

# 框架体系化教学模式在高等数学中的有效应用

郭彦, 庞国楹, 刘俊, 刘佳

陆军军事交通学院, 天津

收稿日期: 2022年6月8日; 录用日期: 2022年7月5日; 发布日期: 2022年7月12日

---

## 摘要

为了教学能够更加减负高效, 本文提出框架体系化教学模式, 从教与学这一对相辅相成的行为出发, 从教学的角度提出框架体系化教学的概念以及如何实施框架体系化教学, 并以高等数学的教学为例, 构建了学科角度的教学框架, 再从学习的角度通过对比记忆曲线, 分析框架体系化教学的教学有效性。

## 关键词

框架体系化, 教学模式, 有效教学, 记忆曲线

---

# The Practical Application of the Frame Systematization Teaching Model in Advanced Mathematics

Yan Guo, Guoying Pang, Jun Liu, Jia Liu

Army Military Transportation University, Tianjin

Received: Jun. 8<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jul. 5<sup>th</sup>, 2022; published: Jul. 12<sup>th</sup>, 2022

---

## Abstract

This study puts forward a framework systematization teaching model to efficiently reduce the teaching burden. From teaching and learning the complementary behavior, this paper puts forward the concept of frame systematization teaching and how to implement frame systematization teaching from the teaching angle. In advanced mathematics, the teaching frame of the subject angle was constructed. From the perspective of learning, by comparing the memory curve, this paper analyzes the teaching effectiveness of frame systematization teaching.

## Keywords

Frame Systematization, Teaching Model, Effective Teaching, Memory Curve

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

朗兰兹纲领认为,所有数学领域之间原本就存在统一的链接,这也为数学实现大一统提出了一个宏伟设想。这种“链接”无处不在,首先会存在于一门学科的自有体系中,即学科的各内容之间一定有着相互关系:或平行,或递推,或包含,或互逆,或类比……这种相互关系才使得这些内容形成一个框架,从而形成一个学科体系。如果在教学过程中能把这种相互关系更加明确地表述出来,或者努力把这种相互关系描画得凸显出来,这样的教学意义更大,不仅仅是在描述知识,简直是绘制蓝图。同时,这个过程对于学生而言,会让学生体会科学思维的产生逻辑,培养科学思维,可以用更短的时间对这门学科有着更深的理解。

高等数学是各大院校普遍开设的公共基础课,也是一门科学文化课,为后续的学科提供语言、概念、思想、理论和方法,更是培养学生理性思维的载体,它的学科体系相对成熟,在自然科学、工程技术、社会科学、生命科学、经济管理甚至是人文科学等领域都有着非常广泛的应用。但经过学情调查发现,高等数学是学生有畏难情绪的一门课程,感觉知识点多,进度快,题型广,战线长,高度抽象,难以理解,未深入理解的内容不断积累,对后续学习形成不良影响,从而丧失继续学习的兴趣。高等数学的教学对于教师也是一个难点,相对内容而言课时不足,相比其它课程不及格率较高,如何提升学生学习兴趣,让课程不陷入枯燥乏味和知识点的罗列,一直是教学改革的方向。直击产生这些问题的根源,是学生掌握的知识呈现碎片化,知识点孤立,对课程的知识体系和应用价值认知不够,无法将知识点进行有效地“链接”和应用[1];从教学角度是由于课堂讲授以知识点和题型为主,而应用性和友好性不足。

框架体系化教学模式以学为中心,以构建知识框架为主线,可以帮助学生形成知识点之间的联系性、整体性和逻辑性,使学生尽快构建出学科体系的基本框架,有利于提升学生的学习效能,有利于增加高等数学的友好性,有利于培养学生分析和解决问题的能力。

