Advances in Geosciences 地球科学前沿, 2023, 13(11), 1239-1251
Published Online November 2023 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ag
https://doi.org/10.12677/ag.2023.1311118

砾石土特征分析及数字岩心重构

胡香港，周　美，邓显瑜

桂林理工大学地球科学学院，广西 桂林

收稿日期：2023年9月12日；录用日期：2023年10月31日；发布日期：2023年11月10日

摘　要

砾石土中的孔隙结构对土体的渗透性和稳定性有很大影响，砾石土微观结构特征直接影响其宏观性能，为了更深刻认识砾石土内部细观结构，为砾石土中的管涌、流土等渗透侵蚀破坏防治提供参考。对于砾石土制取样品后进行CT扫描获取图像，对图像进行预处理，基于图像重建出三维数字岩心。通过其孔隙度、孔隙连通性、孔径和粒径等对砾石土的结构特征进行分析，从而得到砾石土的细观结构特征。选取砾石土体孔隙充分发育的一张二维图像，采用模拟退火法进行重构，以两点相关函数、线性路径函数作为约束函数。成功重构出与真实土体孔隙结构特征相似的数字岩心。模拟退火法建模所需建模资料要求较低，是一种经济、高效的建模方法。采用两点相关函数和线性路径函数对于重构图像进行评价，可以得到模拟退火算法重构的砾石土孔隙结构与真实土体细观结构较为相似，重构出的砾石土数字岩心效果较好。

关键词

砾石土，结构特征，数字岩心，模拟退火法

Analysis of Gravelly Soil Characteristics and Digital Core Reconstruction

Xianggang Hu, Mei Zhou, Xianyu Deng

College of Earth Sciences, Guilin University of Technology, Guilin Guangxi

Received: Sep. 12th, 2023; accepted: Oct. 31st, 2023; published: Nov. 10th, 2023

Abstract

The pore structure of gravelly soil has a great influence on the permeability and stability of soil mass, and the microstructural characteristics of gravelly soil directly affect its macroscopic properties, which provides a reference for preventing and controlling the seepage erosion damage of piping and flowing soil in gravelly soil. For the gravelly soil samples after the acquisition of a CT

文章引用: 胡香港, 周美, 邓显瑜. 砾石土特征分析及数字岩心重构[J]. 地球科学前沿, 2023, 13(11): 1239-1251.
DOI: 10.12677/ag.2023.1311118

scan image, image pre-processing is based on the image reconstruction of a three-dimensional digital core. The microstructure characteristics of gravelly soil are analyzed by porosity, pore connectivity, pore size and particle size. A two-dimensional image of gravelly soil with well-developed pores was reconstructed by simulated annealing, and the two-point correlation function and linear path function were taken as constraint functions. The digital core is reconstructed successfully, which is similar to the pore structure of real soil. Simulated annealing (SA) is an economical and efficient modeling method, which requires less modeling data. By using the two-point correlation function and linear path function to evaluate the reconstructed image, the pore structure of gravel soil reconstructed by simulated annealing algorithm is similar to that of real soil, and the reconstructed gravel soil digital core has a better effect.

Keywords

Gravelly Soil, Structural Characteristics, Digital Core, Simulated Annealing Method

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

砾石土是多孔介质结构，主要有孔隙和土骨架两部分组成。内部孔隙结构相互交错、错综复杂形成孔隙结构网。土体的孔隙分布和颗粒分布对于其渗透性和稳定有很大影响[1]。孔隙是指土壤中颗粒之间的空隙，它们可以影响土体的透水性、通气性和保水性等特性。砾石土中的孔径分布直接影响着土体的渗透能力和排水能力。当孔隙较大时，土体渗透性较好；而当孔隙较小时，土体的保水性较强。粒径分布描述的是砾石土中颗粒大小的分布情况，不同粒径的颗粒对土体的物理性质产生重要影响。通过粒径分布，可以评估砾石土的颗粒组成及比例，进而确定土体的工程性质。颗粒和孔隙几何信息、尺寸分布、形状、体积和表面积都会对渗透性产生影响[2]。砾石间接触次数的增加，砾石土的抗液化能力随砾石含量的增加而显著增加[3]。对于砾石土的研究，Yusuke Fujikura 等提出从细砂到粗砂砾的孔径分布模型和两种基于孔径分布估算渗透率的方法[4]。Qian Zhai 等通过孔径分布函数来估算砂土的渗透性[5]。金爱兵等对不同粒径分布的尾砂进行了研究，探讨了其充填体的强度和损伤特性。细尾砂的充填体中，粗颗粒与细颗粒相互连接紧密，并被水化产物完全包裹，使得孔隙度较低，从而形成了稳定的骨架结构。此外，细尾砂的微观结构也表现出较好的致密性[6]。

通过统计相关函数可以来定量表征砾石土微观结构。对多孔介质和复合材料等随机非均质材料的有效输运、电磁和力学性能的基本理解，依赖于定量表征介质微观结构的能力[7]。事实上，微观结构的完整表征需要无限一组统计相关函数的知识。在实践中，无论从实验上和理论上都只能获得低阶信息。确定是否存在同时包含重要微观结构信息的低阶函数仍然是一个重要的研究方向。B Lu 等提出了线性路径函数，并给出了函数表达式。两相异质材料的一个基本形态测量是所称的线性路径函数 L(z)。这个量给出了一个长度为 z 的线段完全在其中相中的概率[8]。A. Derossi 等人认为食品微观结构与其质量之间的关系的重要性被认为是至关重要的。在面包质量方面，面包屑结构的精确表征被认为是评价其感官特性的必要条件，线性路径函数用于统计面包的内部结构特征[9]。孔隙率、两点相关函数线性路径函数可以反映多孔介质的基本特征。通过统计相关函数来定量表征多孔介质的细观结构特征，可为土体的重构提供控制函数。

