

# Gravitational Potential Energy Releasing during the Star Formation

Jianpo Guo<sup>1,2</sup>, Ling Lin<sup>1</sup>, Chunyan Bai<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Science and Technology, Puer University, Puer Yunnan

<sup>2</sup>Opening Key Laboratory of Mechanics in Yunnan Province, Puer Yunnan

Email: [guojianpo1982@hotmail.com](mailto:guojianpo1982@hotmail.com)

Received: Jul. 6<sup>th</sup>, 2015; accepted: Jul. 24<sup>th</sup>, 2015; published: Jul. 27<sup>th</sup>, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

There is a great difference for stellar density from center to surface. If we think stellar density is homogeneous, it will get obvious error when we calculate stellar gravitational potential energy and star formation timescale. Using Eggleton's code, we construct a series of zero age main sequence models of stars, with 6 metallicities and 30 masses. In Eggleton's code, a star is divided into 199 homogeneous shells, with the same center. We get the accurate formula of gravitational potential energy for every shell, and calculate the potential energy for the whole star. Furthermore, we calculate the coefficient of stellar gravitational potential energy and star formation timescale. Our results are coincident with previous data and observation of young cluster.

## Keywords

Stellar Evolution, Zero Age Main Sequence, Gravitational Potential Energy, Formation Timescale

---

# 恒星在形成过程中释放的引力势能

郭建坡<sup>1,2</sup>, 林 灵<sup>1</sup>, 白春燕<sup>1</sup>

<sup>1</sup>普洱学院理工学院, 云南 普洱

<sup>2</sup>云南省高校力学开放重点实验室, 云南 普洱

Email: [guojianpo1982@hotmail.com](mailto:guojianpo1982@hotmail.com)

收稿日期: 2015年7月6日; 录用日期: 2015年7月24日; 发布日期: 2015年7月27日

## 摘要

在计算恒星的引力势能以及形成时标的时候，如果采用均匀球模型，会产生较大误差，因为恒星的密度从中心到表面差异非常大。我们采用Eggleton's恒星演化程序构建了6种不同金属丰度、30种不同质量的零龄主序恒星模型。Eggleton's恒星演化程序把恒星分成199个均匀同心壳层。我们推导出了恒星每个壳层的引力势能的精确表达式，精确地算出了恒星的引力势能；进而算出了恒星的引力势能系数和形成时标。我们算出的恒星引力势能系数和形成时标与前人的数据是一致的，我们的计算结果与年轻星团的观测图景也是相符合的。

## 关键词

恒星演化，零龄主序，引力势能，形成时标

## 1. 引言

恒星是由星云塌缩而形成的，在塌缩的过程中会释放引力势能。释放出的引力势能一半用来给原始恒星升温，一半向外辐射出去[1]。原始恒星需要不断收缩，释放引力势能来弥补对外辐射的能量损失，原始恒星不断收缩，温度也就越来越高。当原始恒星的核心温度达到大约 700 万度时，氢聚变启动，原始恒星也就演化成了真正的恒星[2]；恒星获得了稳定的能量来源，可以弥补对外的辐射损失；恒星停止收缩，进入主序演化阶段。

原始恒星在塌缩的过程中，一般先沿着 Hayashi 线演化，然后再沿着亨耶轨迹演化；原始恒星的光度有时大于其零龄主序恒星的光度，有时小于其零龄主序恒星的光度。如果近似认为原始恒星的光度和零龄主序恒星的光度相等，则原始恒星在收缩过程中释放的引力势能除以两倍的零龄主序光度，就是恒星的形成时标[1] [2]。而原始恒星刚开始塌缩的时候，尺度比零龄主序星大很多，引力势能可以近似为零。所以求出零龄主序星的引力势能，也就求出了原始恒星在塌缩过程释放的引力势能，进而求出恒星的形成时标。而恒星的形成时标同时也是恒星的热弛豫时标。

恒星的形成时标是热时标，而恒星的演化寿命是核时标。对于相同恒星来说，热时标与核时标相比，时间很短。大多数球状星团都是年老的贫金属星团，在确定它们的演化年龄时，可以忽略恒星的形成时间。而对于特别年轻的星团来说，恒星的形成时标对于确定星团的年龄来说，意义重大。质量较大的恒星由于形成的快，已经演化到主序阶段；而质量较小的恒星由于形成的慢，尚未演化到主序阶段。认真查找年轻星团中质量最小的主序星，该主序星的形成时间就是星团年龄的下限，甚至可以近似认为是星团的年龄。所以，求出恒星的引力势能、形成时标，就可以限制甚至确定年轻星团的年龄。而精确的求出零龄主序星的引力势能，是求出恒星形成时标的基础。

