

Gilbert阻尼作用下形变铁氧体中的磁孤子传播

沈诗婕

浙江师范大学物理与电子信息工程学院, 浙江 金华

收稿日期: 2023年4月26日; 录用日期: 2023年6月9日; 发布日期: 2023年6月16日

摘要

本文研究了电磁超短波在(1 + 1)维Gilbert阻尼存在时的形变铁氧体中的传播。我们从麦克斯韦方程和朗道-利夫希茨-吉尔伯特方程出发, 通过多重尺度展开方法推导出一个广义的超短波模型。通过数值模拟, 研究了不同类型的非均匀交换作用和Gilbert阻尼共同作用对磁孤子传播的影响。结果表明, 在Gilbert阻尼作用下, 磁孤子能量逐渐耗散, 直至消失。磁孤子的耗散可以通过调控局域非均匀交换作用函数, 实现选择性局域位置耗散减弱。通过设置局域线性非均匀交换作用, 可以在整体上一定程度地减弱孤子的这种能量耗散。

关键词

Gilbert阻尼, 不均匀交换作用, 磁孤子, 铁氧体

The Propagation of Magnetic Soliton in Deformed Ferrites under Gilbert Damping

Shijie Shen

College of Physics and Electronic Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua Zhejiang

Received: Apr. 26th, 2023; accepted: Jun. 9th, 2023; published: Jun. 16th, 2023

Abstract

In this paper, we study in detail the propagation of electromagnetic ultrashort waves in a deformed ferrite in the presence of Gilbert damping. We derive a generalized ultrashort-wave model from the Maxwell's equation supplemented by the Landau-Lifshitz-Gilbert equation by means of a multiscale scheme. Numerical simulations are performed to study the effects of different types of inhomogeneous exchange effect and Gilbert damping on the propagation of magnetic solitons. The results show that under the effect of Gilbert damping, the magnetic soliton energy is gradually dis-

sipated until it disappears. However, the dissipation of magnetic solitons can be reduced selectively by adjusting a localized inhomogeneous exchange effect function. By setting the localized linear inhomogeneous exchange effect, this energy dissipation of the soliton can be reduced to a certain extent as a whole.

Keywords

Gilbert Damping, Inhomogeneous Exchange Effect, Magnetic Soliton, Ferrites

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

铁氧体是一种由金属铁元素和其他金属元素(如锰、钡、镍、锌、钴和铜)氧化物组成的复合氧化物[1]-[6]。自1909年, Hilpert 通过将氧化铁与二价金属的各种组合, 第一次人工合成了铁氧体[7] [8]以来, 由于其低损耗、高电阻率和稳定的热膨胀系数等优异性能, 铁氧体材料被广泛应用于电容器、移相器、低波段通讯以及各类微波铁氧体器件[9] [10] [11] [12]。形变铁氧体是指非均匀或形变的铁氧体材料, 这种形变可能是由外部场[13]或材料中存在的缺陷[14] [15]和空隙造成。非均匀程度是决定磁性材料在许多应用中性能的关键因素。在实际的材料中, 非均匀不可忽略, 它对铁磁体的磁化动力学有显著影响。不均匀测量了晶格缺陷的键依赖性和相应的交换相互作用, 因此也称非均匀交换作用[16]。通过逐渐改变材料的杂质浓度, 可以设计一个受控的非均匀交换作用函数 $f(x)$ [17] [18]。随着通信技术的迅速发展, 未来要求铁氧体材料可以在更高频率和更高电流的环境下都具备良好的电磁性能, 理论和实验的研究者们仍在不停实践寻找更高功率密度, 更高磁导率和更低功率损耗的铁氧体材料。

电磁波在饱和铁磁介质中的传播由高度非线性 Maxwell-Landau-Lifshitz-Gilbert 方程描述。为了探究系统背后的非线性规律, 研究者们利用还原摄动方法或者称多重尺度展开方法[19] [20] [21]对系统渐近展开, 通常是引入一个与波长相关的小扰动参数, 在某种极限下推导出中间渐近模型, 而后对中间渐近模型进行求解和分析非线性演化系统中的磁波动力学。中间渐近模型主要包括三种类型: 长波模型、调制渐近模型和超短波模型。随着电子储存设备小型化和精细化, 微波频率[22]下的电磁波在铁磁体中的传播引起了人们的极大兴趣, 大量针对超短波模型的研究开始出现。在2000年, Kraenkel, Manna 以及 Merle 研究了非线性电磁超短波在铁氧体中的传播[23], 构造了(1+1)维超短波模型。随后, 许多研究人员构建了一系列 Kraenkel-Manna-Merle (KMM)系统, 如不同外磁场下的(1+1)维[24] [25] KMM 系统, (2+1)维 KMM 系统[26], 以及在考虑 Gilbert 阻尼和非均匀交换作用的模型[27], 以研究微波在铁氧体介质中的传播行为, 对解释和预测铁氧体材料中发生的非线性现象具有重要意义。Gilbert 阻尼控制磁化向有效磁场弛豫的速度, 并决定了自旋转矩磁开关和自振荡的阈值电流、磁畴壁的迁移率[28]。研究者们对在磁性材料[29]薄膜中最小化 Gilbert 阻尼非常感兴趣。本文主要讨论了超短波在 Gilbert 阻尼存在下的非均匀铁氧体中的传播。通过多重尺度方法, 推导得到一个变系数超短波模型。通过数值模拟, 研究讨论 Gilbert 阻尼和不同非均匀交换共同作用下, 对磁孤子的非线性动力学的影响。