传统的岩心分析需要进行物理切割、处理和测量，而数字岩心可以通过 CT 扫描技术快速获取高精度的样本数据，进行可视化和重构。目前重构数字岩心方法有截断高斯模拟法[10]、蒙特卡洛法[11]、多点地质统计法[12]和模拟退火法等[13]。而模拟退火法所需建模资料要求较低，数字岩心重构较为经济、高效。借助于 CT 扫描出土体的二维平面图像，对图像进行去噪、二值化等处理。然后就可以提取重构所需要的孔隙率、两点相关函数和线性路径函数，利用模拟退火法可重构出土体的数字岩心，就可以得到与原始 CT 图像较为相似的细观孔隙结构。使用孔隙率、两点相关函数和线性路径函数对于重构数字岩心的优劣进行评价。

2. 图像处理

将砾石土样放入 CT 进行扫描，获得 1014 张 1004 × 1024 像素的 CT 二维灰度切片图。在 Image J 软件中调整其对比度，在孔隙发育丰富的地方批量截取 700 × 700 像素大小图像共 700 张。在图像成像和传输过程中，会受到设备与周围环境，总会或多或少的带来一些不能避免的噪声。对图像进行去噪处理，采用中值滤波法对图像进行去噪[14]，用 MATLAB 软件中的 medfilt2 函数，滤波器大小为 3 × 3。最后在 Avizo 软件中将 700 张图像进行叠加，重建成为三维图像，如图 1 所示。接下来就可以对三维图像进行细观结构特征提取。

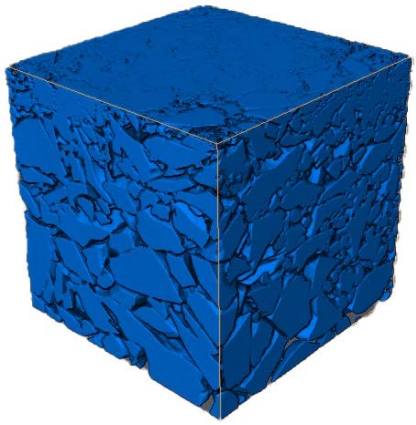

Figure 1. Reconstruct a three-dimensional image
图 1. 重建三维图像

3. 细观结构分析

3.1. 孔隙度

孔隙度是一个非常重要的土体物理参数，它决定了土体中水分、空气的存储和运移能力。孔隙度计算表达式见下式(5)：

$$n = \frac{V_v}{V_{总}} \tag{1}$$

式中：V_v 表示孔隙的体积；$V_{总}$ 表示总的体积。

在 Avizo 软件中利用 Interactive Threshold 模块将二维图像进行阈值分割，分为孔隙和土体颗粒两部分。二维图像重建成三维图像的孔隙分布图如图 2 所示，用 Volume fraction 模块可计出体孔隙度为 0.214，逐层面孔隙度大小分布图如图 3 所示。可以看出该砾石土土样是非均质体，最大孔隙度为 0.391，最小孔隙度为 0.085，平均孔隙度为 0.214。

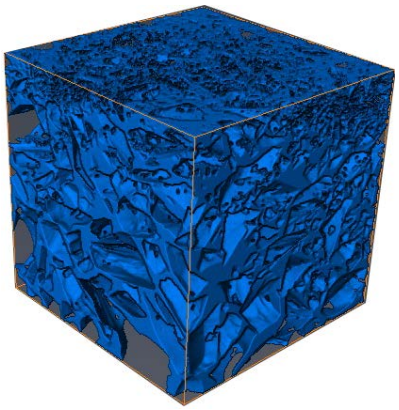

Figure 2. Distribution of pores
图 2. 孔隙分布图

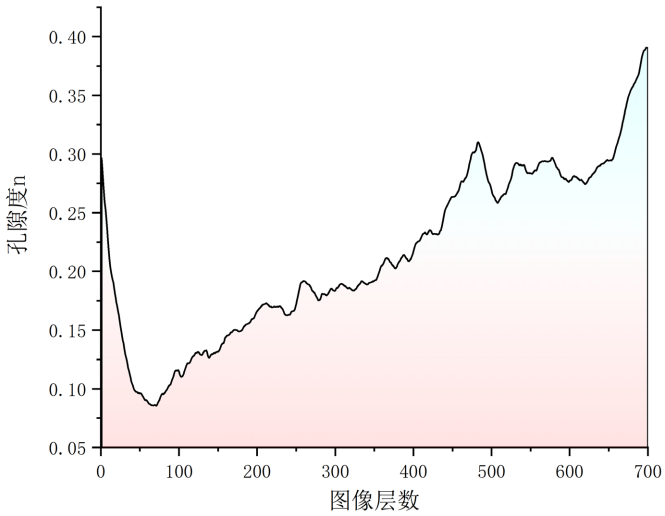

Figure 3. Porosity layer by layer
图 3. 逐层面孔隙度

3.2. 孔隙连通性

砾石土孔隙连通率是指砾石土中孔隙之间的连通程度。如果孔隙之间相互连接，并且形成连续的通道，水分能够更容易地渗透和流动。相反，如果孔隙之间存在较多的隔离或者孤立，水分渗透性将受到限制。通过孔隙连通性分析，了解到孔隙的连通性情况，进而评估土体的渗透性。在 Avizo 软件中先利用 Interactive Threshold 模块选择孔隙部分，然后用 Axis Connectivity 模块做砾石土的连通性分析。连通孔隙分布如图 4 所示。