恒星结构和演化历来是云南天文台的主要研究方向。黄润乾院士著的《恒星物理》，李焱首席研究员编著的《恒星结构演化引论》，不仅总结了自己多年的研究成果，还借鉴了其他团组的研究成果以及整个恒星演化领域的研究成果，都堪称经典。两本书在推导恒星引力势能的表达式时，都把恒星近似看成密度均匀的球体[1] [2]。实际上恒星从中心到表面，密度变化非常大，均匀球近似显得太粗糙。《恒星物理》和《恒星结构演化引论》也注意到这一点，可能是由于篇幅的限制，并没有给出求恒星引力势能的详细具体的表达式。

不同的恒星演化程序，尽管具体编程和操作方法不同，但是基本原理都是相同的。那就是把恒星分成很多同心壳层，每个壳层内的温度、密度、化学丰度都是相同的。由于恒星密度从中心到表面相差很

大，恒星半径也比较大；所以，恒星的每个壳层不能看成是无限薄球壳，而应该看成是厚壳层。精确地求出每个壳层的引力势能，然后求和，就可以精确地算出主序星的引力势能；进而可以比较精确地算出不同质量、不同金属丰度恒星的形成时标。

## 2. 恒星演化程序物理输入

我们用 1995 版的 Eggleton's 恒星演化程序来计算恒星演化，获取恒星演化数据[3]-[8]。对流超射系数采用 0.12 [9] [10]，初始氢丰度和金属丰度的关系为  $x = 0.76 - 3.00Z$  [8]。我们用 OPAL 高温不透明度表[11] [12]和 Wichita 大学低温不透明度表[13]构建了与 Eggleton's 恒星演化程序相匹配的不透明度表[14] [15]。金属元素混合模型，就是各种不同金属元素的相对比例，我们采用 Grevesse and Sauval (1998)标准太阳模型[16]。

本文中，我们计算了 6 种金属丰度的引力势能，金属丰度分别为：0.0001、0.001、0.004、0.01、0.02、0.04。恒星质量按照等对数间隔抽取， $\Delta \lg M = 0.10$ ，最小质量为  $0.10M_{\odot}$ ，最大质量不超过  $90M_{\odot}$  [2]，总共有 30 种不同质量的恒星。Eggleton's 恒星演化程序将恒星分成 199 层，每个壳层内密度、温度、化学丰度等参量都相同。我们构建了每个恒星的零龄主序演化模型，零龄主序模型内包括每个壳层的质量、半径、光度、化学丰度。恒星的零龄主序演化模型是计算恒星引力势能、形成时标的基础。

## 3. 恒星引力势能公式推导

对于质量为  $M$ ，半径为  $R$ ，密度均匀的球体，设其密度为  $\rho$ ，必有：

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \quad (1)$$

均匀球的引力势能为：

$$E_p = -\int \frac{GMdM}{r} = -\int_0^R \frac{G}{r} \frac{4}{3}\pi R^3 \rho 4\pi R^2 \rho dr = -3G \left[ \frac{4}{3}\pi \rho \right]^2 \int_0^R r^4 dr = -\frac{3G}{5R} \left[ \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \right]^2 = -\frac{3GM^2}{5R} \quad (2)$$

恒星的密度从中心到表面变化太大，用均匀球模型计算引力势能会产生很大的误差。所以需要首先精确地计算每一个壳层的引力势能，然后再求和，算出恒星总的引力势能。第  $i$  个壳层的外半径是  $R_i$ ，半径为  $R_i$  的球壳内的总质量是  $M_i$ ；第  $i-1$  个壳层的外半径是  $R_{i-1}$ ，半径为  $R_{i-1}$  的球壳内的总质量是  $M_{i-1}$ 。则第  $i$  个壳层的质量为  $M_i - M_{i-1}$ ，第  $i$  个壳层的外半径和内半径分别为  $R_i$  和  $R_{i-1}$ ；第  $i$  个壳层的密度为  $\rho_i$ ， $\rho_i$  必然满足： $M_i - M_{i-1} = \frac{4}{3}\pi \rho_i (R_i^3 - R_{i-1}^3)$ ，整理可得：