2. 理论模型

我们考虑位于 x 轴上的低维铁氧体薄膜, 横向尺寸可以忽略不计。该材料通过沿垂直于传播 x 方向

的横向 y 轴的外场 \mathbf{H}_0^∞ 饱和到磁化密度 \mathbf{M}_0 。在这种情况下，磁场 \mathbf{H} 的演化由麦克斯韦方程控制

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = -\nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) + \nabla^2 \mathbf{H} \quad (1)$$

其中 $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ 为光速， μ_0 为真空的磁导率， ε_0 为介质的标量介电常数，向量 \mathbf{H} 和 \mathbf{M} 分别表示磁场和磁化密度。磁化密度 \mathbf{M} 服从 Landau-Lifschitz (LL) 方程，即[17]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M} = \mathbf{M} \times [J(f \mathbf{M}_{xx} + f_x \mathbf{M}_x) + \gamma \mathbf{H}] + \sigma \mathbf{M} \wedge \partial_t \mathbf{M} / M_s \quad (2)$$

这里参数 J 是铁氧体材料最近邻自旋与自旋相互作用的交换积分， γ 为旋磁比， f 表示形变铁氧体材料[30]的非均匀交换作用。方程的第二项是 Gilbert 阻尼项， σ 是阻尼参数。

在后续的研究中，将上面的方程式(1)和(2)进行无量纲变化是很重要的。因此，我们将变量 \mathbf{M} , \mathbf{H} , J , t 做以下变换： $\mathbf{M} \rightarrow c\mathbf{M}/\mu_0\gamma$, $\mathbf{H} \rightarrow c\mathbf{H}/\mu_0\gamma$, $t \rightarrow t/c$, $J \rightarrow \gamma J$ 。从而方程式中的常数 γ 和 $1/c^2$ 变成了 1。超短波近似通过多重尺度展开实现，为了推导非线性传播方程，我们严格遵循超短波近似[23]的方法。我们首先引入了以下这些变量：

$$\zeta = \frac{1}{\varepsilon}(x - Vt), \quad \tau = \varepsilon t, \quad (3)$$

小参量 ε 与波长有关，它用来测量波的振幅以及宽度。 V 表示超短波的速度。 τ 是一个缓慢的时间变量，解释了磁波长时间或远距离的传播。变量 ζ 描述了波在传播过程中的形状，它假设超短波波长约为 $1/\varepsilon$ [31]。接着通过将磁化密度和磁场进行多重尺度展开，提取 ε 的每一阶系数，计算得到磁场和磁化强度的关系式。

为推导出非线性模型，我们只扩展到 ε 的第三阶

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}_0 + \varepsilon \mathbf{M}_1 + \varepsilon^2 \mathbf{M}_2 + \varepsilon^3 \mathbf{M}_3 + \dots, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 + \varepsilon \mathbf{H}_1 + \varepsilon^2 \mathbf{H}_2 + \varepsilon^3 \mathbf{H}_3 + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{M}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{M}_1, \mathbf{H}_1, \dots$ 是 (ζ, τ) 的相关函数。参数 J 也进行 ε 相关展开，如下所示

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} J_i \varepsilon^i, \quad (5)$$

根据模型，磁场和磁化强度的边界条件分别为：

$$\begin{aligned} \lim_{\zeta \rightarrow -\infty} \mathbf{M}_0 &= (0, m, 0), \quad \lim_{\zeta \rightarrow -\infty} \mathbf{H}_0 = \alpha(0, m, 0), \\ \lim_{\zeta \rightarrow -\infty} \mathbf{M}_j &= \lim_{\zeta \rightarrow -\infty} \mathbf{H}_j = 0, (j \neq 0). \end{aligned} \quad (6)$$

现在我们将以上展开式代入方程组，得到以下关系式：

- 在 ε^{-2} 阶：

$$\begin{aligned} (H_0^x + M_0^x)_{\zeta\zeta} &= 0, \quad M_{0\zeta\zeta}^y = M_{0\zeta\zeta}^z = 0, \\ J_0 (f \mathbf{M}_0 \wedge \mathbf{M}_{0\zeta\zeta} + f_\zeta \mathbf{M}_0 \wedge \mathbf{M}_{0\zeta}) &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

这里可以得到 $J_0 = 0, M_0^y = m, M_0^z = 0$ 。

- 在 ε^{-1} 阶：

$$\begin{aligned} (H_1^x + M_1^x)_{\zeta\zeta} &= 0, \quad M_{1\zeta\zeta}^y = M_{1\zeta\zeta}^z = 0, \\ -m J_1 f_\zeta M_{0\zeta}^x - m J_1 f M_{0\zeta\zeta}^x + \sigma_0 M_{0\zeta}^x &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