砾石土中的孤立孔隙是指孔隙与其他孔隙之间没有有效的连通通道，无法与周围的孔隙或介质进行交换或传递物质。砾石土中的孤立孔隙对于水分和气体的流动具有一定的限制作用。由于孔隙之间缺乏连通通道，水分在孤立孔隙中可能滞留较长时间，难以通过砾石土层快速渗透和排水。孤立孔隙影响着砾石土的渗透性。在 Avizo 软件中利用 Arithmetic 模块分离出孤立孔隙分布如图 5 所示。

有效孔隙就等于全部孔隙去除孤立孔隙。通过 Avizo 软件中 Volume fraction 模块计算，可得有效孔隙度为 0.210，连通孔隙占比 97.9%，孤立孔隙占比 2.1%。有效逐层面孔隙度大小分布图如图 6 所示，最大有效孔隙度为 0.391，最小有效孔隙度为 0.075，平均有效孔隙度为 0.210。

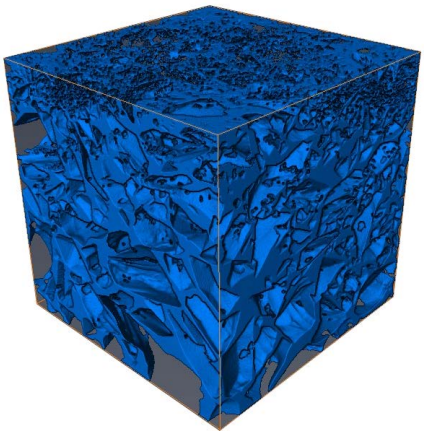

Figure 4. Connected pore distribution diagram
图 4. 连通孔隙分布图

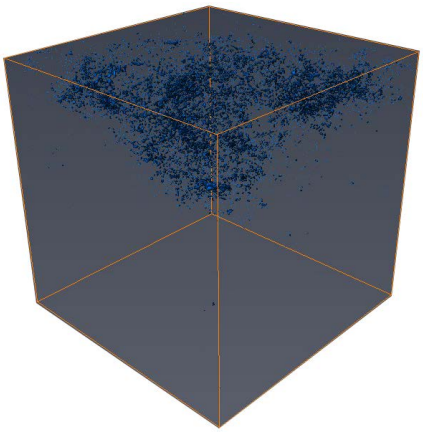

Figure 5. Distribution of isolated pores
图 5. 孤立孔隙分布图

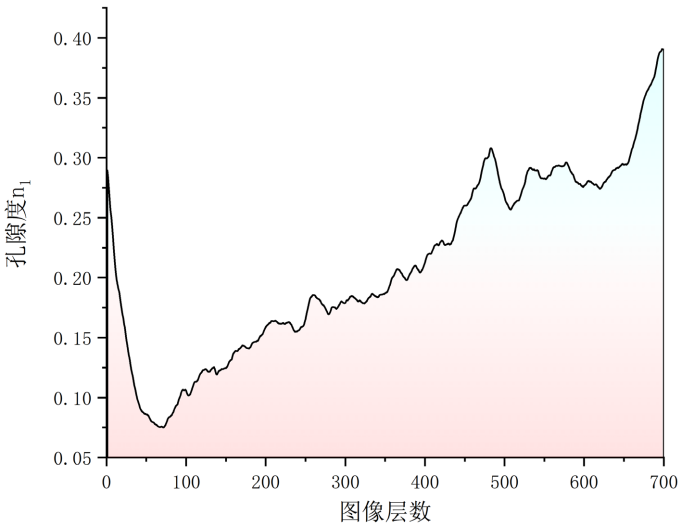

Figure 6. Effective layer by layer porosity distribution
图 6. 有效逐层面孔隙度分布图

3.3. 孔隙定量分析

砾石土中的孔隙结构对土体的渗透性有很大影响，孔隙定量分析可以了解土体中不同尺寸孔隙的存在情况[15]。较大的孔隙能够容纳更多的水分，从而增加土体的渗透能力；而较小的孔隙则会限制水分渗透，降低渗透性。