## 2. 框架体系化教学模式

### 2.1. 框架体系化教学的概念及其特点

“框架(frame)”一词是 Minsky 研究人工智能时提出的概念,当遇到新情况时,会从脑海中的记忆结构里搜寻、链接相关的信息,这里的记忆结构就是“框架”,是一种记忆性导致的代表典型情况的资料结构[2]。体系指在一定范围内或同类的事物按照一定的秩序和内部联系组合而成的整体。体系化就是让事物成为体系的过程[3]。

框架体系化教学,是教师在对教学资料的高度凝炼和加工后,利用其相互关系理顺教学资料的脉络,将杂乱的问题梳理出来变得有逻辑可循,在授课过程中通过搭建教学内容框架结构,找到主线,在教学时呈现知识的精髓和主干思想,构建学科体系的过程。这个过程中,搭建的教学内容结构应是主干内容以及典型情况,这才更有指向性和代表性,更容易在受教者的脑海中形成框架思维。框架体系化教学的

特点是主线明确，脉络清晰，呈现深度逻辑。

框架体系化教学的关键是构建知识点之间的逻辑关系[4]。因为逻辑才可以构建知识点之间的“链接”，形成直观明确的关系框架，最终形成框架线路和框架网络，实现由点到线，由线到面，思路清晰的学科体系。框架体系化教学的教学逻辑不但体现在教学内容上、教学主线上、也要体现在教学案例上、教学例题上，以及教学拓展里，整个课程使用深度逻辑“链接”，每节课自成一体，每个模块自成小体系，整个课程形成学科体系，同时可通过前导、应用、类比等方式留有和其它学科形成“大一统”的“链接”端口，为框架体系化的进一步构建提供可能。

## 2.2. 框架体系化教学的实施

框架体系化教学具体的教学模式从以下七个方面进行，如图1所示。



Figure 1. Framework systematized teaching model

图1. 框架体系化教学模式

### 2.2.1. 明确主线，构建主干框架

框架体系化教学搭建的教学资料结构应先从最突出、最核心的知识框架入手，搭建出一门课程的主干框架，明确主线，通过逻辑延伸到课程的前期准备工作和后续应用扩充，还原问题提出和解决的逻辑主框架，理顺教材主线和各部分内容的脉络。主干框架结构常见的有：内容主干、方法主干、题型解法主干、案例主干等。

这一层次的目的是实现主线认知，就算是对主干知识认知模糊，也要形成对学科知识体系的初步印象，带着问题去进一步探究。不懂没关系，雾里看花没关系，这一层次只须知道“有”，可以不清楚“是什么”。但是这个“有”就为学生的继续探索提供了逻辑起点，明确了主线，搞清了目标点与源动力。

在教学实施过程中，为了避免主干内容过于抽象不易理解，不要干巴巴地罗列，可以结合逻辑、史实或实例、学科前沿等得到学生的共鸣，从“为什么学”、“学什么”、“学了之后能干什么”梳理出学科的前世今生，教学要丰满，诱发学生产生对新知识了解的渴望。

以高等数学的学科主干框架为例，可以通过介绍数学发展史、高等数学的应用、解决的核心问题、微积分对其它学科的推动情况等思维拓展，逐步总结高等数学的核心内容——微积分——由两大主干框架构成：微分学和积分学，形成了剪力墙结构，从算法上而言，他们的运算是互逆的关系，相互呼应，从而构成微积分的整体感。而由于研究对象的不同，微分学和积分学又主要分一元微积分和多元微积分进行讨论，且多元在学科结构上类似于一元，因此主要针对一元进行着重式理解，在多元中注重与一元的类比性学习，区别异同。在教学中提取框架、建立主框架后，然后在主框架上再加主干，逐步开枝散叶，建立高等数学知识的大树[5]。

### 2.2.2. 明确目标，有的放矢

框架体系化教学要明确目标，直指核心，让学生带着目标去听课，构建框架主干。通过一节课主干知识的了解，自然引出本节课的教学目标，这部分内容和内容精讲一起共同作用，才能实现教学的有效性。