可以推得 $M_1^y = M_1^z = 0, H_1^x = -M_1^x, M_0 = (0, m, 0)$ 。

- 在 ε^0 阶:

$$\begin{aligned} (H_2^x + M_2^x)_{\zeta\zeta} &= 0, M_{2\zeta\zeta}^y - 2H_{0\zeta\tau}^y = 0, \\ M_{2\zeta\zeta}^z - 2H_{0\zeta\tau}^z &= 0, mH_0^z = -M_{1\zeta}^x, \\ mJ_1 f M_{1\zeta}^x &= \sigma_0 M_1^x, \end{aligned} \quad (9)$$

- 在 ε^1 阶:

$$\begin{aligned} M_{2\zeta}^x &= -mH_1^z, M_{2\zeta}^y = M_1^x H_0^z, \\ M_{2\zeta}^z &= mJ_2 (M_{1\zeta\zeta}^x f + M_{1\zeta}^x f_x) - M_1^x H_0^y - \sigma_1 M_{1\zeta}^x + mH_{1\zeta}. \end{aligned} \quad (10)$$

将前几阶求得的条件代入 ε 的一阶, 最终得到:

$$\begin{aligned} -(M_1^x M_{1\zeta}^x)_{\zeta} / m &= 2H_{0\zeta\tau}^y, \\ 2M_{1\zeta\tau}^x / m &= M_1^x (H_0^y + m) - MJ_2 (f M_{1\zeta}^x)_{\zeta} + \sigma_1 M_{1\zeta}^x. \end{aligned} \quad (11)$$

为了方便后续研究我们引入以下自变量

$$X = -m\zeta/2, T = m\tau \quad (12)$$

最终方程组(11)被重写为广义变系数 Kraenkel-Manna-Merle (GVKMM)系统:

$$\begin{aligned} C_{XT} &= -BB_X, \\ B_{XT} &= BC_X + h(f_X B_X + f B_{XX}) - sB_X, \end{aligned} \quad (13)$$

方程中 $h = -\frac{1}{4}J_2 m^2$, $s = -\sigma_1/2$, $M_1^x = 2mB$, $H_0^y = -m(C_X - 1)$ 。新导出的方程是理解 Gilbert 阻尼存在时形变铁氧体磁化动力学和磁场的基础。在下面的分析中, 为了方便记录我们将 X 和 T 分别用小写 x 和 t 表示。

3. 圈孤子的传输演化

直接运用 Hirota 双线性、达布变换等解析方法求解方程(13)的孤子解比较困难。在不保证可积条件的情况下, 研究具有 Gilbert 阻尼的不同交换相互作用的铁氧体中的非线性动力学演化也具有同样的意义。接下去我们研究磁孤子在阻尼形变铁氧体中的演化问题, 探讨 Gilbert 阻尼和非均匀交换共同作用的影响。在石榴石铁氧体薄膜材料中, 无量纲阻尼常数 s 的范围为 0.048~0.385 [32]。本节选取 $s = 0.05$ 来进行阻尼耗散的相关研究。我们通过数值方法对孤子的传输进行模拟, 选取的初值[33]是速度为 1 ($V = 1$) 的稳定单圈孤子。解析表达式为:

$$\begin{aligned} B &= \frac{16A_1 \omega^2 e^\eta}{A_1^2 e^{2\eta} + 16\omega^2}, \\ C &= \pm x - \frac{4A_1^2 \omega e^{2\eta}}{A_1^2 e^{2\eta} + 16\omega^2}, \\ \eta &= \pm \frac{1}{\omega} x + \omega t + \eta_0, \end{aligned} \quad (14)$$

首先针对非均匀交换作用是局域型的情况进行了研究,这种非均匀交换作用可以由材料局域晶格变形引起。非均匀交换作用函数模型表示为 $f(x) = f_0 + A \operatorname{sech}(kx + a_0)$ 。如图 1(a) 中所示,受 $s = 0.05$ 的 Gilbert 阻尼作用的影响,孤子出现明显的耗散,直至消失。同时在全局型非均匀交换作用 f_0 的影响下,孤子出现小振幅呼吸,受 Gilbert 耗散的影响,孤子呼吸频率也减小。在图 1(b) 和图 1(c) 中,我们模拟了局域型非均匀交换作用对孤子传输的影响。结果表明在不同位置的局域非均匀交换作用调控下,即改变铁氧体材料中局域形变增强的位置,孤子的局部振幅和宽度随之增加。从孤子振幅变化图 1(d) 中,可以更加清晰地观察到孤子在 Gilbert 阻尼作用下孤子整体的耗散,在不同位置局域非均匀交换作用下,图中绿色的振幅曲线孤子在 $t = 15$ 位置局域出现振幅明显增加,红色的振幅曲线孤子在 $t = 35$ 位置局域出现振幅明显增加,即通过调控局域非均匀交换作用的位置,可以增加孤子的局部振幅,即减弱孤子的局部耗散。

