

大学数学课程思政探索与实践

方晓峰, 王 静, 李应岐, 张 辉

火箭军工程大学基础部, 陕西 西安

收稿日期: 2022年8月18日; 录用日期: 2022年9月16日; 发布日期: 2022年9月23日

摘 要

本文从课程思政发展历程和课程思政建设的特点出发, 分析了大学数学课程思政建设的必要性和重要意义, 结合大学数学课程自身优势, 提出了大学数学课程思政体系设计的理念和原则, 并分别从情境创设、内容学习、实验实践、数学文化和数学与诗词等几个方面阐述了如何进行思政设计, 最后给出了方向导数一节思政案例设计。

关键词

高等数学, 课程思政, 新时代军事教育

Ideological and Political Exploration and Practice in University Mathematics Courses

Xiaofeng Fang, Jing Wang, Yingqi Li, Hui Zhang

Department of Foundation, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi

Received: Aug. 18th, 2022; accepted: Sep. 16th, 2022; published: Sep. 23rd, 2022

Abstract

Starting from the characteristics of the development process and ideological and political construction of the curriculum, this paper analyzes the necessity and significance of the ideological and political construction of the university mathematics course, combines the advantages of the university mathematics course itself, puts forward the system design concept and principle of the university mathematics course, and expounds how to carry out the ideological and political design from several aspects, such as situation creation, content learning, experimental practice, mathematical culture and mathematics and poetry, and finally gives the design of the ideological and political cases of the square guide.

Keywords

Advanced Mathematics, Curriculum Ideological and Political, Military Education in the New Era

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 大学数学课程思政的重要意义

1.1. 课程思政发展历程及建设要求

教育是国之大计、党之大计，更是军队之大计。2016年12月，习近平总书记在全国高校思想政治工作会议上强调[1]，要用好课堂教学这个主渠道，提升思想政治教育亲和力和针对性，满足学生成长发展需求和期待。高校思想政治工作关系高校培养什么样的人、怎样培养人以及为谁培养人这个根本问题。

2018年8月，中央办公厅，国务院办公厅《关于深化新时代学校思想政治理论课改革创新的若干意见》[2]，指出各门课都要守好一段渠、种好责任田，使各类课程与思想政治理论课同向同行，形成协同效应。

2020年教育部印发《高等学校课程思政建设指导纲要》[3]，再次重塑课程思政在人才培养中的重要作用和地位，其意义不言而喻。

1.2. 大学数学课程思政建设的必要性

在未来高端战争中，战场多域一体，一个火力单元的指挥员可能需要跨域组合、跨域协同，以利用最小的代价、最高效的行动去获得战争的胜利。这就需要指挥员具有极高的心理素质和打赢本领，而且必须保证绝对忠诚和绝对可靠。因此，培养未来指挥官坚实的军政素质、技术把关能力是我们义不容辞的责任。大学数学作为公共基础课，是学生入校以后学时长、覆盖面广、示范性强的课程，其内容多，蕴含了丰富的思维方法和思想价值，不仅有深厚的数学文化，广泛的军事应用，而且通过知识建构和应用，了解数学知识发现和数学家研究过程的不平凡，体会数学精神，形成积极端正的学习态度、健康乐观的人生态度、果敢勇毅的军人担当。

2. 大学数学课程思政的体系设计

2.1. 大学数学课程思政的总要求

大学数学的课程思政和其他课程思政一样，要坚定学生对党和国家的绝对忠诚，为国防事业献身的理想信念。课程思政内容要紧紧围绕坚定学生理想信念，以爱党、爱国、爱社会主义、爱人民、爱集体为主线，围绕政治认同、家国情怀、文化素养、宪法法治意识、道德修养等重点优化课程思政内容供给，系统进行中国特色社会主义和中国梦教育、社会主义核心价值观教育、法治教育、劳动教育、心理健康教育、中华优秀传统文化教育。坚持新时代中国特色社会主义理论和核心价值观教育，培养积极健康的人生态度和不断进取的奋斗精神。