教学目标也要呈现逻辑性，每个目标的引出都是自然而然的需要。框架体系化教学所形成的是成结构的知识体系，体现的是无形或有形地呈现出知识的精髓和主干思想。即使知识点多，但是它们并不是孤立的，而是相互联系、相互制约的，框架体系化教学的教学逻辑会加深对整体的把握。一旦这种体系建立，对学科的理解，对知识点的理解会上升一个高度，有益于从高观点下看问题，从体系的角度来看问题，从全局来看问题。这要比从问题本身来看问题更加深刻，更加深入，关联度良好，主体突出，在一定程度上可以避免“盲人摸象”。

### 2.2.3. 问题导入要凸显应用引导，让典型问题和理论知识形成应用链接

这一层次要达到的效果是“为什么要提出这个概念”让学生有认同感，让学生看到“用到哪里”。具体实施可以通过实际应用问题的引入、分析、解决，让理论知识落地，体现理论知识的应用成果。这里选取的应用问题要具有典型性，当今后遇到类似的实际问题时就可以尽快地调用所学的知识体系模块解决问题，提升“用数学”的能力[6]。也可以用已经学习过的知识进行延伸性导入，逐步增强学生学习的成就感。

以高等数学为例，导数的概念的引入从车辆变速运动的速度这个典型问题展现比较好，瞬时速度就是导数的一个典型应用。再比如高等数学中求函数的极值、最值属于导数的应用范畴，对高等数学而言，这个分支的应用主体已经建立；同时这个应用也属于优化问题，但是优化问题对于实际问题而言依然是方法论问题，很抽象；如果把这种应用再延伸，延伸到实际问题，就让学生“看到了有用”。因此以案例、情景构造和数学建模为抓手，以物理、力学、生物、军事、电工电子等学科为背景，以具体问题为导向，拓展应用性。这样的拓展，学科交叉关联度好，一方面可以帮助学生深化知识内涵，可以向外延伸框架体系，形成新的认知；另一方面，只要对一个概念点产生兴趣，逻辑引导、爱屋及乌，也会对相关联的概念产生兴趣。由一个点可以引出一大串相关概念，从而实现知识框架的系统化。知识框架体系建立，知识才会浑然一体，内化于心，应用起来才能更加得心应手，更容易举一反三，触类旁通。

### 2.2.4. 内容精讲，注重逻辑

实施框架体系化教学，应引导学生树立框架观念，关注主线，培养学生的宏观框架体系化的记忆习惯和逻辑思维能力。这一层次要关注思维方式的培养及锻炼，避免“满堂灌”，注重启发和引导。具体到一节课，它是框架体系化教学的实施主体或重点讲授内容。一个概念的出现往往是伴随着实际问题的解决和思考而出现的；一个定理的出现和证明也是思维发展的必然结果。因此在这一层次里，要让学生看到的不是冷冰冰的公式和定理，而是那背后的火热的思想，更关心概念之间的逻辑关系，理出主线，明确目标，拆解问题，沟通脉络框架。这部分内容和教学目标对应起来，一起共同作用，才能实现教学的有效性。

在进行教学内容精讲的过程中，注重利用逆向思维构建课程框架，把问题反过来思考，通常能够想得更加清楚。授课是教师与学生相互沟通的过程，沟通过程的关键是逻辑推理，可以从一个问题开始，也可以从一个知识点的体系的建立开始，环环相扣。但在整个沟通的过程中，要从整体上来问题，不停地强化关联关系、从属关系等各种逻辑关系，这样强化后的信息素就会更加完善主干框架的结构。同时也可以通过问题的研究和认知去弱化之前构建的主体结构，逐步更新框架信息。

以高等数学的极限模块为例，极限的概念比较抽象难理解，作为第一个基本概念，它涉及的内容很多，贯穿了微积分的始终，所以相关知识点也比较多，至少需要 20 课时才能完成，学生学后面忘前面，知识点零碎，形不成主线，在使用时不知道该用哪些知识来解决。使用框架体系化教学后，相关内容用一条自然的逻辑主线贯穿：从极限这个概念的本源开始谈起，介绍极限是什么(极限的概念)，特殊的极限有哪些(无穷大与无穷小)；极限怎么求(极限的运算法则、极限存在准则、两个重要极限、无穷小的比较)，



