Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, 2020, 9(1), 109-119
Published Online January 2020 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2020.91014

Fault-Tolerant Control for Uncertain T-S Fuzzy Time-Delay Systems

Lizhen Wu, Chaoyong Jin, Miaoqing Zhang

School of Applied Mathematics, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong
Email: 983761635@qq.com

Received: Dec. 26th, 2019; accepted: Jan. 8th, 2020; published: Jan. 15th, 2020

Abstract

This paper is concerned with fault-tolerant control for a class of nonlinear continuous systems with uncertainties and delay terms. Firstly, the T-S fuzzy model is constructed to approximate the original system more accurately, and the Lyapunov function is constructed, the robustness of the closed-loop system with actuator faults is guaranteed by the designed fuzzy controller. The value of gain matrix and the feasible conditions for the closed-loop system are proposed by solving linear matrix inequalities. Finally, the effectiveness of the method is verified by numerical simulation.

Keywords

Fault-Tolerant Control, The T-S Fuzzy Model, Uncertainty, Time-Delay, Linear Matrix Inequality

不确定性T-S模糊时滞系统的容错控制研究

吴丽珍，金朝永，张妙清

广东工业大学应用数学学院，广东 广州
Email: 983761635@qq.com

收稿日期：2019年12月26日；录用日期：2020年1月8日；发布日期：2020年1月15日

摘 要

针对一类非线性连续系统，本文研究了其带有不确定时滞项的容错控制问题。首先通过构造T-S模糊模型使其更精确的逼近原系统，并通过构建Lyapunov函数的方法，证明所设计的模糊控制器能使闭环系统在执行器存在故障的情况下仍具有很好的鲁棒性。再利用线性矩阵不等式工具箱求解出增益矩阵的值并得出在可行条件下闭环系统是稳定的。最后通过数值仿真验证了该方法的有效性。

文章引用: 吴丽珍，金朝永，张妙清. 不确定性 T-S 模糊时滞系统的容错控制研究[J]. 应用数学进展，2020，9(1): 109-119. DOI: 10.12677/aam.2020.91014

关键词

容错控制，T-S模糊模型，不确定性，时滞，线性矩阵不等式

1. 引言

T-S 模糊模型是一种用来描述复杂系统，有效解决线性与非线性控制系统之间差距的模糊模型，即用模糊规则来描述非线性系统，进而达到对非线性系统建模的目的。利用 T-S 模糊控制方法来解决系统中的非线性和不确定问题也得到了广泛的关注和研究，并取得了一系列成果。

容错控制问题近年来得到了很多学者的关注[1]-[21]。容错技术确保了有故障的系统能保持一个令人满意的性能，并显示出系统对故障的容忍度，对提高决策可靠性起着重要的作用，解决了实际工业中的很多难题，因此容错控制至今一直是一个颇具吸引力的研究领域。张乐研究了具有参数不确定的时滞容错控制问题[1]。但没有考虑到系统的外部干扰。张铁超和佟绍成研究了一类不确定非线性系统的容错控制问题[2]。Shaoxin S.和 Huaguang Z.等人研究了基于动态输出反馈的 T-S 模糊系统的容错控制设计问题[11]。但都没有考虑时滞的影响。在实际系统中往往存在着各种各样的故障，需要考虑许多因素，如外部干扰、传感器故障、执行器故障等等。若发生传感器或执行器故障，那么设计的控制器可能会导致系统性能变坏甚至不稳定。对于实际系统而言，除了考虑系统的可靠性以外，还要考虑存在建模误差、系统元器件的老化以及环境变化等因素导致不确定性。

本文针对带有时滞的不确定非线性连续系统，基于 Lyapunov 函数稳定性原理，证明了所考虑的模糊控制器使闭环模糊系统对于执行器故障具有完整性和鲁棒性。

2. 系统描述

考虑不确定性时滞非线性系统，利用 IF-THEN 规则建立 T-S 模糊模型则第 i 条规则如下：如果 $\theta_i(t)$ 表示 M_{i1}，…，$\theta_p(t)$ 表示 M_{ip}，则

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=(A_i+\Delta A_i)x(t)+(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-d)+(B_i+\Delta B_i)u(t)+w(t),\\ z(t)=C_ix(t),\\ x(t)=\varphi(t),t\in[-d,0],i=1,2,\cdots,r.\end{cases}\tag{1}$$