2.2. 大学数学课程思政的理念

数学作为人类思维智慧的结晶，它不仅是一门有着广泛应用的科学，更是一门博大精深的文化。数

学文化中丰富的史料，能剖析数学与民族文化的渊源，能有效提升文化自信。数学与哲学同宗同源，所蕴含的方法论和世界观是数学智慧的源泉。在新军事变革下，未来战争的新形态呈现信息化、智能化、体系化和精确攻防的特点。数学思维和数学创新能力的培养对未来指战员的数学素质提出了更高要求。我们从数学思维、哲学和知识内容三个维度出发，把数学知识传授和思维能力培养有机融合，融入新时代中国特色社会主义思想理论、唯物辩证法以培养学生的马克思主义世界观、哲学观，从概念建立、方法运用、情境创设和文化欣赏等方面融入人文素养和价值引领。注重理性思维方法和数量意识、精准运筹能力的训练，培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感。从核心价值、家国情怀、强军担当、哲学思想、数学文化和思维品格进行设计，突出知识传授、能力培养、素质养成和价值塑造，同向同行，实现思政与数学素养培养水乳交融。

2.3. 大学数学课程思政的原则

军校数学课程思政要站在“立德树人，为战育人”的高度，突出兴军为战，凝练与聚焦课程思政元素，遴选课程知识点，构建课程的知识体系[4]。大学数学课程思政要与课程的知识体系和蕴含的科学态度、科学精神、数学方法、数学思维相结合，在数学知识学习和数学问题的解决过程中渗透和体会，引导学生树立正确的价值观，形成严谨、客观、精准量化、不断优化、精益求精的习惯和能力，不畏困难、敢于突破的拼搏创新品格。数学思政设计要有故事、有情节、有真情和有温度，突出以下基本原则：

系统性原则：大学数学课程思政案例设计要有整体性，要把零散案例汇集成体，串珠成链，提高大学数学课程思政案例的针对性和条理性，突出系统性功能。

密切性原则：按照沿着大学数学知识主线的思政元素纵向展开，密切兼顾其他学科知识的思政元素横向展开，丰富推进大学数学课程思政案例建设。

动态性原则：思政案例建设要与时俱进，在坚持相对稳定的前提下，要对大学数学思政案例中的内容进行适当增减或修订，融入军事背景思政素材，进行动态管理与维护，使之更加贴近学生、贴近教学实际，更具时代性。

3. 大学数学课程思政的内容设计

在内容设计上，遵循数学知识中的哲学主线、数学思维中的训练主线、数学概念中的价值主线、数学文化中的美学主线和数学实践中的担当主线。将课程思政融入教学方案，根据数学学科特点和教书育人规律对大学数学课程内容的重新梳理和再造，促进知识传授与价值引领有效结合，引导学生正确做人做事做学问，助力学生的全面发展。

在方式途径上，突出“以学为中心”的情境探究式教学，把数学知识通过问题解决和方法探究的过程来展示；创设问题情境，产生认知冲突，激起好奇心和求知欲；创设探究情境，引导学生重组知识，寻找解决方法，培育数学思维和学习能力；创设应用情境，培养建模和计算思维，形成良好的实践习惯。在情境创设中融入强军兴军和社会建设中的重大问题、新闻事件，彰显军队、国防、基建、交通、航天等领域的巨大成就，激发自豪感，坚定道路自信、制度自信和文化自信。

在元素凝练上，以汇聚数学历史典故、数学概念、定理、命题的提出过程，数学家的事迹微素材，以数学问题作为概念提出的背景和情境，将数学概念和算法等的成功和典型应用中引入著名的建设成就，引出民主自豪感和民族与文化自信；

在数学实践上，通过数学实验、提出军事训练和作战中的数学问题，培养学生的创新意识；

在数学思维上，通过改变授课方式和内容的重组，让学生在体会问题的数学表述，概念抽象，解决方法和结论一般化的方法和步骤，体会数学思维的方法和乐趣。

3.1. 情境创设中融入思政

我们着重从以下三个方面着手，创设问题情境，以趣激奇，通过热点的人和事，培养家国情怀增强自信心和自豪感；创设探究情境，以疑激思，在问题探究中体会数学思维的严谨和至善至美的追求；创设应用情境，以用激情，在拓展应用中领略辉煌成就。设计中分别从“工程”情境、“生活”情境、“人文”情境、“军事”情境和“社会”等情境出发，融入思政元素。例如在泰勒公式中提出超越函数的计算，让学员感受数学的两个重要作用——析理和判美；在全微分中，警示学生未来战争中精确打击与精准操作，培养严谨细致，精益求精的态度；在曲率一节中，以赵州桥、高速铁路弯道连接设计为例，领略数学之用，数学之美；在方向导数与梯度感叹雅西高速，大美山河；在散度与旋度，自豪大国重器，基建狂魔；在傅里叶级数中，榜样就在身边兵王传奇，体会傅里叶变换的创立过程与重要价值……。