都是无穷小量,他们之间有什么不同(无穷小的比较);极限的直接应用(连续),不连续意味着什么(间断点),连续了又具备有哪些性质(连续函数的性质)。在这个过程中结合图片、动画、故事、应用问题背景、逻辑思维,用浅显易懂的语言,总结归纳,理顺极限的框架结构,自然形成一个极限问题的主架构:是什么,怎么求,如何用,一个简单的逻辑帮助学生理解所有知识,让数学不但有用,还更友好。

### 2.2.5. 适当留白, 互动探究, 发挥学生主动性, 让学生动起来

框架精讲既是构建知识框架体系,对难点问题也是啃骨头,留下的易于理解的内容和非逻辑性细节要给学生一定的自主学习空间,适当留白,注重探究和启发,注重让学生自主发现问题[7]。而预留下的内容留出足够的思想空间,通过学生自主学习、深入理解,达到融汇贯通的效果,培养其自学能力和逻辑思维能力,是学生自我完善知识内容的内在需要和延伸可能。因此,这一层次要以学生为主体,通过课堂练习,小组研讨、学生示范展示等形式,让学生动起来,深入体会知识内涵。

高等数学课程教学时间有限,内容多,若教学时面面俱到,既授课任务很紧张,又容易陷入枯燥,因此在教学中要有目的地留白,让学生有自主学习的空间以补充部分课堂上未讲授的微观知识。宏观和微观相互对应,互为补充。就像在画一棵大树,先画出其主干,主枝杈,然后再添枝加叶,逐步完善。留白的内容包括:练习题达到以练促学的作用;思维导图帮助学员更好地理解知识结构和关系;大作业、小论文达到创新能力培养的目的;定理推导细节达到培养逻辑能力的目的;内容拓展达到开拓眼界和思路的作用。

### 2.2.6. 课程总结, 思维拓展

一节课的内容要通过课程总结把主线重新明确出来,同时也可对教学内容中的细节问题、应用问题、同理性问题、一些特殊的题目进行拓展,让学生进行思考。让课程的内容不仅仅局限于课堂,带来更深的思索和应用。

### 2.2.7. 通过教学反思, 促进框架的改进和重构

要想更好地实施框架体系化教学,教师要经常进行教学反思,随着教学的逐步认知和学情的不同,不断调整、丰富、完善原有的知识结构,使认知水平不断得到提高,从而构建更加完美、良性的学科体系。反思的重点放在学科体系的框架结构建立的合理性、关联性和延伸性三方面。因为它们关系着原生学科体系建立的良好状态。备课、授课的重点也在于此。反思的目的是构建更完善学科框架体系化教学,形成更完整的体系,使授课过程中展现的逻辑关系框架更加清晰明确,以便尽量少地引起学生心中的知识体系重组,从一开始就建立完备的体系结构态势。

学习的过程,就是不断建构知识体系的认知结构[8],因此框架体系化教学有三种可能的结果:一是同化强化。新知识不能引起学习者认知结构的改变,所以学习会加强现有的认知结构,赋予知识体系的精髓和主干思想更多信息素。二是顺应扩展。根据递推关系去延伸现有的知识结构。三是冲突重构。原有的认知结构和新吸收的知识能量出现系统性冲突,从而导致新知识刺激原有的认知结构发生改变。但一个好的框架体系可以在后续的学习中减少结构重组。

## 3. 框架体系化教学的有效性

教学有效性分两个层面:既要教得有效,也要学得有效。框架体系化教学对这两个层面都是有效的。

从教的层面来看,针对部分教师的困惑:“同样的课堂、同样的老师,但有的学生‘一讲就会’,有的学生‘讲好几遍还听不懂’”,不同的学生在同样的课堂讲授中所得到的信息不同的这一现象,我们发现,学生真正“听懂”、理解的过程是把现在的知识和以前的知识搭建联系,形成脉络的过程,是明确知识在知识体系里的位置和作用的过程,学生听课效率不同是由于在学习过程中自我构建的知识体