$$\rho_i = \frac{3(M_i - M_{i-1})}{4\pi(R_i^3 - R_{i-1}^3)} \quad (3)$$

在第  $i$  个壳层内选取一个半径为  $r$ ，厚度为  $dr$  的无限薄球壳， $r$  必然满足： $R_{i-1} \leq r \leq R_i$ ，如图 1 所示。则半径为  $r$  的薄球壳之内的恒星总质量为：

$$M = M_{i-1} + \frac{4}{3}\pi \rho_i (r^3 - R_{i-1}^3) \quad (4)$$

薄球壳本身的质量为：

$$dM = 4\pi \rho_i r^2 dr \quad (5)$$

第  $i$  个壳层的引力势能为：

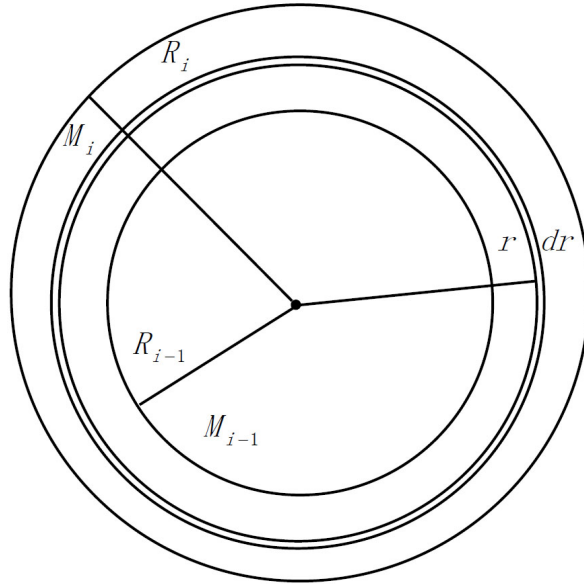


Figure 1. Schematic drawing of stellar shell  
图 1. 恒星壳层示意图

$$\begin{aligned}
 E_{pi} &= -\int_{R_{i-1}}^{R_i} \frac{GMdM}{r} \\
 &= -\int_{R_{i-1}}^{R_i} \frac{G}{r} \left[ M_{i-1} + \frac{4}{3}\pi\rho_i(r^3 - R_{i-1}^3) \right] 4\pi\rho_i r^2 dr \\
 &= -G4\pi\rho_i \int_{R_{i-1}}^{R_i} \left( M_{i-1} - \frac{4}{3}\pi\rho_i R_{i-1}^3 \right) r dr - G4\pi\rho_i \int_{R_{i-1}}^{R_i} \frac{4}{3}\pi\rho_i r^4 dr \\
 &= -G2\pi\rho_i \left( M_{i-1} - \frac{4}{3}\pi\rho_i R_{i-1}^3 \right) (R_i^2 - R_{i-1}^2) - \frac{3G}{5} \left( \frac{4}{3}\pi\rho_i \right)^2 (R_i^5 - R_{i-1}^5)
 \end{aligned} \tag{6}$$

我们采用 Eggleton's 恒星演化程序，恒星分为 199 层。第 1 层就是半径为  $R_1$  的密度均匀的球体，根据公式(2)可以求出第 1 层的引力势能；第 2 层至第 199 层的引力势能可以根据公式(6)求出；则恒星总的引力势能为：

$$E_p = -\frac{3GM_1^2}{5R_1} + \sum_{i=2}^{199} E_{pi} \tag{7}$$

恒星的引力势能还可以写成  $E_p = -\xi \frac{GM^2}{R}$  的形式，其中  $\xi$  为引力势能系数[1]。恒星的质量和半径是最基本的恒星演化数据，可以由 Eggleton's 恒星演化程序算出，恒星的引力势能可以由公式(7)求出，所以恒星引力势能系数  $\xi$  可以由下面的公式求出，

$$\xi = -\frac{E_p R}{GM^2} \tag{8}$$

## 4. 计算结果

### 4.1. 不同质量、不同金属丰度的恒星的引力势能系数

对于密度均匀的天体，引力势能系数为 0.60。而恒星的中心密度与表面密度和平均密度相差很大，所以恒星的引力势能系数都大于 0.60。中心密度与平均密度相差倍数越大，恒星的引力势能系数越大。