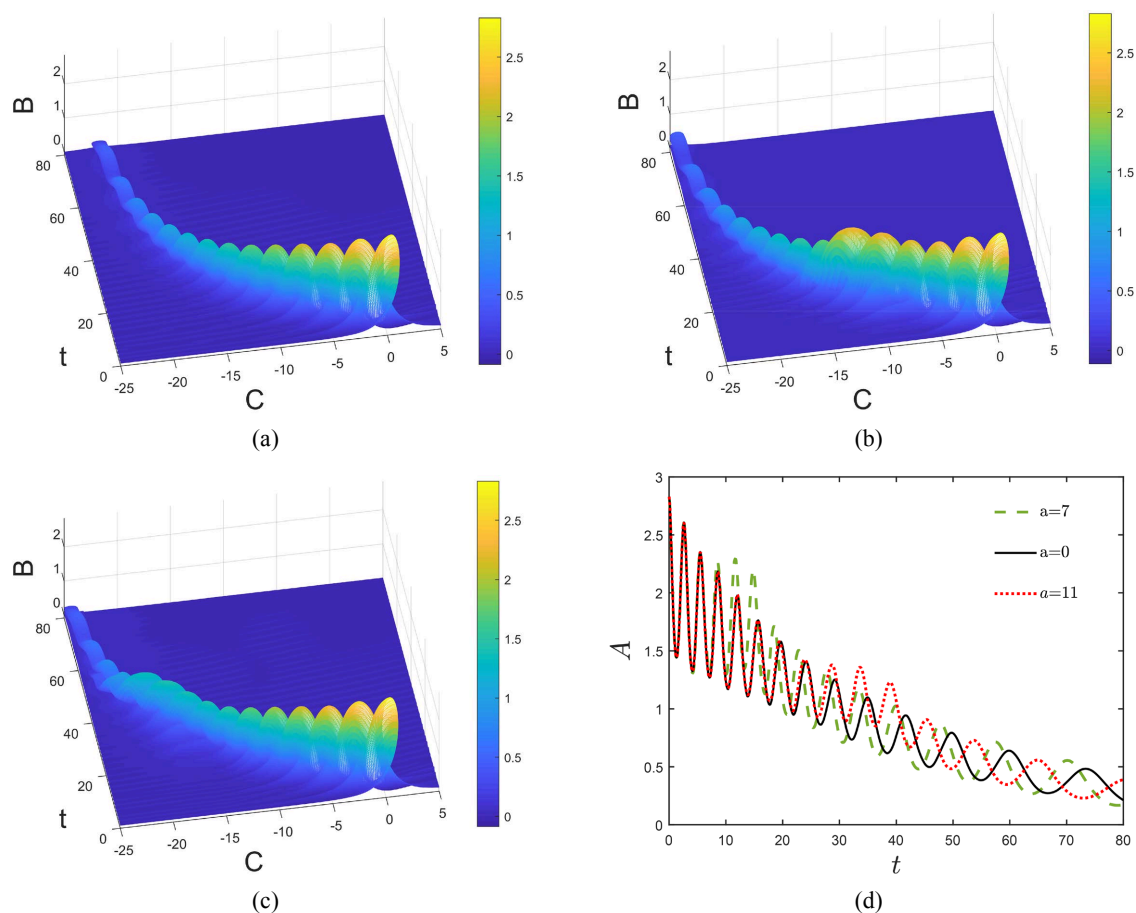


Figure 1. Effects of inhomogeneous exchange effect functions on soliton transmission at different positions at $s = 0.05$. The parameters are chosen as (a) $f_0 = 0.8$; (b) $f_0 = 0.8$, $A = 10$, $k = 3$, $a_0 = -7$; (c) $f_0 = 0.8$, $A = 10$, $k = 3$, $a_0 = -11$. And figure (d) shows the curve of soliton amplitude variation

图 1. $s = 0.05$ 时不同位置非均匀交换作用函数对孤子传输的影响。参数分别选取为:(a) $f_0 = 0.8$; (b) $f_0 = 0.8$, $A = 10$, $k = 3$, $a_0 = -7$; (c) $f_0 = 0.8$, $A = 10$, $k = 3$, $a_0 = -11$; (d) 为孤子振幅变化曲线

在图 2(a) 和图 2(b) 中,进一步研究了出现多处局域形变的铁氧体材料中的孤子传输情况。结果表明,在多个局域非均匀交换叠加作用下,孤子的振幅出现三处增加。根据图 2(b) 的振幅变化曲线反映,在多处非均匀交换作用下孤子振幅虽然也在耗散,但与不受非均匀交换作用影响时的孤子耗散振幅曲线相比,

孤子耗散呈现三处减弱，即非均匀交换作用抵消了局域部分由 Gilbert 阻尼产生的能量耗散。

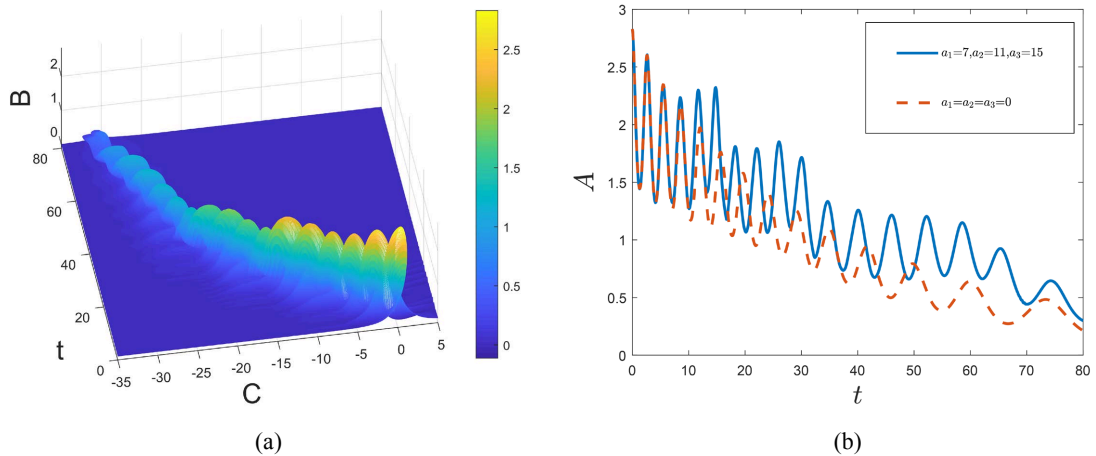


Figure 2. Inhomogeneous exchange effects at several different locations with plots (a) Soliton evolution, (b) Soliton amplitude variation