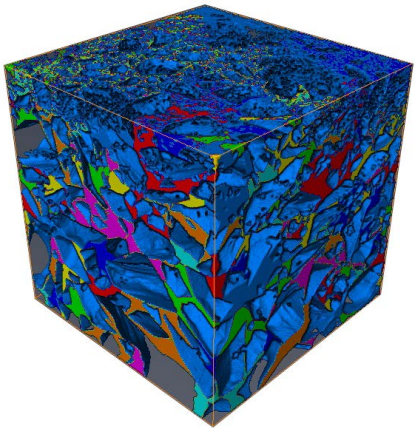

Figure 7. Schematic diagram of pore segmentation
图 7. 孔隙分割示意图

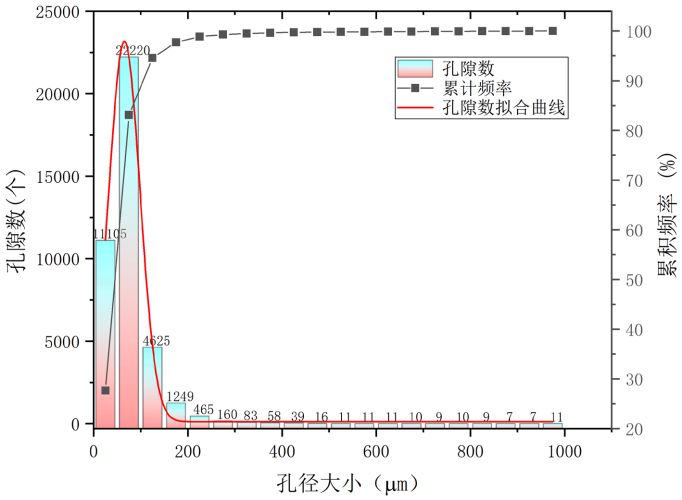

Figure 8. Aperture size distribution
图 8. 孔径大小分布图

首先，在 Avizo 软件中使用 Interactive Threshold 模块筛选出孔隙部分，然后利用 Separate Objects 模块将孔隙分离。经过分离后，各孔隙分布如图 7 所示。最后，通过使用 Label Analysis 模块，对各个孔隙的等效孔径、体积和表面积进行了统计。可以得到孔隙结构特征参数，用来定量对孔隙结构特征进行描述。孔隙的最大孔径为 4924.10 μm，平均孔径为 93.27 μm，筛选后孔隙的孔径大小分布图如图 8 所示。孔隙中最大体积为 2.01×10^{10} μm^3，平均体积为 2.62×10^7 μm^3，筛选后孔隙体积大小分布图如图 9 所示。孔隙中最大表面积为 4.67×10^8 μm^2，平均表面积为 4.12×10^5 μm^2，筛选后孔隙的表面积大小分布图如图 10 所示。

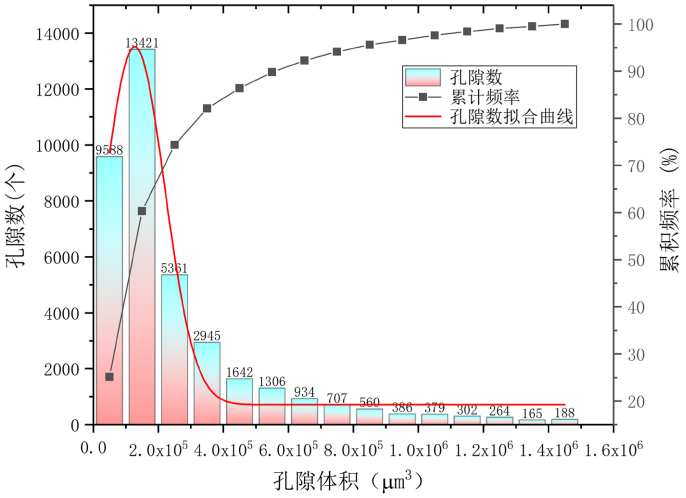

Figure 9. Pore volume distribution diagram
图 9. 孔隙体积分布图

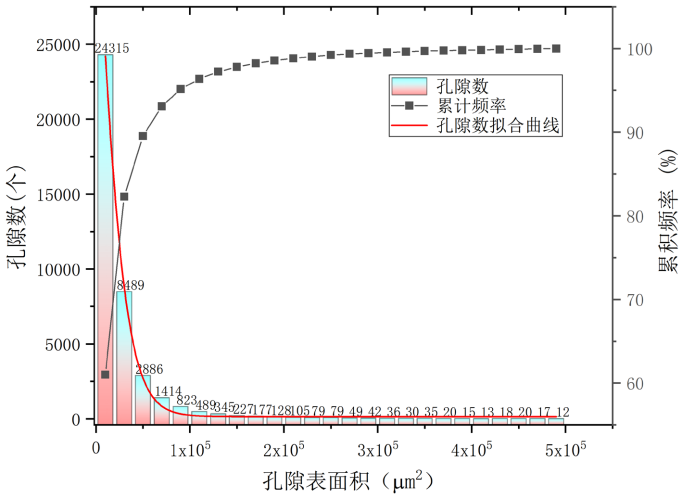

Figure 10. Pore surface area distribution diagram
图 10. 孔隙表面积分布图

3.4. 颗粒定量分析

砾石土的颗粒大小分布对于其稳定性和渗透性有很大影响。若细颗粒分量较多，粗颗粒“浮于”细颗粒中易导致砾石土产生管涌甚至流土破坏；若粗颗粒分量较多，细颗粒会在粗颗粒孔隙中被过滤移动带走，但粗颗粒形成相互支撑的骨架结构而使砾石土整体保持稳定。粗颗粒含量的增加，砾石土渗透系数也随之增大[16]。定量分析砾石土颗粒可以了解不同尺寸颗粒的存在情况。