对于金属丰度为 0.02，质量分别为  $0.1259M_{\odot}$  和  $0.2512M_{\odot}$  的恒星来说，中心密度分别只有平均密度的 5.7368 倍和 5.7825 倍，引力势能系数分别为 0.8478 和 0.8526。而对于金属丰度为 0.04，质量为  $1.5849M_{\odot}$  的恒星来说，中心密度却是平均密度的 130.44 倍，其引力势能系数最大，为 2.0726。

图 2 直观的展示了金属丰度为 0.02 的恒星的引力势能系数，恒星的质量范围从  $0.10$  至  $79.43M_{\odot}$ ，恒星质量按照等对数间隔抽取， $\Delta \lg M = 0.10$ 。表 1 给出了 6 种金属丰度的恒星引力势能系数的具体数值。一方面由于篇幅限制，另一方面也为了避免让读者看得眼花缭乱，恒星质量抽取了较大的对数间隔， $\Delta \lg M = 0.30$ 。

## 4.2. 不同质量、不同金属丰度的恒星在形成过程中释放的引力势能

原始恒星刚开始塌缩时，可以近似看成是密度均匀的球体。则恒星在形成过程中释放的引力势能为：

$$\Delta E_p = E_{p0} - E_p \approx \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R_0} - E_p。$$

原始恒星的半径  $R_0$  与零龄主序星的半径相比，可以认为是无穷大，所以

$$\Delta E_p \approx \frac{3}{5} \frac{GM^2}{\infty} - E_p \approx -E_p。$$

图 3 直观地展示了金属丰度为 0.02 的恒星，在形成过程中释放的引力势能；恒星质量间隔为  $\Delta \lg M = 0.10$ 。表 2 给出了 6 种金属丰度的恒星，在形成过程中释放的引力势能系数的具体数值；恒星质量间隔为  $\Delta \lg M = 0.30$ 。

## 4.3. 不同质量、不同金属丰度的恒星的形成时标

根据位力定理，原始恒星在收缩过程中释放的引力势能，一半用来给自身升温，另一半辐射出去。

所以恒星的形成时标  $\tau \approx \frac{\Delta E_p}{2L}$  [1][2]。在我们的计算中， $L$  采用的是恒星在零龄主序时的光度。图 4 直观地展示了金属丰度为 0.02 的恒星的形成时标；恒星质量间隔为  $\Delta \lg M = 0.10$ 。表 3 给出了 6 种金属丰度的恒星的形成时标的具体数值；恒星质量间隔为  $\Delta \lg M = 0.30$ 。

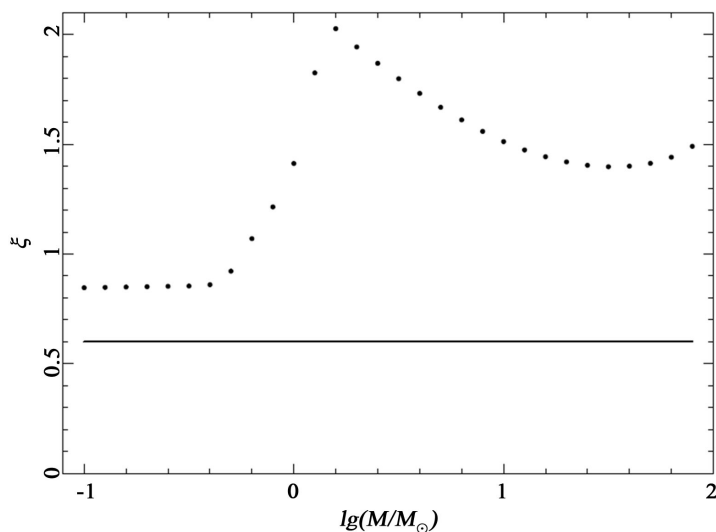
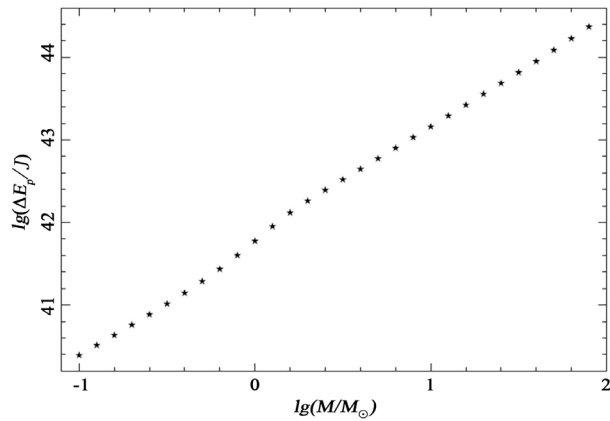