其中 $x(t)\in R^n$ 表示状态变量，$u(t)\in R^m$ 表示系统的控制输入向量，$w(t)\in R^q$ 表示外部干扰，d 为时滞的时间，$z(t)\in R^p$ 表示系统控制输出向量，A_i,A_{di},B_i,C_i 是已知常数矩阵，$\Delta A_i,\Delta A_{di},\Delta B_i$ 是参数不确定性的实值矩阵，满足

$$[\Delta A_i(t),\Delta B_i(t),\Delta A_{di}(t)]=MF_i(t)[E_{1i},E_{2i},E_{di}],\tag{2}$$

其中 M,E_{1i},E_{di},E_{2i} 为适当维数的已知常数矩阵，$F_i(t)$ 满足

$$F_i(t)F_i^{\mathrm{T}}(t)\le I,\tag{3}$$

将各局部模型进行模糊混合后，得到的整体模型是：

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}b_i(\theta(t))\left[(A_i+\Delta A_i)x(t)+(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-d)+(B_i+\Delta B_i)u(t)+w(t)\right] \\ z(t)=\sum_{i=1}^{r}b_i(\theta(t))C_i x(t) \end{cases} \tag{4}$$

其中 $\theta(t)=\left[\theta_1(t),\cdots,\theta_p(t)\right]$，$b_i(\theta(t))=\delta_i(\theta(t))\Big/\sum_{i=1}^{r}\delta_i(\theta(t))$，$\delta_i(\theta(t))=\prod_{j=1}^{p}M_{ij}(\theta_j(t))$，$\prod$ 为模糊算子，$b_i(\theta(t))$ 为隶属度函数，因为 $\delta_i(\theta(t))>0$，$\sum_{i=1}^{r}\delta_i(\theta(t))>0$，

故有 $0<b_i(\theta(t))\le 1$，并 $\sum_{i=1}^{r}b_i(\theta(t))=1$。

对各个子系统设计与系统模型相同的状态反馈控制器，则规则 i 为：

如果 $\theta_1(t)$ 表示 M_{i1}，$\cdots$，$\theta_p(t)$ 表示 M_{ip}，则 $u(t)=K_i x(t), i=1,2,\cdots,r$

整个模型控制器为

$$u(t)=\sum_{i=1}^{r}b_i(\theta(t))K_i x(t), i=1,2,\cdots,r \tag{5}$$

其中：K_i 为状态反馈增益矩阵。则整个闭环系统在反馈控制律(5)的作用下可表示为：

$$\begin{aligned} \dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}b_i(\theta(t))b_j(\theta(t))\Big[&\left(A_i+\Delta A_i(t)+B_iK_j+\Delta B_i(t)K_j\right)x(t) \\ &+\left(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\right)x(t-d)+w(t)\Big] \end{aligned} \tag{6}$$

执行器故障是实际系统经常出现的问题，下面针对执行器失效的情况，在系统(6)的矩阵 B 与增益矩阵 K 之间引入一个开关矩阵 L，其形式为

$$L=diag(l_1,l_2,\cdots,l_n),$$

其中

$$l_i=\begin{cases}0, 第i个执行器失效 \\ 1, 第i个执行器正常\end{cases},$$

则执行器失效后的闭环系统模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}b_i(\theta(t))b_j(\theta(t))\Big[&\left(A_i+\Delta A_i(t)+B_iLK_j+\Delta B_i(t)LK_j\right)x(t) \\ &+\left(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\right)x(t-d)+w(t)\Big] \end{aligned} \tag{7}$$

本文旨在执行器失效时，设计 H_∞ 状态反馈控制器(5)，使闭环系统(7)满足：

① 当干扰 $w(t)=0$ 时，证明闭环系统(7)是渐近稳定的；

② 当干扰 $w(t)\ne 0$ 时，证明对任意干扰衰减指标 γ，若系统控制输出 $z(t)$ 满足 $\|z(t)\|_2\le\gamma\|w(t)\|_2$，闭环系统(7)是渐近稳定的。

3. 主要结果

首先给出证明过程所需要的引理：

引理 1 [11]：对于任意矢量 x_1 和 x_2 及矩阵 Y 有：

$$x_1^{\mathrm{T}}Yx_2+x_2^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}x_1\le x_1^{\mathrm{T}}YR^{-1}Y^{\mathrm{T}}x_1+x_2^{\mathrm{T}}Rx_2$$