使用 Interactive Threshold 模块选择颗粒部分，然后使用 Separate Objects 模块将颗粒进行分离，分离后各颗粒分布如图 11 所示，最后使用 Label Analysis 模块对各个颗粒的等效粒径大小、体积、表面积分别进行统计，用来定量的对颗粒特征进行描述。颗粒最大粒径为 5114.36 μm，平均粒径为 1039.81 μm，筛选后的粒径分布图如图 12 所示。颗粒最大体积为 1.06×10^{11} μm^3，平均体积大小为 2.01×10^{11} μm^3，筛选后的颗粒体积分布图如图 13 所示。颗粒最大表面积为 2.51×10^{8} μm^3，平均体积大小为 1.16×10^{7} μm^3，筛选后的颗粒体积分布图如图 14 所示。

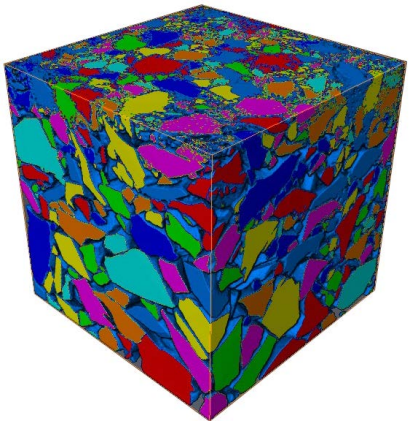

Figure 11. Particle segmentation schematic diagram
图 11. 颗粒分割示意图

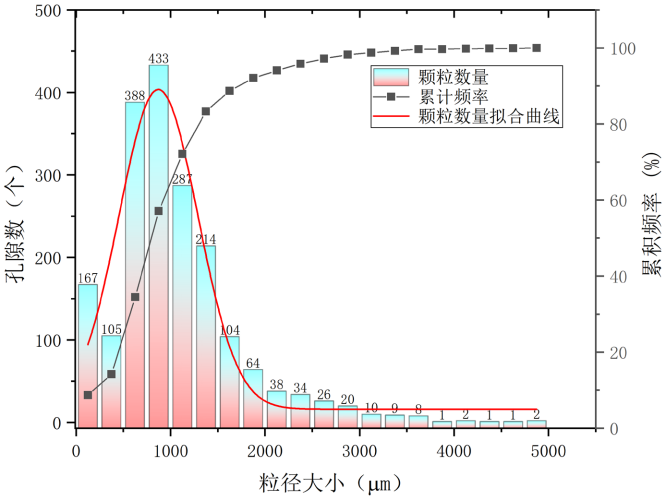

Figure 12. Particle size distribution diagram
图 12. 粒径大小分布图

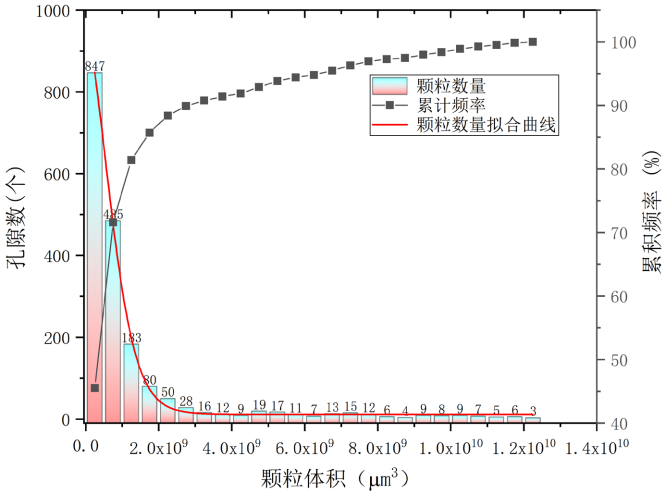

Figure 13. Particle volume distribution diagram
图 13. 颗粒体积分布图

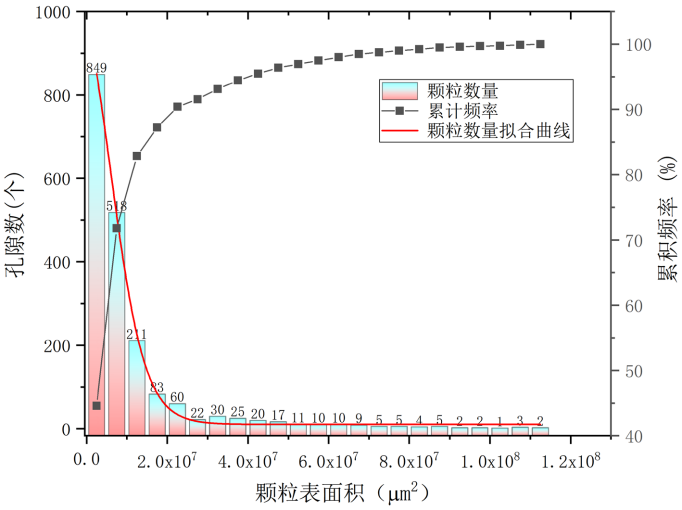

Figure 14. Surface area distribution of particles
图 14. 颗粒表面积分布图

4. 统计相关函数

统计相关函数可以准确表示微观孔隙的结构特征，可以用来重构砾石土的数字岩心。选取砾石土体孔隙充分发育的一张二维图像，截取 150 × 150 像素大小为原始土样图像，用于重构数字岩心，如图 15 所示。提取其两点相关函数和线性路径函数，为重构数字岩心过程中的控制函数。

