学*, **5**, 153-159.
- [8] 李慧群, 付遵涛, 闻新宇, 黄建斌 (2013) 中国地区日照时数近 50 年来的变化特征. *气候与环境研究*, **2**, 203-209.
- [9] <http://www.t7online.com/Beijing/Beijing.htm>