其中 R 是正定矩阵。

引理 2 [2]：对适当维度的矩阵 Y，E 和 G，Y 为对称矩阵，则所有的 $F(t)$ 满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\le I$ 且 $Y+GF(t)E+E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)G^{\mathrm{T}}\le 0$，当且仅当存在常数 $\alpha>0$ 使得：$Y+\alpha GG^{\mathrm{T}}+\alpha^{-1}E^{\mathrm{T}}E\le 0$。

引理 3 [11]：(Schur 补引理)对任给的对称矩阵 $S=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ * & S_{22} \end{bmatrix}$，其中 S_{11}, S_{22} 为对称矩阵，则以下三个条件是等价的：

① $S<0$；

② $S_{11}<0, S_{22}-S_{12}^{\mathrm{T}}S_{11}^{-1}S_{12}<0$；

③ $S_{22}<0, S_{11}-S_{12}S_{22}^{-1}S_{12}^{\mathrm{T}}<0$。

定理 1：考虑闭环系统(7)，当 $w(t)=0$ 时，对于给定的常数 $\alpha>0$，假设存在对称正定矩阵 X，R 和矩阵 Y，满足下列不等式：

$$\begin{bmatrix} \Psi & XR & A_{di} & XE_{1i}^{\mathrm{T}}+Y_j^{\mathrm{T}}LE_{2i}^{\mathrm{T}} & M \\ * & -R & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R & E_{di}^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & -\alpha I & 0 \\ * & * & * & * & -\alpha^{-1}I \end{bmatrix}<0 \tag{8}$$

其中：

$$\Psi = XA_i^{\mathrm{T}}+A_iX+Y_j^{\mathrm{T}}LB_i^{\mathrm{T}}+B_iLY_j$$

则存在反馈控制律 $K_j=Y_jX^{-1}$ 使得闭环系统(7)是渐进稳定的。

证明：取 Lyapunov 函数为：

$$V(x(t))=x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+\int_{t-d}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Rx(s)\mathrm{d}s$$

沿着系统(6)对 Lyapunov 函数求导：

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \dot{x}^{\mathrm{T}}(t)px(t)+x^{\mathrm{T}}(t)p\dot{x}(t)+x^{\mathrm{T}}(t)Rx(t)-x^{\mathrm{T}}(t-d)Rx(t-d) \\ &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}b_i(\theta(t))b_j(\theta(t))\Big[x^{\mathrm{T}}(t)\big(A_i+B_iLK_j+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)LK_j\big)^{\mathrm{T}}Px(t) \\ &\quad +x^{\mathrm{T}}(t-d)\big(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\big)^{\mathrm{T}}Px(t)+x^{\mathrm{T}}(t)P\big(A_i+B_iLK_j+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)LK_j\big)x(t) \\ &\quad +x^{\mathrm{T}}(t)P\big(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\big)x(t-d)+x^{\mathrm{T}}(t)Rx(t)-x^{\mathrm{T}}(t-d)Rx(t-d)\Big] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\le \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}b_i(\theta(t))b_j(\theta(t))\Big[x^{\mathrm{T}}(t)\Big(\big(A_i+B_iLK_j+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)LK_j\big)^{\mathrm{T}}P \\ &\quad +P\big(A_i+B_iLK_j+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)LK_j\big)\Big)x(t) \\ &\quad +x^{\mathrm{T}}(t)P\big(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\big)R^{-1}\big(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\big)^{\mathrm{T}}Px(t) \\ &\quad +x^{\mathrm{T}}(t-d)Rx(t-d)+x^{\mathrm{T}}(t)Rx(t)-x^{\mathrm{T}}(t-d)Rx(t-d)\Big] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}b_i(\theta(t))b_j(\theta(t))\Big[x^{\mathrm{T}}(t)\Big(\big(A_i+B_iLK_j+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)LK_j\big)^{\mathrm{T}}P \\ &\quad +P\big(A_i+B_iLK_j+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)LK_j\big)\Big)x(t) \\ &\quad +x^{\mathrm{T}}(t)P\big(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\big)R^{-1}\big(A_{di}+\Delta A_{di}(t)\big)^{\mathrm{T}}Px(t)+x^{\mathrm{T}}(t)Rx(t)\Big] \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} b_i(\theta(t)) b_j(\theta(t)) \Big[x^{\mathrm{T}}(t) \Big(\big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)^{\mathrm{T}} P \\
&\quad + P\big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big) \\
&\quad + R + P\big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big) R^{-1} \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big)^{\mathrm{T}} P \Big) x(t) \Big]
\end{aligned}
$$