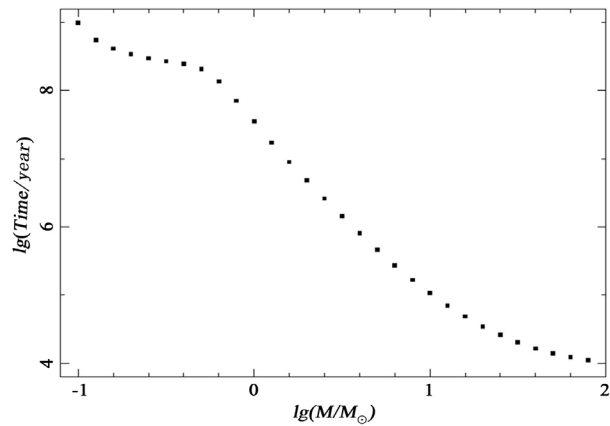
Figure 2. The coefficients of gravitational potential energy of stars with different masses, whose metallicities are 0.02. The solid line denotes the coefficients of gravitational potential energy of homogeneous spheres, just as 0.60

图 2. 不同质量恒星的引力势能系数，金属丰度为 0.02。实线表示密度均匀的球体的引力势能系数 0.60



**Figure 3.** The gravitational potential energy releasing in the formation of stars with different masses, whose metallicities are 0.02

**图 3.** 不同质量恒星的在形成过程中释放的引力势能, 金属丰度为 0.02



**Figure 4.** The formation timescale of stars with different masses, whose metallicities are 0.02

**图 4.** 不同质量恒星的形成时标, 金属丰度为 0.02

**Table 1.** The coefficients of gravitational potential energy of stars with different masses and different metallicities. Stellar masses are in unit of solar mass

**表 1.** 不同质量、不同金属丰度恒星的引力势能系数。恒星质量以太阳质量为单位

恒星质量	Z = 0.0001	Z = 0.001	Z = 0.004	Z = 0.01	Z = 0.02	Z = 0.04
0.1259	0.8482	0.8483	0.8483	0.8481	0.8478	0.8472
0.2512	0.8524	0.8525	0.8526	0.8526	0.8526	0.8525
0.5012	0.9398	0.9673	0.9691	0.9421	0.9215	0.9134
1.0000	1.5528	1.6137	1.6026	1.4988	1.4120	1.3813
1.9953	1.4725	1.5710	1.7190	1.8497	1.9427	2.0035
3.9811	1.3789	1.4546	1.5615	1.6568	1.7313	1.7925
7.9433	1.3186	1.3677	1.4359	1.5013	1.5583	1.6150
15.8489	1.2763	1.3058	1.3491	1.3957	1.4429	1.5069
31.6228	1.2482	1.2682	1.3014	1.3428	1.3974	1.4904
63.0954	1.2396	1.2581	1.2932	1.3499	1.4407	1.6423

**Table 2.** The gravitational potential energy releasing in the formation of stars with different masses and different metallicities. Stellar masses are in unit of solar mass. Potential energy is unit of joule, 3.753E40 denotes  $3.753 \times 10^{40}$  joules  
**表 2.** 不同质量、不同金属丰度恒星在形成过程中释放的引力势能。恒星质量以太阳质量为单位。恒星的引力势能以焦耳为单位，3.753E40 表示  $3.753 \times 10^{40}$  焦耳