3.2. 内容学习中融入思政

大学数学中充满了辩证关系，在数学概念建立中展现哲学思想与价值观。如极限中的量变与质变，有限与无限，反映的是一个运动过程中不同特性的表述；微分建立中主要与次要，变与不变，动态思维，积分是个整体，建立了整体与局部，离散与连续的关系，可以看到整体是由无限多个局部构成，对于局部形态和规律的研究是微积分的核心。这个核心就是微分，微元的建立就是忽略高阶无穷小，即抓住主要矛盾和主题工作，忽略可以忽略的次要成分或因素；微分又是一个局部，一个无穷小量，无限个无穷小的和可能是一个不为零的数甚或为无穷大，因此我们在工作中要重视细节，“堤溃蚁穴，气泄针孔”，“勿以善小而不为、勿以恶小而为之” [5]，在军事训练中更要注重细节养成，一点一滴抓起，细节决定成败。以上这些内容都蕴含了对立统一规律和辩证思维的统一性，凸显了丰富的哲学思想。与此同时，我们还可以从知识发现中的奇人轶事挖掘思政，例如我国古代数学的辉煌，《九章算术》、《梦溪笔谈》的介绍[6]，提升学生的民族自豪感；也可以通过命题创设来展现数学思维，从类比猜想 - 仔细求证 - 严密推理 - 抽象推广，在算法的数值逼近中感受数学应用的至真至美，体会简约 - 严谨 - 完美的过程。

3.3. 实验实践中融入思政

在数学建模和自主实践中强化兴军担当，通过简化军事训练、工程、生活等中的问题的复杂度，设计数学实践的研究性课题，搭建实践平台，提供实践软件包和专用函数，降低数学的门槛，使学生只进行简单少量的编程就可以研究具有一定背景的实践性课题，培养学生从数学的角度理解、解决军事、工程和科技问题的意识和能力。例如，迫击炮射击移动装甲的射角控制和射击训练禁区的划定；微分的计算；用函数合成不同乐器的音色，并用 MATLAB 的 sound 函数演奏乐曲……

3.4. 数学文化欣赏中融入思政

微积分的发展是一个漫长曲折的过程，是无数的数学家艰苦不懈的努力取得的。从微积分的百年创立发展过程中体会理论创立、发展完善的复杂与曲折，树立远大理想与不屈不挠、坚持不懈的斗争精神。从数学家研究数学的轶事趣闻领悟大师们的风采和人格伟大，以及对事业的无限热爱和不懈追求。牛顿与莱布尼兹创立的微积分经过一百多年后才被柯西和维尔斯特拉斯完善，傅里叶和阿贝尔的数学成果被当时数学大咖拉格朗日、欧拉、柯西和勒贝格等所拒绝，多年以后才大放异彩。傅里叶的成就奠定了今天信息级数的基础，阿贝尔遗留下的后继工作数学家忙了一百五十多年还没有完全完成。函数曲线包含极小值点和极大值点告诉我们任何事物的发展都不会是一帆风顺，都会有低潮和高潮，只有不畏强权、不惧困难，坚持不懈，才能追求卓越，才能赢得辉煌。进入新时代，只有扎扎实实做好工作，撸起袖子加油干，才能赢得新时代，迎来民族的复兴和祖国的强盛。

3.5. 数学与诗词文化意境欣赏中融入思政

抽象的数学概念看起来往往是枯燥的，但是许多概念和原理都能体现某种人文意境，用契合意境的古诗词来表达，不仅可以丰富数学的内涵，启发学生的兴趣，使得抽象枯燥的数学概念变得生动有趣，而且可以让学生感受中国文化的博大精深和丰富多彩，达到文理相容，塑造高尚情操和品格！例如[7]，介绍无穷小量的时候，用李白的“孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流”无穷小变化的浪漫和悠远，讲到方向导数时用“飞流直下三千尺，疑是银河落九天”形容水向地势下降最快的方向流，用“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”形容方向和极大值、极小值的峻秀，讲到零点定理和二分法时，用“松下问童子，言师采药去，只在此山中，云深不知处。”说明零点存在的条件和范围，为了能找到零点，一种方法是不断缩小山的范围即二分区间，一种是穿透云雾看的更远即切线法或弦割法。通过美文美景吸引注意力、鉴赏力和记忆力，把数学美和人文教育有机融合。又如，苏轼的《题西林壁》中饱含数学思维和方法，诗中前两句“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”要求我们从多个角度看问题，后两句“不是庐山真面目、只缘身在此山中”则是解数学题许多时候的困境：陷于局部最优而无法得到全局最优。