如果能使上式为负的，即 $\dot{V}(x(t)) < 0$，则模糊系统是渐进稳定的，由上式及 Schur 补引理可得：

$$
\begin{aligned}
&\Big(\big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)^{\mathrm{T}} P \\
&+ P\big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big) \\
&+ R + P\big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big) R^{-1} \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big)^{\mathrm{T}} P \Big) < 0
\end{aligned}
$$

等价于 $\begin{bmatrix} \Pi_1 & R & P\big(A_{di} + \Delta A_{di}(t)\big) \\ * & -R & 0 \\ * & * & -R \end{bmatrix} < 0$ (9)

其中：

$$
\Pi_1 = \big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)^{\mathrm{T}} P + P\big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)
$$

将 $\big[\Delta A_i(t), \Delta B_i(t), \Delta A_{di}(t)\big] = M F_i(t) [E_{1i}, E_{2i}, E_{di}]$ 带入(9)可得：

$$
\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} \Pi_1 & R & P\big(A_{di} + \Delta A_{di}(t)\big) \\ * & -R & 0 \\ * & * & -R \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \big(A_i + B_i L K_j\big)^{\mathrm{T}} P + P\big(A_i + B_i L K_j\big) & R & P A_{di} \\ * & -R & 0 \\ * & * & -R \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_i(t) \begin{bmatrix} E_{1i} + E_{2i} L K_j & 0 & E_{di} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \big(E_{1i} + E_{2i} L K_j\big)^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ E_{di}^{T} \end{bmatrix} F_i^{\mathrm{T}}(t) \begin{bmatrix} M^{\mathrm{T}} P & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

由引理 2，$\begin{bmatrix} \Pi_1 & R & P\big(A_{di} + \Delta A_{di}(t)\big) \\ * & -R & 0 \\ * & * & -R \end{bmatrix} < 0$ 当且仅当存在常数 $\alpha > 0$ 使得

$$\begin{bmatrix} \left(A_i+B_iLK_j\right)^{\mathrm{T}}P+P\left(A_i+B_iLK_j\right) & R & PA_{di} \\ * & -R & 0 \\ * & * & -R \end{bmatrix}$$

$$+\alpha\begin{bmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M^{\mathrm{T}}P & 0 & 0 \end{bmatrix}+\alpha^{-1}\begin{bmatrix} \left(E_{1i}+E_{2i}LK_j\right)^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ E_{di}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_{1i}+E_{2i}LK_j & 0 & E_{di} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$=\begin{bmatrix} \Pi_2 & R & PA_{di}+\alpha^{-1}\left(E_{1i}+E_{2i}LK_j\right)^{\mathrm{T}}E_{di} \\ * & -R & 0 \\ * & * & -R+\alpha^{-1}E_{di}^{\mathrm{T}}E_{di} \end{bmatrix}<0$$

其中：

$$\Pi_2=\left(A_i+B_iLK_j\right)^{\mathrm{T}}P+P\left(A_i+B_iLK_j\right)+\alpha PMM^{\mathrm{T}}P+\alpha^{-1}\left(E_{1i}+E_{2i}LK_j\right)^{\mathrm{T}}\left(E_{1i}+E_{2i}LK_j\right)$$

由 Schur 补引理，(10)等价于

$$\begin{bmatrix} \Pi_3 & R & PA_{di} & \left(E_{1i}+E_{2i}LK_j\right)^{\mathrm{T}} & PM \\ * & -R & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R & E_{di}^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & -\alpha I & 0 \\ * & * & * & * & -\alpha^{-1}I \end{bmatrix}<0 \tag{11}$$

其中：

$$\Pi_3=\left(A_i+B_iLK_j\right)^{\mathrm{T}}P+P\left(A_i+B_iLK_j\right)$$

将(11)分别左乘和右乘矩阵 $diag\left\{P^{-1}I \quad I \quad I \quad I\right\}$，并记 $P=X^{-1}$，$Y_i=K_iX$，则(11)等价于

$$\begin{bmatrix} \Psi & XR & A_{di} & XE_{1i}^{\mathrm{T}}+Y_j^{\mathrm{T}}LE_{2i}^{\mathrm{T}} & M \\ * & -R & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R & E_{di}^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & -\alpha I & 0 \\ * & * & * & * & -\alpha^{-1}I \end{bmatrix}<0$$