恒星质量	Z = 0.0001	Z = 0.001	Z = 0.004	Z = 0.01	Z = 0.02	Z = 0.04
0.1259	3.753E40	3.600E40	3.492E40	3.377E40	3.254E40	3.110E40
0.2512	8.419E40	8.160E40	7.972E40	7.826E40	7.677E40	7.464E40
0.5012	2.114E41	2.075E41	2.021E41	1.974E41	1.932E41	1.889E41
1.0000	6.802E41	6.702E41	6.468E41	6.188E41	5.951E41	5.776E41
1.9953	2.179E42	2.105E42	2.006E42	1.912E42	1.819E42	1.704E42
3.9811	5.845E42	5.246E42	4.902E42	4.652E42	4.422E42	4.132E42
7.9433	1.426E43	1.269E43	1.184E43	1.124E43	1.071E43	1.005E43
15.8489	3.563E43	3.172E43	2.956E43	2.797E43	2.646E43	2.419E43
31.6228	9.330E43	8.296E43	7.664E43	7.122E43	6.552E43	5.990E43
63.0954	2.534E44	2.238E44	2.025E44	1.826E44	1.688E44	1.579E44

**Table 3.** The formation timescale of stars with different masses and whose metallicities. Stellar masses are in unit of solar mass. Star formation timescale is in unit of year, 3.255E8 denotes  $3.255 \times 10^8$  years  
**表 3.** 不同质量、不同金属丰度恒星的形成时标。恒星质量以太阳质量为单位。恒星的形成时标以年为单位，3.255E8 表示  $3.255 \times 10^8$  年

恒星质量	Z = 0.0001	Z = 0.001	Z = 0.004	Z = 0.01	Z = 0.02	Z = 0.04
0.1259	3.255E8	3.995E8	4.514E8	5.020E8	5.478E8	5.684E8
0.2512	1.789E8	2.210E8	2.546E8	2.784E8	2.980E8	3.200E8
0.5012	1.162E8	1.309E8	1.562E8	1.821E8	2.046E8	2.200E8
1.0000	1.706E7	1.842E7	2.225E7	2.834E7	3.504E7	3.974E7
1.9953	3.145E6	3.267E6	3.629E6	4.187E6	4.780E6	5.112E6
3.9811	7.293E5	6.946E5	7.154E5	7.618E5	8.002E5	7.772E5
7.9433	1.929E5	1.768E5	1.727E5	1.714E5	1.671E5	1.495E5
15.8489	6.448E4	5.817E4	5.487E4	5.206E4	4.838E4	4.077E4
31.6228	2.963E4	2.654E4	2.450E4	2.254E4	2.014E4	1.693E4
63.0954	1.902E4	1.689E4	1.526E4	1.362E4	1.225E4	1.066E4

## 5. 与前人工作对比

### 5.1. 恒星引力势能系数

《恒星物理》指出，恒星的引力势能系数可以近似认为是 1.5 [1]。而我们的计算表明，零龄主序恒星的引力势能系数介于 0.8472 至 2.0726 之间。对于太阳来说，零龄主序时，引力势能系数是 1.4120；而太阳现在的引力势能系数是 1.6110。我们的计算结果显然与《恒星物理》中的观点是一致的。

### 5.2. 恒星形成时标

《恒星结构演化引论》指出小质量恒星的形成时标比较长，可以长达几亿年甚至十亿年；而大质量

恒星的形成时标很短, 仅仅需要大约十万年, 质量特别大的恒星的形成时标就更短了[2]。我们的计算表明, 对于金属丰度为 0.02 的恒星来说, 质量为  $0.5012$ 、 $0.2512$ 、 $0.1259$  和  $0.1000M_{\odot}$  的小质量恒星, 形成时标分别为 2.046、2.980、5.478 和 9.878 亿年。对于小质量恒星的形成时标, 我们的计算结果显然与《恒星结构演化引论》的观点是一致的。

大质量恒星的定义有所不同, 大质量恒星的质量下限也就有所差异。《恒星物理》定义大质量恒星为氢燃烧结束后形成的碳氧核电子是非简并的, 质量下限大约是  $9M_{\odot}$  [1]。而大质量恒星也可以定义为恒星在赫氏空隙就启动氢燃烧, 质量下限大约是  $12M_{\odot}$  [17]。我们的计算表明, 金属丰度为 0.02, 质量为  $9.00M_{\odot}$  的恒星的形成时标为 12.95 万年; 质量为  $12.00M_{\odot}$  的恒星的形成时标为 7.843 万年; 质量更大的恒星形成时标更短, 甚至只需要大约 1 万年。对于大质量恒星的形成时标, 我们的计算结果显然与《恒星结构演化引论》的观点也是一致的。