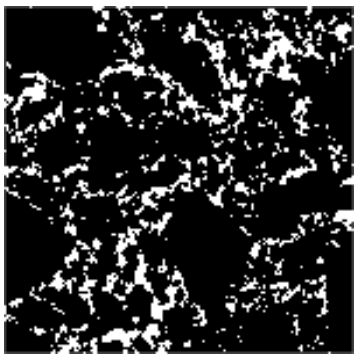

Figure 15. Primitive soil samples
图 15. 原始土样

4.1. 两点相关函数

两点相关函数定义为在介质中任意两点，这两点分布于其中一相位(孔隙或土体颗粒)中的概率[17]。砾石土任意一相的两点相关函数定义为：

$$S^{(i)}(r_1,r_2)=\left\langle Z^i(r_1)Z^i(r_2)\right\rangle \tag{2}$$

式中：S 表示两点相关函数；r_1、r_2 表示在某一项任取两个点；< >表示取平均。

根据公式可以知道，当 $r=0$ 时，$S(r)$ 就等于孔隙度，r 表示像素数。原始土样图 15 的孔隙度为 0.1509。从孔隙相两点相关函数分布图 16 可以得到，当任意两个点的距离超过 15 像素后，两点相关函数的值会趋于稳定。对目标图像重构时，选取最大的 r 为 61 像素。

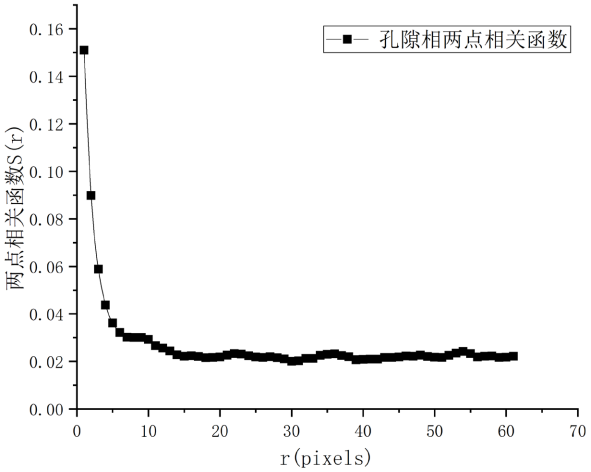

Figure 16. Two-point correlation function
图 16. 两点相关函数

4.2. 线性路径函数

线路路径函数 $L(r)$ 表示在某一相位找到一个长度为 r 的线段的概率。线性路径函数可以表征相与相之间的连通性，因此它可以区分不同的相。在砾石土中，可用于描述其连通性[18]。其表达式为：

$$L^{(i)}(r)=\langle P(r_1,r_2)\rangle \tag{3}$$

式中：L 表示线性路径函数；r 表示任意长的线段；< >表示取平均。

从孔隙相线性路径函数图 17 分析可得，当任意两点的长度超过 8 个像素时，线性路径函数的值就会趋近于 0。

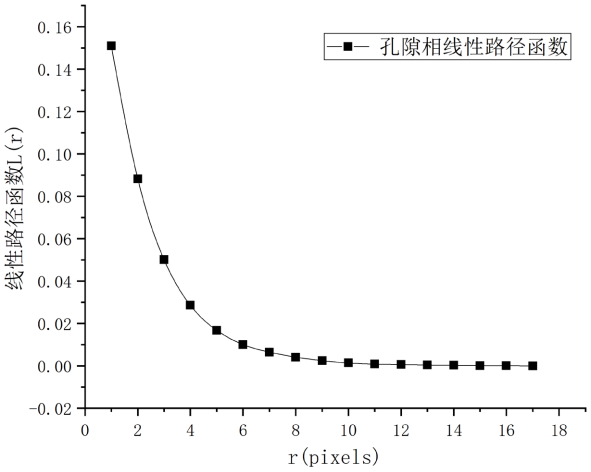

Figure 17. Line-path function
图 17. 线性路径函数

5. 模拟退火法重构数字岩心

模拟退火算法(SA)来源于固体退火原理，是一种基于概率的算法。将固体加温至充分高的温度，再让其慢慢冷却，加温时，固体内部粒子随温升变为无序状，内能增大，分子和原子越不稳定。而冷却时

粒子渐趋有序，能量减少，原子越稳定。在降温过程中，固体在每个温度都达到平衡态，最后在常温时达到基态，内能减为最小。

5.1. 算法流程

模拟退火算法从某一较高初温出发，伴随温度参数的不断下降，结合概率突跳特性在解空间中随机寻找目标函数的全局最优解，即在局部最优解能概率性地跳出并最终趋于全局最优。模拟退火算法是通过赋予搜索过程一种时变且最终趋于零的概率突跳性，从而可有效避免陷入局部极小并最终趋于全局最优的结构优化算法。

是否接受新解，是根据 Metropolis 准则按一定概率接受。在某一温度 T 下，当前状态能量为 $E(k)$，新状态能量为 $E(k+1)$，$\Delta E = E(k+1) - E(k)$，接受 $k+1$ 状态的概率 p 为：

$$p = \begin{cases} 1, & \Delta E < 0 \\ \exp\left[-\dfrac{\Delta E}{T}\right], & \Delta E > 0 \end{cases} \tag{4}$$