以上为闭环系统的外部干扰 $w(t)=0$ 时，下面给出系统外部干扰不为零的情况。

定理 2：考虑闭环系统(7)，当 $w(t)\neq 0$ 时，对于给定的常数 $\alpha>0,\gamma>0$，假设存在对称正定矩阵 X，R 和矩阵 Y，满足下列不等式：

$$\begin{bmatrix} \Psi & I & XR & A_{di} & XC_i & XE_{1i}+Y_j^{\mathrm{T}}LE_{2i} & M \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -R & 0 & E_{di}^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\alpha I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\alpha^{-1}I \end{bmatrix}<0 \tag{12}$$

其中：

$$\Psi = XA_i^{\mathrm{T}} + A_i X + Y_j^{\mathrm{T}} L B_i^{\mathrm{T}} + B_i L Y_j$$

则系统的状态输出 $z(t)$ 满足 $\|z(t)\|_2 \le \gamma \|w(t)\|_2$，闭环系统(7)渐进稳定。

证明：在零初始条件下，建立以下性能指标函数

$$J = \int_0^{\infty} \left[z^{\mathrm{T}}(t) z(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) \right] \mathrm{d}t \tag{13}$$

在定理 1 中已证明在零初始条件下，闭环系统是渐进稳定的，故可得

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} \left[z^{\mathrm{T}}(t) z(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) \right] \mathrm{d}t \\ &= \int_0^{\infty} \left[z^{\mathrm{T}}(t) z(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(x(t)) \right] \mathrm{d}t - V(x(t)) \\ &\le \int_0^{\infty} \left[z^{\mathrm{T}}(t) z(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(x(t)) \right] \mathrm{d}t \end{aligned} \tag{14}$$

上式 $J<0$ 等价于

$$\begin{aligned} & z^{\mathrm{T}}(t) z(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(x(t)) \\ &= \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} b_i(\theta(t)) b_j(\theta(t)) \Big[x^{\mathrm{T}}(t) C_i^{\mathrm{T}} C_i x(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) + x^{\mathrm{T}}(t) \big(A_i + B_i L K_j \\ &\quad + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)^{\mathrm{T}} P x(t) + x^{\mathrm{T}}(t-d) \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big)^{\mathrm{T}} P x(t) \\ &\quad + x^{\mathrm{T}}(t) P \big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big) x(t) + w^{\mathrm{T}}(t) P x(t) + x^{\mathrm{T}}(t) P w(t) \\ &\quad + x^{\mathrm{T}}(t) P \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big) x(t-d) + x^{\mathrm{T}}(t) R x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-d) R x(t-d) \Big] \\ &= \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} b_i(\theta(t)) b_j(\theta(t)) \Big[x^{\mathrm{T}}(t) \Big(\big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)^{\mathrm{T}} P \\ &\quad + P \big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big) + C_i^{\mathrm{T}} C_i + R \\ &\quad + P \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big) R^{-1} \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big)^{\mathrm{T}} P \Big) x(t) \\ &\quad + w^{\mathrm{T}}(t) P x(t) + x^{\mathrm{T}}(t) P w(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t) w(t) \Big] \\ &= \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{r} b_i(\theta(t)) b_j(\theta(t)) \begin{bmatrix} x^{\mathrm{T}}(t) & w^{\mathrm{T}}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma & P \\ P & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \tag{15}$$

其中：

$$\begin{aligned} \Gamma &= \big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big)^{\mathrm{T}} P + P \big(A_i + B_i L K_j + \Delta A_i(t) + \Delta B_i(t) L K_j \big) \\ &\quad + C_i^{\mathrm{T}} C_i + R + P \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big) R^{-1} \big(A_{di} + \Delta A_{di}(t) \big)^{\mathrm{T}} P \end{aligned}$$

采用与定理 1 类似的方法及 Schur 补性质可得 $J<0$ 等价于不等式(12)，即任意干扰 $w(t) \in L_2[0,+\infty)$ 有 $\|z(t)\|_2 \le \gamma \|w(t)\|_2$。