图 2. 多处位置非不均匀交换作用下(a) 孤子演化图; (b) 孤子振幅变化曲线图

继而进一步探究了铁氧体材料中局域形变强度和范围对磁孤子由 Gilbert 阻尼产生的耗散影响的具体规律。通过多组数据模拟，初值选取保证局域范围不影响孤子的初始位置时，发现以下规律：在局域非均匀交换函数作用下，随着材料局域形变增强即增加局域非均匀函数中的 A ，孤子的局域振幅随之增加，孤子振幅变化图像如图 3(a)所示，随局域形变强度增加的孤子振幅增加幅度变化如图 3(b)中黑点所示，蓝色曲线是拟合曲线，整体呈高斯增长的趋势，具体的函数表达式为 $f(x) = \pm 0.8777e^{-0.07906x} + 4.558$ 。随着材料形变继续增加，孤子的振幅增长有限，在模拟范围内未能超过孤子初始高度，也就是非均匀交换作用产生的振幅增加不能完全抵消由 Gilbert 阻尼带来的孤子耗散。当我们增加局域非均匀交换作用范围，即增大参数 k ，孤子振幅变化图像如图 4(a)所示，孤子受影响范围减小，记录的受控范围变化如图 4(b)中黑点所示，蓝色曲线为拟合曲线，整体呈反比例趋势，具体表达式为 $f(x) = 6.11/(x + 0.05537)$ ，随着

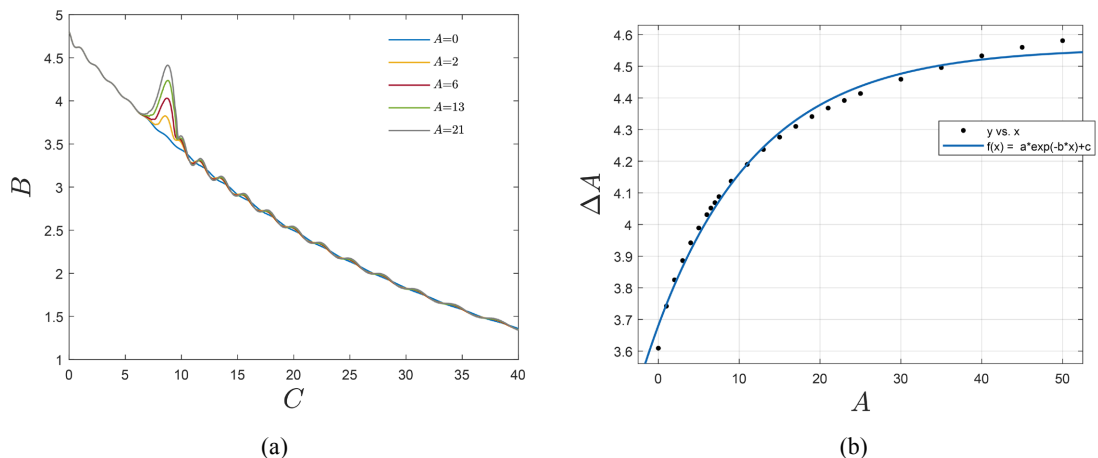


Figure 3. Increase the strength of localized deformation in ferrite with plots (a) the variation of soliton amplitude, (b) fitting curve of soliton amplitude increase data