4. 《方向导数》课程思政案例设计介绍

我们以同济大学《高等数学》下册内容方向导数[8]为例介绍课程思政的设计。

4.1. 教学目的、要求

知识层面：

- 1) 理解方向导数的概念；
- 2) 了解方向导数与偏导数的关系；
- 3) 掌握方向导数的计算方法及公式使用条件。

能力层面：

- 1) 掌握方向导数的计算方法；
- 2) 通过概念建立和公式推导，培养类比迁移能力和严密逻辑推理能力。

情感层面：

- 1) 通过公式使用条件的分析，培养学生严谨求实的科学精神；
- 2) 通过对公式变形分析，让学生体会对同一事物进行“不同角度描述或重组”是一种重要的创新方法。

4.2. 教学重、难点

重点：方向导数的概念及计算公式；

难点：方向导数概念的建立和应用；公式使用条件即方向导数与偏导数和函数可微的关系。

4.3. 课题教学设计

1) (激趣引题) 创设以“湖泊瀑布，奇峰峻岭、雅西高速、山地行军等”为问题情境，激发好奇心和求知欲，培养问题意识，引出沿不同方向的变化率问题。

2) (建构概念) 以问题为导向，引导猜想、类比、推理建构新知识。通过 MATLAB 动图，引导学生看图说话，从已经学过的变化率——偏导数入手，自主给出方向导数的定义，完成概念的迁移，然后再从几何上直观阐释意义，让学生更清晰地理解概念。

3) (推理论证) 以问题驱动层层深入，通过探究建立公式及其使用条件，培养探究能力，展现数学思

想(融入课堂思政)。从四个沿坐标轴方向的方向导数的计算,让学生感觉到用定义计算方向导数的困难,为此,激起他们寻求一般方法的欲望,并引导学生关联旧知,探索总结出一般方法及计算公式。进一步,分析计算公式使用条件的充分性。用公式计算要可微,那么不可微,方向导数存在吗?公式表明偏导数存在,就可以计算方向导数,那么偏导数存在方向导数一定存在吗?通过这样两个问题的辨析,在内容上,让学生理清几个概念的关系;思想方法上,让学生学会知识网络建构的方法和一般数学分析法。

4)(明理强化)前后联系贯通,内在联系探究,开拓思维,培养发现问题、解决问题的能力 and 创新能力。通过引例中登山方向的分析,对计算公式进行变形,引出梯度,解决了引例中攀登路线问题。结合实际引出公式的第二个应用:根据方向导数计算方向,解释了雅西高速的双螺旋隧道的数学原理,说明方向和选择的重要,在延伸概念应用的同时,渗透思政教育。

思政要素切入点:

1) 通过环环相扣的问题设计,在问题探究中让学生体会数学思维的逻辑美和数学思想的哲理,培养学生探究创新思维能力以及言必有据的严谨思维品质。

2) 理论联系实际,借助螺旋式的往复是为了更好地前进为起点,启发无论是事业,还是人生,“努力很重要,进步的速度也很重要,但方向选择更为重要!”节奏决定了方向的选择,最快的不一定是最好的,山再高,只要选择合适的方向,一定能够登上山顶!

4.4. 教学基本内容与教学过程设计

问题引入:以湖泊瀑布,奇峰峻岭、雅西高速、山地行军等背景,突出伟大成就,壮美山河、强军担当,创设问题情境。

提出问题:如何刻画函数在一点处沿着任一方向的变化率?

设计意图:重点解答学生的疑惑:为什么要研究方向导数,指出偏导数还不能完全刻画函数的变化快慢。

突出实际问题转化为数学问题的过程:山势用坡面来表述,坡面可用二元函数表示,因而攀登方向是二元函数增加最快的方向,从而提出方向变化率即方向导数问题。

4.4.1. 方向导数的建立

设计意图:数形结合,先直观,再细节。借助于 MATLAB 动画,让学生对问题形成直观的认知,创设概念抽象情境。

1) 方向的表示

设 \vec{l} 是平面 xoy 上以 $P_0(x_0, y_0)$ 为始点的一条射线,方向角为 α, β , 其参数方程为

$$\begin{cases} x = x_0 + t \cos \alpha \\ y = y_0 + t \cos \beta \end{cases} \quad (t \geq 0)$$