4. 数值仿真

下面用一个数值算例来说明我们所给方法的可行性。考虑基于不确定模糊时滞系统(7)，参考文献[3]的非线性系统：

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t)=0.2\sin(t)x_1(t)+\left(0.25+\sin(t)\right)x_1(t-1)-1.5x_2(t)+0.1x_1(t)x_2(t)-u(t)+w(t)\\
&\dot{x}_2(t)=x_1(t)-\left(3+0.2\cos(t)\right)x_2(t)+0.1x_2(t-1)+0.3\cos(t)x_2(t-1)\\
&\qquad\quad+\left(0.1+0.02\cos(t)\right)u(t)+w(t)\\
&z(t)=0.1x_1(t)
\end{aligned}\tag{16}$$

采用局部矢量非线性化的方法对系统(16)进行建模，其隶属度函数表示为：

$$M_{11}(x_1)=\frac{x_1(t)-N_2}{N_1-N_2},M_{12}(x_1)=\frac{N_1-x_1(t)}{N_1-N_2}$$

具有不确定时滞的系统采用如下的模糊规则：

R^1: If x_1 is M_{11}, then

$$\begin{aligned}
&\dot{x}(t)=(A_1+\Delta A_1)x(t)+(A_{d1}+\Delta A_{d1})x(t-d)+(B_1+\Delta B_1)u(t)+w(t)\\
&z(t)=C_1x_1(t)
\end{aligned}$$

R^2: If x_1 is M_{12}, then

$$\begin{aligned}
&\dot{x}(t)=(A_2+\Delta A_2)x(t)+(A_{d2}+\Delta A_{d2})x(t-d)+(B_2+\Delta B_2)u(t)+w(t)\\
&z(t)=C_2x_1(t)
\end{aligned}$$

其中：

$$A_1=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.9\\ 0.4 & -0.5\end{bmatrix};A_2=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 4 & 1\end{bmatrix};A_{d1}=\begin{bmatrix}0.4 & -0.6\\ -0.5 & -1.2\end{bmatrix};A_{d2}=\begin{bmatrix}-0.5 & -1\\ -1.2 & 1.6\end{bmatrix};$$

$$B_1=\begin{bmatrix}0.3 & 0.4\\ -0.2 & 0.8\end{bmatrix};B_2=\begin{bmatrix}0.3 & 0.4\\ -0.2 & 0.2\end{bmatrix};M=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix};$$

$$E_{11}=\begin{bmatrix}0.01 & -0.21\\ 0 & -0.21\end{bmatrix};E_{12}=\begin{bmatrix}0.01 & -0.21\\ 0 & -0.21\end{bmatrix};E_{d1}=\begin{bmatrix}0.01 & -0.21\\ 0 & -0.21\end{bmatrix};E_{d2}=\begin{bmatrix}0.01 & -0.21\\ 0 & -0.21\end{bmatrix};$$

$$E_{21}=\begin{bmatrix}0.01 & -0.21\\ 0 & -0.21\end{bmatrix};E_{22}=\begin{bmatrix}0.01 & -0.21\\ 0 & -0.21\end{bmatrix};C_1=\begin{bmatrix}-1 & 0.3\\ 0.8 & -4\end{bmatrix};C_2=\begin{bmatrix}2 & -0.25\\ -3 & -0.8\end{bmatrix};$$

当 $L_1=diag\{0,1\}$，即第一个执行器失效，当 $L_2=diag\{1,0\}$，即第二个执行器失效，取 $\alpha=1.2;\gamma=10;N_1=5;N_2=-5$，根据定理 2，利用 LMI 工具箱求解可得不等式(12)是可行的，并求得增益矩阵的值为：

$$K_1=\begin{bmatrix}-60.6962 & 93.3755\\ 4.0830 & -11.4038\end{bmatrix},K_2=\begin{bmatrix}-2.0163 & -0.3153\\ 0.7722 & -2.0768\end{bmatrix}$$