图 3. 增加铁氧体局域形变强度(a) 孤子振幅变化曲线图; (b) 孤子振幅增加数据拟合曲线图

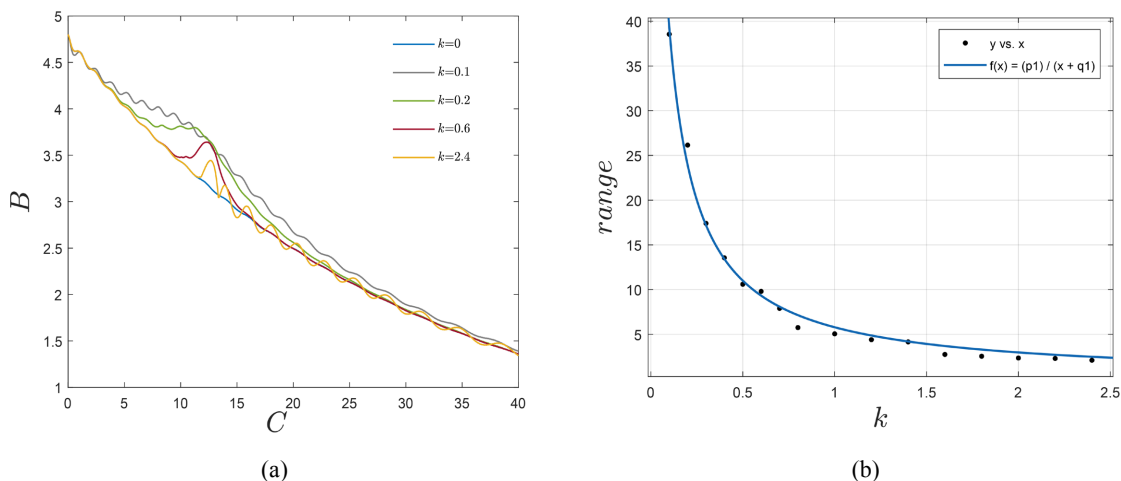


Figure 4. Reducing the range of localized deformation in ferrite with plots (a) the variation curve of the affected range by the soliton amplitude, (b) fitting curve of soliton affected range data
图 4. 减小铁氧体局域形变范围(a) 孤子振幅受影响范围变化曲线图; (b) 孤子受影响范围数据拟合曲线图

作用范围的持续减小，孤子的受控范围基本不变。通过以上规律，可以简单通过调整材料的局域形变，即改变局域非均匀交换作用函数，在选择位置增加孤子振幅，减弱磁孤子对应位置由 Gilbert 阻尼产生的耗散。

为了更大程度地实现利用非均匀交换作用抵消部分由阻尼产生的孤子耗散，最后探究了局域线性的非均匀交换作用对孤子演化的影响。如图 5(a)中所示，非均匀交换作用模型表示为分段函数，其中线性部分表示为 $f = f_1 + k_1(x + c)$ ，线性函数作用范围为选取时间段内孤子的自变量范围。从图 5(b)中孤子演化图可以看出，受非均匀交换作用影响，孤子的宽度明显增加。图 6(a)清晰显示，在孤子范围内作用的非均匀交换作用下，孤子整体的振幅都增加，即整体范围内的耗散都被减弱。在图 6(b)中绘制了 $t = 0$ 的圈孤子轮廓，以及与否受非均匀交换作用影响的 $t = 64$ 的圈孤子轮廓。通过对比 $t = 64$ 的这组，表明在非均匀交换作用使得圈孤子的振幅和宽度增加。通过该组模拟，总结得到局域线性的非均匀交换作用可以实现受控孤子整体的耗散减弱，同时实现孤子宽度的增加。

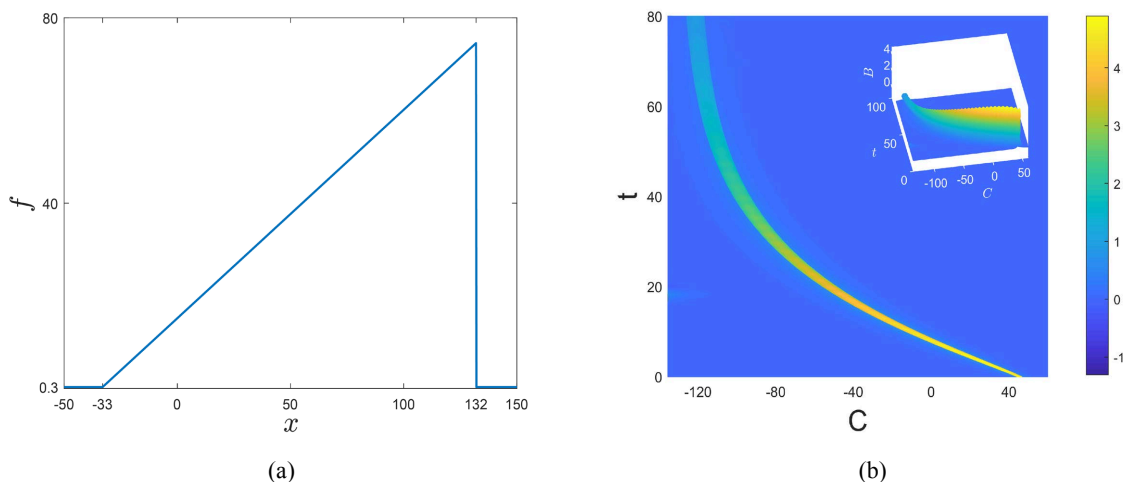


Figure 5. Evolution of solitons under linear inhomogeneous exchange effects
图 5. 线性非均匀交换作用下孤子的演化