当$\Delta E < 0$ 时，接受 $k+1$ 为当前状态；当$\Delta E > 0$ 时，则在 0~1 中取一个随机数，若接受概率 $P = \exp[-\Delta E/T]$ 于这个随机数，则接受新状态 $k+1$ 为当前状态，保留状态 k 为当前状态。在每个温度下进行多次系统状态的改变，使系统在这个温度下达到较为稳定的状态，然后再降低温度进入下一个循环，继续进行系统状态的优化。

5.2. 数重构数字岩心

首先随机的生成 150*150 像素且与原始土样图像孔隙度相同的数字岩心，1 代表白色孔隙，0 代表黑色土体颗粒。然后开始进行模拟退火算法。

引入更多的反应砾石土细观孔隙结构的基本特征，重构的砾石土的细观孔隙结构才会更加接近真实结构。采用两点相关函数和线性路径函数为约束函数，分别计算重建系统中的 $S(r)$、$L(r)$，在根据下式(5)计算当前时刻的系统能量 E。在随机的数字岩心中任意选取一孔隙点 1 和一土体颗粒点 0 交换其位置得到新的系统。在生成图像的孔隙率始终与目标图像保持一致。然后计算新系统的 $S(r)$、$L(r)$ 和系统能量 E。根据 Metropolis 准则是否接受新系统。

$$E = \sum \alpha_i \cdot \left[S_r(r_i) - S(r_i)\right]^2 + \beta_i \cdot \left[L_r(r_i) - L(r_i)\right]^2 \tag{5}$$

$S(r_i)$ 是目标图像的两点相关函数，$S_r(r_i)$ 是对应于 $S(r_i)$ 两点相关函数。同理 $L_r(r_i)$ 是 $L(r_i)$ 对应的线性路径函数，建模的实质就是对系统不断进行迭代，直到两点相关函数和线性路径函数足够逼近时，当前的图像就是重构出的最优图像。

模拟退火的参数设置为：初始温度 T0 = 1，终止温度 Te = 10^{-8}，降温系数 alpha = 0.99，同一温度下演化次数 N = 100，计算中土体孔隙两点相关函数和线性路径函数的最大距离 r_{max} 分别为 61、17，不同距离 r 处孔隙两点自相关函数对应的权重值当 $r \le 25$ 时，$\alpha_i = 1.5$，$\beta_i = 1.5$，否则 $\alpha_i = 1$，$\beta_i = 1$。不同距离 r 处孔隙线性路径函数对应的权重值当 $r \le 11$ 时，$\alpha_i = 1.5$，$\beta_i = 1.5$，否则 $\alpha_i = 1$，$\beta_i = 1$。

5.3. 重构结果分析

模拟退火法重构的数字岩心如图 18 所示，经过与原始土样图 15 的对比可以观察到重构数字岩心图像的细观孔隙结构与原始土样图像较为相似。图 19 为孔隙相重构数字岩心和原始土体两点相关函数和线性路径函数的结果分布图，可以观察到两点相关函数计算结果接近，表示原始土样图像和重构数字岩心

的孔隙空间分布状态相似；线性路径函数计算结果接近，表示原始土样图像和重构数字岩心的孔隙大小和连通状态相似。模拟退火法重构效果较好。

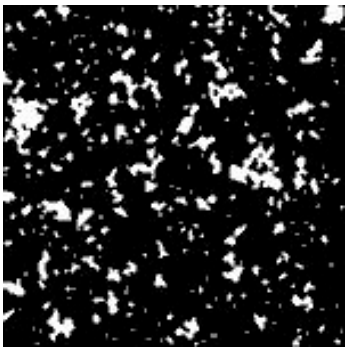

Figure 18. Reconstruct the soil structure
图 18. 重构土体结构

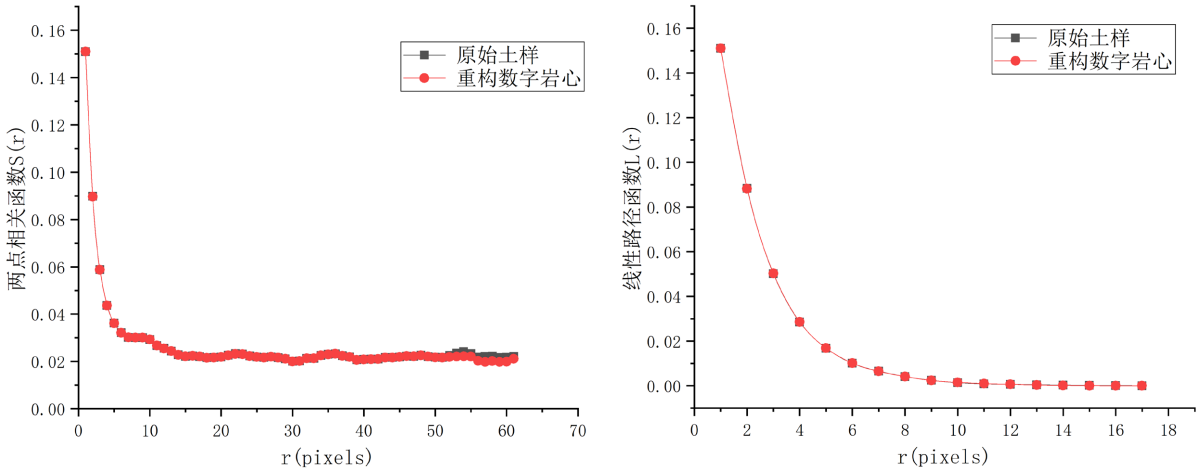

Figure 19. Reconstruction of digital core and original soil function contrast map (a) Two-point correlation function (b) Line-path function
图 19. 重构数字岩心和原始土体函数对比图 (a) 两点相关函数 (b) 线性路径函数