当外界干扰 $w(t)=0$ 时，执行器故障 L_1 所对应的 x_1,x_2 状态响应曲线图如图 1。

当外界干扰 $w(t)=\sin(t)e^{-1}$ 时，执行器故障 L_1 所对应的 x_1,x_2 状态响应曲线图如图 2。

文献[1]在执行器故障 L_1 下所对应的状态响应曲线图如图 3。

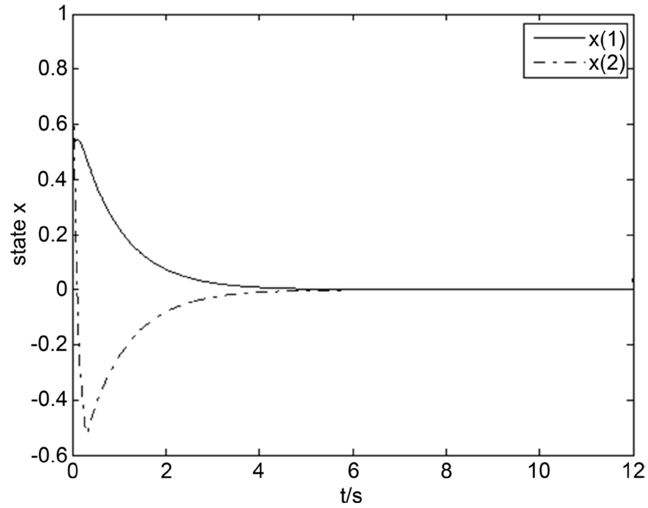

Figure 1. The state response curves with $w(t)=0$

图 1. 当 $w(t)=0$ 时的状态响应曲线

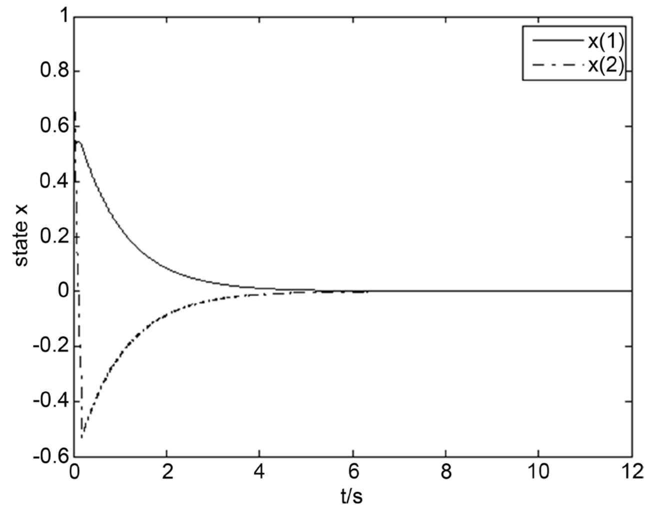

Figure 2. The state response curves with $w(t)=\sin(t)e^{-1}$

图 2. 当 $w(t)=\sin(t)e^{-1}$ 时的状态响应曲线

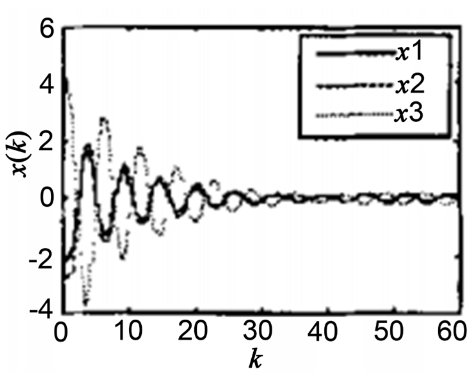

Figure 3. The State response curves of actuator failure

图 3. 执行器 L_1 故障的状态响应曲线

仿真结果表明，在执行器存在故障时，闭环系统在没干扰和有干扰的情况下都是渐进稳定的，通过与图 3 的对比可知本文的收敛速度与更快。

5. 总结

本文针对一类具有时滞不确定性及外部干扰的连续系统，设计状态反馈控制器，研究了该系统的鲁棒容错控制问题。先采用 T-S 模糊模型进行建模，在执行器存在故障时，通过构建 Lyapunov 函数的方法，证明所设计的模糊控制器能使闭环系统仍具有很好的鲁棒性。再利用 LMI 工具箱求解，得出使闭环系统保持稳定的可行条件。最后利用数值仿真验证了该方法的有效性。

参考文献

[1] 张乐，井元伟，杨红. 基于 T-S 模糊模型的离散不确定时滞系统的容错控制[J]. 系统仿真学报，2007，19(23): 5495-5499.

[2] 王铁超，佟绍成. 一类不确定非线性系统的执行器故障模糊容错控制[J]. 模糊系统与数学, 2011, 25(2): 93-105.

[3] Liu, X.H., Wang, Y.C., Han, J. and Zhang, H. (2016) Robust Fault Estimation and Accommodation for a Class of T-S Fuzzy Systems with Local Nonlinear Models. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, **35**, 3506-3530. https://doi.org/10.1007/s00034-015-0219-x

[4] 张伟，佟绍成. 基于观测器的一类模糊时滞系统的容错控制[J]. 模糊系统与数学, 2013, 27(1): 104-112.