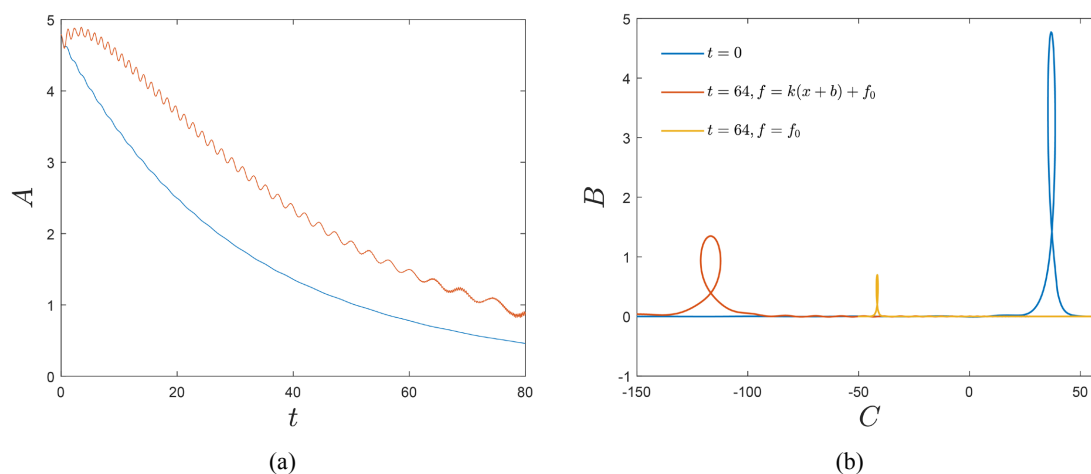


Figure 6. Evolution of solitons under linear inhomogeneous exchange effects with plots (a) comparison of loop soliton amplitudes, (b) comparison of loop soliton profiles at different moments

图 6. 线性不均匀交换作用下(a) 圈孤子振幅对比; (b) 不同时刻圈孤子轮廓对比

4. 总结

本文研究了非均匀交换和 Gilbert 阻尼共同作用对形变铁氧体中超短波传播的影响。通过多重尺度分析方法,在考虑超短波近似的情况下,推导得到一个变系数超短波 KMM 方程(GVKMM)。为了研究由非均匀性交换和 Gilbert 共同作用下孤子的演化,我们用数值模拟的方法分析了变系数超短波方程。我们模拟了不同位置的非均匀交换作用以及多处非均匀交换作用下孤子受 Gilbert 阻尼影响的耗散情况,结果表明可以通过调整函数形式实现局域孤子的耗散减弱。具体探究局域非均匀交换作用的强度和范围对孤子传输的影响,结果显示,随着局域非均匀交换作用强度的增加,孤子对应位置的振幅随之增加,且呈高斯增长的趋势;局域非均匀交换作用强度的减小,孤子受影响范围减小,作用范围呈反比例减小的趋势。最后研究了在局域线性非均匀交换作用下,孤子受 Gilbert 阻尼产生的耗散整体都减弱,且孤子的宽度增加。以上结论表明,磁孤子的耗散可以通过设置非均匀交换函数即改变铁氧体材料形变程度和类型,进行选择性的调控,一定程度上减弱了孤子耗散,可以给实验提供一定的参考价值。

参考文献

- [1] Spaldin, N.A., Cheong, S.W. and Ramesh, R. (2010) Multiferroics: Past, Present, and Future. *Physics Today*, **63**, 38-43. <https://doi.org/10.1063/1.3502547>
- [2] Manikandan, A., Yogasundari, M., Thanrasu, K., et al. (2020) Structural, Morphological and Optical Properties of Multifunctional Magnetic-Luminescent ZnO@ Fe₃O₄ Nanocomposite. *Physica E: Low Dimensional Systems and Nanostructures*, **124**, Article ID: 114291. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2020.114291>
- [3] Hou, C., Yu, H., Zhang, Q., et al. (2010) Preparation and Magnetic Property Analysis of Monodisperse Co-Zn Ferrite Nanospheres. *Journal of Alloys and Compounds*, **491**, 431-435. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2009.10.217>
- [4] Tatarchuk, T.R., Bououdina, M., Paliychuk, N.D., et al. (2017) Structural Characterization and Antistructure Modeling of Cobalt-Substituted Zinc Ferrites. *Journal of Alloys and Compounds*, **694**, 777-791. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2016.10.067>
- [5] Deraz, N.M. and Alariffi, A. (2012) Structural, Morphological and Magnetic Properties of Nano-Crystalline Zinc Substituted Cobalt Ferrite System. *Journal of Analytical and Applied Pyrolysis*, **94**, 41-47. <https://doi.org/10.1016/j.jaap.2011.10.004>
- [6] Umopathy, V., Manikandan, A., Antony, S.A., et al. (2015) Structure, Morphology and Opto-Magnetic Properties of Bi₂MoO₆ Nano-Photocatalyst Synthesized by Sol-Gel Method. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, **25**, 3271-3278. [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(15\)63948-6](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(15)63948-6)