系不同导致的。而框架体系化教学把这个过程变得更加减负高效：“是什么”的前因后果搞清楚，“用到哪里”让学生看到，明确所讲内容是什么，算法，在整个知识体系里占据什么位置，起什么作用，激发学生学习兴趣和整体认知，增强学生学习的成就感。

由教师来引导实施这个理顺的过程要比学生通过自己潜意识来进行逐步构建框架更全面，更高效，更有高度。站在这个立场上，框架体系化教学在激发学生学习兴趣和整体认知方面起了很大的积极作用。框架体系化教学会让在学习的一开始以较短的时间对所学的内容似有所悟，但又不得以“全悟”，从而激发了继续学习的兴趣和继续深入研究的源动力。同时框架体系化教学对学生全面理解学科体系有着重要作用。框架的全面铺开有助于学生查漏补缺，有的放矢地对不足之处进行再学习。

从学的层面来看，框架体系化教学对知识体系的记忆更有长久性，更有恢复性，可以节约学习时间，提高学习效率。

常规的记忆曲线分为三个阶段：学习阶段、记忆强化阶段、遗忘阶段。随着时间的推移，理解和记忆呈先上升再下降的趋势，如图2所示(其中，横坐标为时间，纵坐标为记忆程度)。一个记忆周期内，在“学习阶段”，随着学习的深入，对知识点的理解逐渐加深，学科脉络逐渐清晰，对知识点的记忆也逐渐增强；在“记忆强化阶段”，通过对知识点的反思和再认识，学科脉络清晰，对知识点的理解达到这个记忆周期内的峰值，对知识点的记忆也达到峰值；在遗忘阶段，若对此知识点没有进一步学习，根据遗忘规律，对知识点的记忆逐渐模糊，记忆程度逐渐降低。