[5] 赵斐斐，纪洲鹏，白忠玉. 一类非线性离散时滞互联系统的鲁棒 H_∞容错控制[J]. 海南师范大学学报：自然科学版, 2016, 29(1): 11-16.

[6] 黄鹤，谢德晓，张登峰，王执铨. 基于 T-S 模糊模型的网络控制系统鲁棒 H_∞容错控制[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(6): 1292-1298.

[7] 刘晓勇，佟绍成. 基于 T-S 模糊模型的网络化控制系统的鲁棒容错控制[J]. 辽宁工业大学学报：自然科学版, 2012, 32(2): 71-77.

[8] 朱芳来，侯永建，赵旭东，杨俊起. 非线性切换系统基于观测器的容错控制器设计[J]. 控制与决策, 2017, 32(10): 1855-1863.

[9] 蔡卫峰，王执铨. 一类不确定非线性时滞系统的保成本容错控制[J]. 南京理工大学学报：自然科学版，2008, 32(6): 743-748.

[10] 李炜，蒋栋年. 基于 T-S 模糊模型的非线性网络化控制系统的 H_∞鲁棒容错控制[J]. 控制与决策，2010，25(4): 598-604.

[11] Sun, S.X., Zhang, H.G., Wang, Y. and Cai, Y. (2018) Dynamic Output Feedback-Based Fault-Tolerant Control Design for T-S Fuzzy Systems with Model Uncertainties. *ISA Transactions*, **81**, 32-45.

[12] Zhu, B., Zhang, Q., Da, K. and Li, H.Y. (2005) Robust Fault-Tolerant Guaranteed Cost Control for Fuzzy Descriptor System with Uncertain Parameters. *Journal of Northeastern University*, **26**, 613-616.

[13] Qian, Z., Zhang, G. and Yang, X. (2006) Robust Fault-Tolerant Guaranteed Cost Control for a Class of Uncertain Nonlinear Time-Delay Systems. 2006 6*th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Dalian, 21-23 June 2006, 3948-3952.

[14] Qiu, J.Q., Ren, M.F., Xi, D.-N., *et al*. (2010) Fault-Tolerant Control Design for a Class of T-S Fuzzy Systems with Time Delays and Sensor Faults. 2010 *International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Qingdao, 11-14 July 2010, 624-629. https://doi.org/10.1109/ICMLC.2010.5580549

[15] Tong, S., Yang, G. and Zhang, W. (2011) Observer-Based Fault-Tolerant Control against Sensor Failures for Fuzzy Systems with Time Delays. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, **21**, 617-627. https://doi.org/10.2478/v10006-011-0048-4

[16] Kharrat, D., Gassara, H., Hajjaji, A.E. and Chaabane, M. (2017) Adaptive Fuzzy Observer-Based Fault-Tolerant Control for Takagi-Sugeno Descriptor Nonlinear Systems with Time Delay. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, **37**, 1542-1561. https://doi.org/10.1007/s00034-017-0624-4

[17] Qiao, L. and Yang, Y. (2018) Fault-Tolerant Control for T-S Fuzzy Systems with Sensor Faults: Application to a Ship Propulsion System. *Journal of the Franklin Institute*, **355**, 4854-4872. https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2018.05.011

[18] Gassara, H., Hajjaji, A.E. and Chaabane, M. (2010) Robust Control for T-S Fuzzy Systems with Time-Varying Delay. *International Journal of Systems Science*, **41**, 1481-1491. https://doi.org/10.1080/00207720903353658

[19] Chen, C.L., Feng, G. and Guan, X.P. (2005) Delay-Dependent Stability Analysis and Controller Synthesis for Discrete-Time T-S Fuzzy Systems with Time Delays. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **13**, 630-643. https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2005.856562

[20] Zhang, H., Han, J., Luo, C. and Wang, Y. (2017) Fault-Tolerant Control of a Nonlinear System Based on Generalized Fuzzy Hyperbolic Model and Adaptive Disturbance Observer. *IEEE Transactions on Systems*, *Man*, *and Cybernetics*: *Systems*, **47**, 2289-2300.

[21] 杜小明. 参数不确定时滞系统的鲁棒 H∞容错控制研究[D]: [硕士学位论文]. 石家庄: 河北科技大学, 2010.