6. 结论

基于砾石土的 CT 扫描图像，重建出三维特征图像，并对三维图像进行特征分析，并选取一张二维图像采用模拟退火法对土体进行数字岩心重构，得出以下结论：

1) 从孔隙度、孔隙连通性、孔径分布和粒径分布对砾石土的结构进行分析，定量的表示砾石土的细观结构特征，可以得到砾石土的孔隙分布和颗粒分布的特征。孔隙的最大孔径为 4924.10 μm，平均孔径为 93.27 μm，颗粒最大粒径为 5114.36 μm，平均粒径为 1039.81 μm。

2) 计算二维图像的两点相关函数和线性路径函数作为约束函数，采用模拟退火法成功重构出数字岩心，对比其两点相关函数和线性路径函数，重构出的数字岩心与原始土样结构特征相似，可为砾石土的进一步研究提供基础资料支持。

参考文献

[1] Ghassemi, A. and Pak, A. (2011) Pore Scale Study of Permeability and Tortuosity for Flow through Particulate Media

Using Lattice Boltzmann Method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **35**, 886-901. https://doi.org/10.1002/nag.932

[2] Russell, A. (2014) How Water Retention in Fractal Soils Depends on Particle and Pore Sizes, Shapes, Volumes and Surface Areas. *Géotechnique*, **64**, 379-390. https://doi.org/10.1680/geot.13.P.165

[3] Wang, Y. and Wang, Y.-L. (2017) Liquefaction Characteristics of Gravelly Soil under Cyclic Loading with Constant Strain Amplitude by Experimental and Numerical Investigations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **92**, 388-396. https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2016.10.029

[4] Fujikura, Y. (2019) Estimation of Permeability for Sand and Gravel Based on Pore-Size Distribution Model. *Journal of Materials in Civil Engineering*, **31**, Article 04019289. https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0002945

[5] Zhai, Q., Rahardjo, H. and Satyanaga, A. (2018) A Pore-Size Distribution Function Based Method for Estimation of Hydraulic Properties of Sandy Soils. *Engineering Geology*, **246**, 288-392. https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.09.031

[6] 金爱兵, 王杰, 陈帅军, 等. 基于不同粒径分布尾砂的充填体强度及损伤特性研究[J]. 岩土力学, 2022, 43(11): 3083-3093.

[7] Rintoul, M., Torquato, S., Yeong, C., *et al*. (1996) Structure and Transport Properties of a Porous Magnetic Gel via X-Ray Microtomography. *Physical Review E*, **54**, Article 2663. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.54.2663

[8] Lu, B. and Torquato, S. (1992) Lineal-Path Function for Random Heterogeneous Materials. *Physical Review A*, **45**, Article 922. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.922

[9] Derossi, A., De Pilli, T. and Severini, C. (2013) Statistical Description of Food Microstructure. Extraction of Some Correlation Functions from 2D Images. *Food Biophysics*, **8**, 311-320. https://doi.org/10.1007/s11483-013-9307-2

[10] 李立尧, 魏久传, 李梁宁, 等. 截断高斯模拟与沉积特征在煤系含隔水层三维空间分布的应用研究[J]. 矿业研究与开发, 2018, 38(2): 48-52.

[11] 郭江峰, 谢然红, 丁业娇. 马尔可夫链-蒙特卡洛法重构三维数字岩心及岩石核磁共振响应数值模拟[J]. 中国科技论文, 2016, 11(3): 280-285.

[12] Okabe, H. and Blunt, M.J. (2004) Prediction of Permeability for Porous Media Reconstructed Using Multiple-Point Statistics. *Physical Review E*, **70**, Article 066135. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.066135

[13] Ju, Y., Huang, Y., Zheng, J., *et al*. (2017) Multi-Thread Parallel Algorithm for Reconstructing 3D Large-Scale Porous Structures. *Computers & Geosciences*, **101**, 10-20. https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.01.003

[14] 孙宏琦, 施维颖, 巨永锋. 利用中值滤波进行图像处理[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2003, 23(2): 104-106.

[15] 孙亮, 王晓琦, 金旭, 等. 微纳米孔隙空间三维表征与连通性定量分析[J]. 石油勘探与开发, 2016, 43(3): 490-498.

[16] 常利营, 叶发明, 陈群, 等. 粗粒含量对砾石土渗透和变形参数的影响[J]. 水电能源科学, 2021, 39(7): 147-149+34.

[17] Malmir, H., Sahimi, M. and Tabar, M.R.R. (2016) Microstructural Characterization of Random Packings of Cubic Particles. *Scientific Reports*, **6**, Article No. 35024. https://doi.org/10.1038/srep35024

[18] Han, T.-S. and Kim, J.-S. (2018) Alternative Parameter to Characterize Pore Distribution in Cement Paste, and Its Relation to Mechanical Properties. In: Meschke, G., Pichler, B. and Rots, J.G., Eds., *Computational Modelling of Concrete Structures*, CRC Press, Boca Raton, 311-316. https://doi.org/10.1201/9781315182964-39