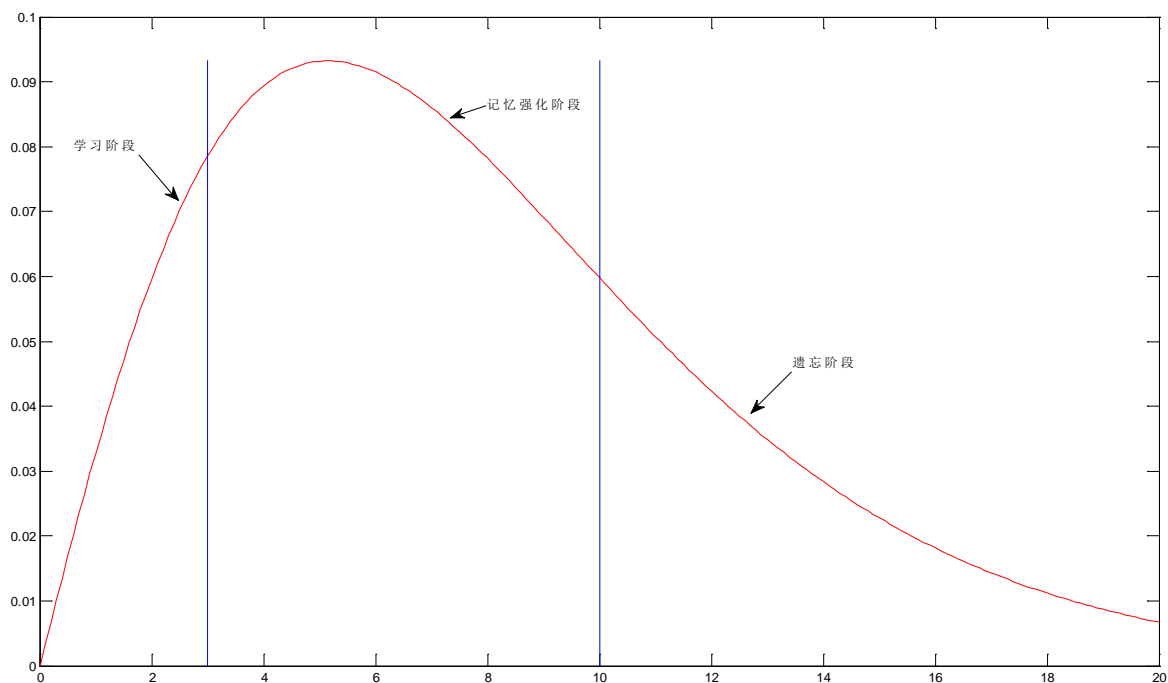


Figure 2. Three stages of memory curve

图2. 记忆曲线的三个阶段

经调查，对同一个知识点或者学科体系进行学习，使用框架体系化学习模式的人，比采用一般学习模式的人花费时间更少，对知识的理解更深入。跟踪记忆曲线后发现采用框架体系化学习模式学习，学习阶段变短，记忆强化阶段变长，遗忘阶段变短；学习的速度更快达到峰值，对学科理解程度更高，学科脉络更清晰，记忆效果比一般式学习更好，而且遗忘幅度相对变缓。对记忆量化后得到的记忆曲线，

如图 3 所示(其中, 横坐标为时间, 纵坐标为记忆程度)。这说明使用框架体系化学习会提高学习效率, 提升学习深度, 降低遗忘程度。这对学习来讲是非常有益的。

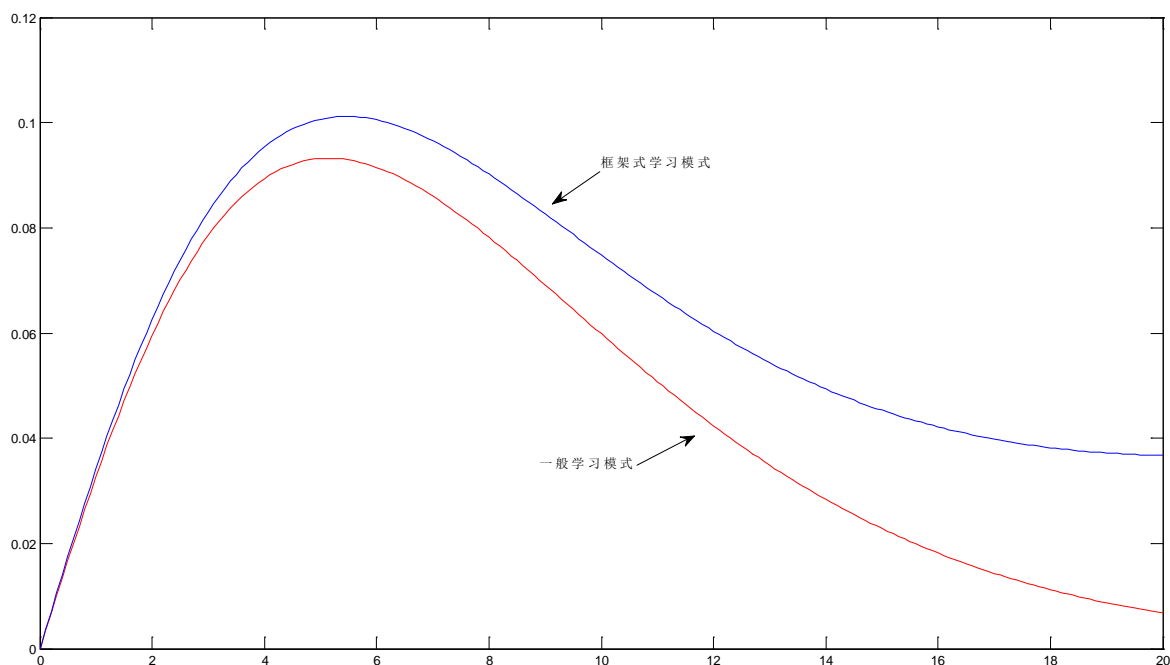


Figure 3. Memory curve: the frame-structured learning mode has better memory effect than the general learning mode  
图 3. 记忆曲线: 框架体系化学习模式比一般学习模式记忆效果更好