2) 方向导数的定义

设函数 $z = f(x, y)$ 在点 $P_0(x_0, y_0)$ 的某邻域 $U(P_0)$ 内有定义, l 是 xoy 平面上以 P_0 为始点的一条射线,其方向角为 α, β 。在 l 上任取点 $P(x, y) \in U(P_0)$, 若极限

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0 + t \cos \alpha, y_0 + t \cos \beta) - f(x_0, y_0)}{t}$$

存在,则为函数在 P_0 点沿给定方向 l 上的变化率,称之为函数在 P_0 点沿方向 l 的方向导数。记作 $\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(x_0, y_0)}$ 。

3) 方向导数的几何意义

$$\text{曲线 } \Gamma_l : \begin{cases} \frac{x-x_0}{\cos \alpha} = \frac{y-y_0}{\cos \beta} \\ z = f(x, y) \end{cases} \text{ 在点 } P_0(x_0, y_0) \text{ 处的切线关于 } xoy \text{ 面的倾斜程度。}$$

教学方法：探究式教学，类比教学，数形结合助力概念理解。

引导学生逐步探究：

- 方向用什么表述？
- 为什么是二维向量表示不是三维向量？
- 方向能否用直线表示？
- 变化率怎么刻画？从“偏导数”是刻画函数沿着坐标轴方向的变化率出发，特别地，取右偏导数，再加以总结提炼其本质，类比迁移，得到方向导数定义。

课程思政：通过环环相扣的问题设计，在问题探究中让学生体会数学思维的逻辑美和数学思想的哲理，培养学生探究创新思维能力以及言必有据的严谨思维品质。

4.4.2. 方向导数计算公式的导出和分析

设计意图：探究情境，培养数学思维能力，此环节设计在于让学生通过沿坐标轴方向的方向导数计算，不仅从代数上认识方向导数的单侧导数特性，而且发现用定义计算多个方向的方向导数的困难，提出任意方向计算的通用公式？激发学生寻找更为简便的计算方法的欲望！

定理(计算)公式

若函数 $z = f(x, y)$ 在 $P_0(x_0, y_0)$ 点可微，则函数在该点沿任一方向 l 的方向导数存在，且有：

$$\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(x_0, y_0)} = \frac{\partial f}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial f}{\partial y} \cos \beta$$

其中 $\cos \alpha, \cos \beta$ 是方向 l 的方向余弦。

问题 1：函数不可微，公式能否使用？结论：两个偏导数都存在，仅能保证沿 x 轴正向、负向以及 y 轴正向、负向的方向导数存在。

设计意图：引导学生寻找可导但不可微的例子，通过例 2 的求解说明函数仅仅可导，其任意方向方向导数不一定存在，让学生认识到看起来计算公式虽然只有偏导数和方向余弦，但是仅有偏导，还是不能用公式计算方向导数。同时引出第二个问题。

问题 2：函数不可微，方向导数就不存在吗？结论：方向导数存在，偏导数不一定存在，所以函数可微是方向导数存在的充分非必要条件。

教学方法：探究式教学。寻找仿效导数计算公式的关键在于帮助学生找到研究的目标和方向。然后再分析解决路线和程序。最后把路线和程序总结推广为计算公式(定理)。

4.4.3. 方向导数计算公式的应用于拓展

1) 求任意方向的方向导数及变化最快的方向

问题 3：变化最快的方向的特点？方向导数计算公式再分析：

当方向向量与 $\overline{\text{grad} f}$ 方向一致时，方向导数最大；

当方向向量与 $\overline{\text{grad} f}$ 方向相反时，方向导数最小；

设计意图：一是为了让学生熟练计算公式的应用，二是(也是主要目的)通过对计算结果的分析得到梯度方向，引出方向导数公式的变形，让学生明白同一事物的不同表述是一种重要的创新方法，可以让我们从新的视角了解事物。

课程思政：攀登的起点不同，攀登路线也不同，体会和感受横看成岭侧成峰，瑶池青翠瀑布鸣，莫是山水有奇趣，只因方向各不同。

2) 根据方向导数确定方向

回到开始的问题解答行军路线问题，同时引出最佳登山路径，还要考虑能不能攀爬的问题，如果方向导数过大，超过了战士或者是作战武器的爬坡能力，就需要更换行军路线。引出公式的应用——利用方向导数计算角度。再通过方向导数，解释雅西高速的双螺旋结构的数学原理。