### 5.3. R136 年轻星团

为了庆祝哈勃望远镜升空 25 周年, 今年 3 月份 NASA 公布了一系列精美的天文图片, 中国各大网站也都争相转载。其中有一张是大麦哲伦星云中的 R136 年轻星团的照片, 年龄大约是几百万年, 可以看出星团中的恒星几乎都是蓝白色的亮星。一般来说, 年轻星团都是金属富的, 金属丰度可以近似看成是 0.02。通过表 3 可以看出, 金属丰度为 0.02, 质量为  $1.9953M_{\odot}$  的恒星的形成时标为 478 万年。因此可以近似认为, R136 年轻星团中质量大于  $1.9953M_{\odot}$  的恒星已经形成, 开始了正常的主序阶段演化; 而质量小于  $1.9953M_{\odot}$  的恒星还处在主序前收缩阶段, 中心氢聚变尚未启动。

而对于 Eggleton's 恒星演化程序来说,  $1.9953M_{\odot}$  的恒星在氢燃烧结束后, 氢核的电子刚好是非简并的; 即质量为  $1.9953M_{\odot}$  的恒星就是中等质量恒星的质量下限[17]。可以大致认为, R136 年轻星团中的中等质量恒星和大质量恒星已经开始正常恒星演化; 而小质量恒星还没有演化到零龄主序, 还处在主序前演化阶段。

质量为  $1.9953M_{\odot}$  的恒星在零龄主序时的光度为  $15.68L_{\odot}$ , 有效温度为 9053 K。根据维恩位移定律, 可以求出峰值波长为 320 纳米, 已经处在紫外波段; 恒星看起来是蓝白色的。质量大于  $1.9953M_{\odot}$  的恒星会更亮、更蓝。所以, R136 年轻星团中的恒星几乎全都是蓝白色的亮星。显然, 我们的计算结果与 R136 年轻星团的观测照片也是一致的。

### 基金项目

本项工作得到了云南省教育厅自然科学基金(基金号: Y2012 和 Y2014)和国家自然科学基金(基金号: 11265012)的支持。郭建坡感谢云南天文台导师和同事的帮助!

### 参考文献 (References)

- [1] 黄润乾. 恒星物理. 第 2 版, 北京: 中国科学技术出版社, 2012
- [2] 李焱. 恒星结构演化引论. 北京: 北京大学出版社, 2014
- [3] Eggleton P P. MNRAS, 1971, 151: 351 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/151.3.351>
- [4] Eggleton P P. MNRAS, 1972, 156: 361 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/156.3.361>
- [5] Eggleton P P. MNRAS, 1973, 163: 279 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/163.3.279>
- [6] Han Z W, Podsiadlowski Ph, Eggleton P P. MNRAS, 1994, 270: 121 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/270.1.121>
- [7] Pols O R, Tout C A, Eggleton P P, Han Z W. MNRAS, 1995, 274: 964 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/274.3.964>
- [8] Pols O R, Schroder K-P, Hurley J R, et al. MNRAS, 1998, 298: 525 <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-8711.1998.01658.x>



- [9] Pols O R, Tout C A, Schroder K-P, et al. MNRAS, 1997, 289: 869 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/289.4.869>
- [10] Schroder K-P, Pols O R, Eggleton P P. MNRAS, 1997, 285: 696 <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/285.4.696>
- [11] Iglesias C A, Rogers F J. ApJ, 1996, 464: 943 <http://dx.doi.org/10.1086/177381>
- [12] Eldridge J J, Tout C A. MNRAS, 2004, 348: 201 <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.07344.x>
- [13] Ferguson J W, Alexander D R, Allard F, et al. ApJ, 2005, 623: 585 <http://dx.doi.org/10.1086/428642>
- [14] Chen X F, Tout C A. ChJA&A, 2007, 7: 245
- [15] Guo J P, Zhang F H, Chen X F, Han Z W. ChJA&A, 2008, 8: 262
- [16] Grevesse N, Sauval A J. Space Sci. Rev., 1998, 85: 161 <http://dx.doi.org/10.1023/A:1005161325181>
- [17] Hurley J R, Pols O R, Tout C A. MNRAS, 2000, 315: 543 <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-8711.2000.03426.x>