而且, 我们对事物的认识一次性学习已经远远不够, 常常需要延续性学习, 不断学习, 温故而知新。而对于遗忘后的后续学习, 相比一般学习模式, 使用框架体系化学习模式的人, 唤起记忆的速度更快, 回忆起的东西更多, 后续学习提高得更深入, 花费时间更少, 因此学习效果更好(见图 4)。由于使用框架体系化学习模式遗忘幅度相对变缓, 当后续学习时会在记忆内原有框架脉络上再完善、再延伸, 所以在对知识的理解和认识上更快达到原有高度并超过原有高度。因此, 使用框架体系化学习模式不但对克服遗忘有一定效果, 也可以提高后续学习的学习效率。

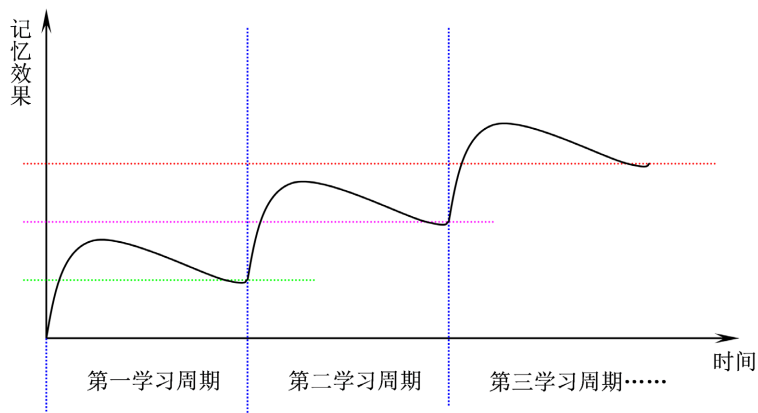


Figure 4. Continuous learning is better with the framework of systematic learning  
图 4. 使用框架体系化学习模式, 延续性学习学习效果更好

## 4. 总结

框架体系化教学是有效教学的一种教学模式，其在学生的脑海中构建了学科的整体框架，梳理了知识之间的逻辑关系，显示了应用和来源的典型性问题，更易让学生深入理解各个知识点，用更高的观点来认识学科，全面地描述出学科的内容和内容之间的相互联系，提升应用水平，增强学习动力。

## 参考文献

- [1] 马慧云, 等. 浅论框架式教学方法在“遥感原理与方法”教学中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2019, 42(9): 4-5+12.
- [2] 徐晓辉, 林海芳, 朴美花, 林欣大. 探索多样化教学方法, 提高独立学院生物化学教学实践[J]. 中国校外教育, 2013(4): 88.
- [3] 张建. 中国现代职业教育理论的逻辑体系建构初探[J]. 河南科技学院学报, 2016, 36(8): 1-4.
- [4] 苏阳. 军校任职教育视域下基于“构建主义学习理论”的政治理论课“支点辐射”教学法研究[J]. 2018(22): 95-97.
- [5] 郭彦, 李长国, 索文丽. 对高等数学进行框架式教学及其对中等程度学生的作用[J]. 天津理工大学学报, 2010, 26(2): 27-28.
- [6] 兰曼, 任铭, 周会娟. 应用型本科院校高等数学课程模块化教学研究[J]. 科技风, 2022(5): 45-47.
- [7] Harry Fletcher-Wood. 基于问题导向的互动式、启发式与探究式课堂教学法[M]. 北京: 中国青年出版社, 2019.
- [8] 潘小明. 试论数学理解的内涵及教学要求[J]. 教育实践与研究, 2008(2): 43-45.