课程思政：通过雅西高速说明中国奇迹的产生过程，增强民族自豪感和自信心的同时，更激发学生学数学用数学的欲望。同时说明螺旋式的往复是为了更好地前进，无论是事业，还是人生，“方向比努力更重要，选择比速度更关键！”体会数学思维与创新，不断探索、追求完美。

3) 思考与拓展

案例 1 军事中常见的是等高线图(见图 1)，如果确定了行军目标点，你该如何选择行军路线？需要考虑哪些因素？

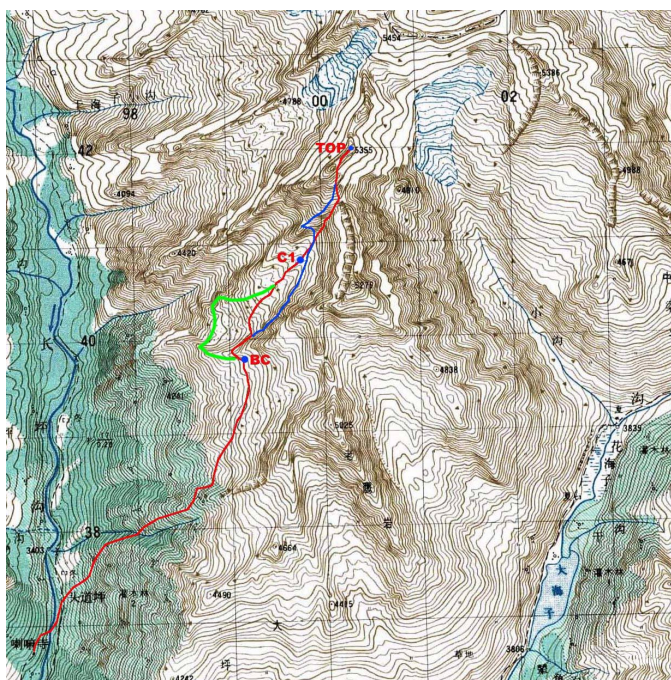


Figure 1. Contour plot

图 1. 等高线图

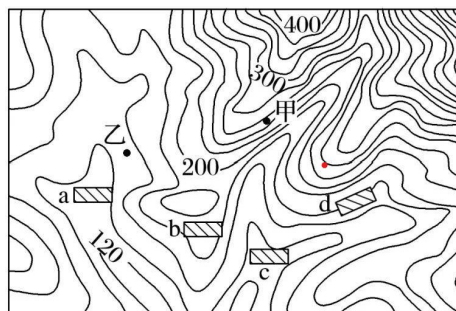


Figure 2. Topographic map

图 2. 地形图

案例 2 灾民安置点的选择——灾民的搬迁安置工作是救灾的一项重要任务。安置点如何选择，需要考虑的因素有很多，防洪就是其中的一个方面，现在通过相关部门的勘测，已经在地形图上(见图 2)标示了可供选地点，请各小组再从防洪的角度进一步做出选择。

设计意图：应用拓展，意境交融，情操熏陶。人生关键处的几步很重要，选择好正确方向！

基金项目

“大学数学课程思政案例设计与实践”。军队院校数学教学研究与改革课题。编号 JY21B003；

“基于协同育人得到高等数学课程思政教学研究与实践”的大学数学课程教学改革与实践。火箭军工程大学教育教学课题。编号 HJJKTB2021027。

参考文献

- [1] 把思想政治工作贯穿教育教学全过程 开创我国高等教育事业发展新局面[N]. 人民日报, 2016-12-09(001).
- [2] 中共中央办公厅 国务院办公厅印发《关于深化新时代学校思想政治理论课改革创新的若干意见》[EB/OL]. http://www.gov.cn/zhengce/2019-08/14/content_5421252.htm, 2019-08-14.
- [3] 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[EB/OL]. http://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-06/06/content_5517606.htm, 2020-05-28.
- [4] 李应岐, 王静, 方晓峰. “高等数学”课程思政教学探析[J]. 教育教学论坛, 2022(1): 26-29.
- [5] 吴慧卓. 高等数学教学中渗透课程思政的探索与思考[J]. 大学数学, 2019, 35(5): 40-43.
- [6] 赵东红, 魏海瑞, 刘林. 大学数学公共课程思政元素挖掘初探[J]. 大学数学, 2021, 37(3): 46-52.
- [7] 张奠宙. 数学与古典诗词的意境[J]. 语数外学习: 数学教育, 2019(8): 58-61.
- [8] 同济大学数学系. 高等数学[M]. 第 7 版. 北京: 高等教育出版社, 2016.