- [7] Hilpert, S. (1909) Correspondence as to Structure and Origin in Magnetic Properties of Ferrite and Ironoxide. *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, **42**, 2248-2261. <https://doi.org/10.1002/cber.190904202121>
- [8] Hilpert, S. (1909) Manufacturing Method of Magnetic Materials Having Small Electric Conductivity for Electric and Magnetic Apparatus. German Pat, 226, 347.
- [9] Adam, J.D., Davis, L.E., Dionne, G.F., *et al.* (2002) Ferrite Devices and Materials. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **50**, 721-737. <https://doi.org/10.1109/22.989957>
- [10] Tanbakuchi, H., Nicholson, D., Kunz, B., *et al.* (1989) Magnetically Tunable Oscillators and Filters. *IEEE Transactions on Magnetics*, **25**, 3248-3253. <https://doi.org/10.1109/20.42268>
- [11] Fetisov, Y.K. and Srinivasan, G. (2006) Electric Field Tuning Characteristics of a Ferrite-Piezoelectric Microwave Resonator. *Applied Physics Letters*, **88**, Article ID: 143503. <https://doi.org/10.1063/1.2191950>
- [12] Zahwe, O., Abdel Samad, B., Sauviac, B., *et al.* (2010) YIG Thin Film Used to Miniaturize a Coplanar Junction Circuit. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, **24**, 25-32. <https://doi.org/10.1163/156939310790322073>
- [13] Bonner, J.C., Blote, H.W.J., Beck, H., *et al.* (1981) *Physics in One Dimension*. Springer-Verlag, Berlin, 115-128.
- [14] Bernasconi, J. and Schneider, T. (2012) *Physics in One Dimension: Proceedings of an International Conference Fribourg, Switzerland, August 25-29, 1980*. Springer Science & Business Media, Berlin.
- [15] Duerr, G., Huber, R. and Grundler, D. (2011) Enhanced Functionality in Magnonics by Domain Walls and Inhomogeneous Spin Configurations. *Journal of Physics: Condensed Matter*, **24**, Article ID: 024218. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/24/2/024218>
- [16] Porsezian, K. (1997) Nonlinear Dynamics of the Radially Symmetric and Site Dependent Anisotropic Heisenberg Spin Chain. *Chaos, Solitons & Fractals*, **8**, 27-31. [https://doi.org/10.1016/S0960-0779\(96\)00089-6](https://doi.org/10.1016/S0960-0779(96)00089-6)
- [17] Saravanan, M. and Arnaudon, A. (2018) Engineering Solitons and Breathers in a Deformed Ferromagnet: Effect of Localised Inhomogeneities. *Physics Letters A*, **382**, 2638-2644. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2018.07.015>
- [18] Saravanan, M. and Cardoso, W.B. (2019) Parametrically Driven Localized Magnetic Excitations with Spatial Inhomogeneity. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **69**, 176-186. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2018.09.021>
- [19] Washimi, H. and Taniuti, T. (1966) Propagation of Ion-Acoustic Solitary Waves of Small Amplitude. *Physical Review Letters*, **17**, 996-998. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.17.996>
- [20] Taniuti, T. and Wei, C.C. (1968) Reductive Perturbation Method in Nonlinear Wave Propagation. I. *Journal of the Physical Society of Japan*, **24**, 941-946. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.24.941>
- [21] Gardner, C.S. and Su, C.S. (1969) The Korteweg-de Vries Equation and Generalizations. III. *Journal of Mathematical Physics*, **10**, 536-539. <https://doi.org/10.1063/1.1664873>
- [22] Soohoo, R.F. (1960) *Theory and Application of Ferrites*. Prentice-Hall, Hoboken.
- [23] Kraenkel, R.A., Manna, M.A. and Merle, V. (2000) Nonlinear Short-Wave Propagation in Ferrites. *Physical Review E*, **61**, 976-979. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.976>
- [24] Lemoula, R.K.K., Kamdem, B.A., Kuetche, V.K., *et al.* (2021) Kruskal's Simplification Scheme in Ferrite Dynamics. *Journal of Mathematical Physics*, **62**, Article ID: 093513. <https://doi.org/10.1063/5.0048791>
- [25] Tchokouansi, H.T., *et al.* (2022) Propagation of Single Valued Magnetic Solitary Waves in Circularly Polarized Ferrites. *Chaos, Solitons & Fractals*, **154**, Article ID: 111690. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.111690>
- [26] Leblond, H. and Manna, M. (2009) Short Waves in Ferromagnetic Media. *Physical Review E*, **80**, Article ID: 037602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.80.037602>
- [27] Kuetche, V.K., Bouetou, T.B. and Kofane, T.C. (2011) Fractal Structure of Ferromagnets: The Singularity Structure Analysis. *Journal of Mathematical Physics*, **52**, Article ID: 092903. <https://doi.org/10.1063/1.3641824>
- [28] Khodadadi, B., Rai, A., Sapkota, A., *et al.* (2020) Conductivity-Like Gilbert Damping Due to Intraband Scattering in Epitaxial Iron. *Physical Review Letters*, **124**, Article ID: 157201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.157201>
- [29] Onbasli, M.C., Kehlberger, A., Kim, D.H., *et al.* (2014) Pulsed Laser Deposition of Epitaxial Yttrium Iron Garnet Films with Low Gilbert Damping and Bulk-Like Magnetization. *APL Materials*, **2**, Article ID: 106102. <https://doi.org/10.1063/1.4896936>
- [30] Balakrishnan, R. (1982) On the Inhomogeneous Heisenberg Chain. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, **15**, L1305. <https://doi.org/10.1088/0022-3719/15/36/007>
- [31] Leblond, H. (2000) Transverse Stability of Solitons and Moving Domain Walls. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **33**, 8105-8126. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/33/45/308>
- [32] Uchida, K., Nonaka, T., Kikkawa, T., *et al.* (2013) Longitudinal Spin Seebeck Effect in Various Garnet Ferrites. *Phys-*

ical Review B, **87**, Article ID: 104412. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.87.104412>

- [33] Jin, X.W. and Lin, J. (2020) The Contributions of Gilbert-Damping and Inhomogeneous Exchange Effects on the Electromagnetic Short Waves Propagation in Saturated Ferrite Films. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, **514**, Article ID: 167192. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167192>