

How to Use WACC Method and APV Method to Evaluate the Market Value of Leveraged Companies

Shaohua Xu

School of Statistics, Chengdu University of Information Technology, Chengdu Sichuan
Email: 704743414@qq.com

Received: Dec. 24th, 2019; accepted: Jan. 10th, 2020; published: Jan. 17th, 2020

Abstract

WACC and APV methods are often used to estimate and evaluate the value of projects, restructured assets or merged companies in the areas of capital budgeting, asset restructuring and merger, leveraged buyout and other business areas. There are often different conclusions that can't explain the impact of cash flow of different modes and times on the valuation when these two valuation methods are used for valuation, and the above two valuation methods are used for valuation of the same project or enterprise. This paper attempts to explain theoretically that WACC method and APV method are equivalent under certain hypothetical conditions, and further analyzes the pre-conditions and conditions for leveraged companies to preferentially use WACC method or APV method when investment and financing decisions interact: 1) the WACC method is preferred to evaluate the value of the leveraged company when the leverage ratio of the leveraged company remains unchanged during the period of investment; 2) the APV method is preferred to evaluate the value of the leveraged company in the case that the leverage ratio of the leveraged company is constantly changing during the duration of the investment. It is impossible to estimate the value of leveraged companies only by using WACC method, but after using other methods to evaluate the value of companies, we can use WACC method to verify the correctness of the value evaluation of leveraged companies.

Keywords

WACC Method, APV Method, Leveraged Companies, Market Value

如何选择WACC法和APV法评估杠杆公司的市场价值

徐少华

成都信息工程大学, 统计学院, 四川 成都
Email: 704743414@qq.com

收稿日期: 2019年12月24日; 录用日期: 2020年1月10日; 发布日期: 2020年1月17日

摘要

在杠杆公司的资本预算、资产重组和兼并、杠杆收购等业务领域, 往往会使用WACC法和APV法估算、评估项目, 重组资产或被兼并公司的价值。由于使用这两种估值方法进行估值时, 常常出现不能解释不同模式和时间的现金流对估值的影响, 以及使用以上两种评估方法对同一个项目或企业进行估值时, 会出现不同的结论。本文试图从理论上解释, 在一定的假设条件下, WACC法和APV法是等价的; 并进一步分析, 在投融资决策相互影响时, 杠杆公司优先使用WACC法或APV法的前提和条件: 1) 在投资存续期间内杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形下, 优先使用WACC法评估杠杆公司的价值。2) 在投资存续期间内杠杆公司的杠杆比率不断变化的情形下, 优先使用APV法评估杠杆公司的价值。仅仅使用WACC法是无法估算杠杆公司的价值, 但是可以在使用其他方法评估出公司价值以后, 使用WACC法验证杠杆公司价值评估的正确性。

关键词

WACC法, APV法, 杠杆公司, 市场价值

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题的提出和研究综述

在杠杆公司的资本预算、资产重组和兼并、杠杆收购等业务领域, 如何评估项目价值, 如何估算重组资产和被兼并公司的价值, 对于实现杠杆公司的经营管理目标——公司价值最大化——具有至关重要的作用和意义。在目前的公司金融理论和实务中, 评估项目和公司价值往往会使用贴现现金流方法 (Discounted Cash Flow, DCF), 如何根据现金流的风险, 使用合适的贴现率——风险调整贴现率 (Risk-adjusted Discount Rate) [1]对现金流进行贴现加总, 不同的研究者不同的角度出发, 形成了不同的理论, 相应产生了不同的评估方法。

Modigliani和Miller (1958, 1963) [2] [3], Miller (1977) [4]研究了公司杠杆对公司价值的影响, 提出了MM定理(无税/有税), 为杠杆公司的价值评估提供了基本的理论基础。其在推导WACC的价值评估方法中, 假设杠杆公司未来产生的现金流是永续年金的形式; 而且还假定杠杆公司的债务是无风险的债务, 在对无风险债务的税盾效应进行评估时, 使用无风险利率(R_f)对未来产生的税盾现金流进行了贴现加总。关于税盾的现金流模式和风险如何影响公司价值, 不同的研究者往往有不同的观点并提出不同的研究思路和处理方法。Robichek, A.A.和Myers, S.C. (1965) [5] [6]提出对不确定性的项目现金流应该使用风险调整贴现率对之进行贴现加总, 并提出了使用“确定当量法”选择合适的贴现率对之进行贴现。Arditti (1973) [7]、Brick & Thompson (1978) [8]沿用了此思路。Myers, S.C. (1974, 1977) [9] [10]使用数学规划理论创造出APV (调整现值法), 并证明在七个基本假设下, APV (调整现值法)是等同于WACC法: 根据该

理论, 由于使用债务产生的节税现金流的风险与债务风险相同, 所以通过使用债务成本贴现税收节省金额来计算税盾效应, 杠杆公司的价值等于全权益公司的价值加上因支付利息而节省的税款的现值。Mauer & Triantis (1994) [11]发展了Myers, S.C.的静态规划, 形成了一个动态的模型。S. Bar-Yosef (1977) [12]的研究结论是只要在公司的持续期或者项目寿命期内, 杠杆公司的杠杆比率不变, 使用APV方法也可以推导出WACC, 这包括含税的情形, 而且与现金流模式无关。Ashton, D.J.和Atkins, D.R. (1978) [13]在此基础上基于WACC法, 发展了一个代数形式上简单而且易于计算的APV公式。Miles, J.A. & Ezzell, J.R. (1980, 1985) [14] [15]在进一步简化了Myers, S.C.的条件下, 推导出只要杠杆公司保持恒定的公司杠杆比率, 在有限期的现金流模式下, 在第一年的节税现金流使用债务成本进行贴现, 随后几年的节税现金流使用全权益收益率贴现所计算出的节税价值, 无论是使用WACC法, 还是使用APV法评估的杠杆公司的税盾价值仍然是一致的。Harris & Pringle (1985) [16]认为利息产生的税盾与公司的基本现金流具有相同的系统风险, 应该使用全权益公司的必要收益率对节省的金额进行贴现计算税盾效应。Kaplan & Ruback (1995) [17]; Tham & Vélez Pareja (2001) [18]沿用了该思路, 并拓展了该方法。Fernandez (2004, 2007) [19] [20]针对MM理论中使用无风险利率 R_f 对未来产生的税盾现金流进行了贴现加总的方法, 证明出若按无风险利率对无风险债务的利息支付所节省的税款进行折现, 这种处理方法会为成长中的公司提供了不一致的评估结果。也有研究者从资本资产定价模型(CAPM)的角度研究税盾的贴现率如何选择, 并使用资本资产定价公式求出相应的债权融资成本和股权融资资本, 最后使用WACC法推算出税盾的价值。Damodaran (1994) [21]将杠杆公司的贝塔(β_l)与全权益公司的贝塔(β_u)联系起来, 假设所有业务风险都由权益承担, 那么杠杆公司的 β 与全权益公司的 β 之间的关系方程式为: $\beta_l = \beta_u + (D/E)\beta_u(1-T)$ 。Ruback (1995, 2002) [22] [23]试图解释在估值中引入更高的杠杆成本: 对于给定的资产风险(β_u), 通过使用等式 $\beta_l = \beta_u(1 + D/E)$ 获得更高的 β_l (从而获得更高的权益必要收益率和更低的股权价值)。以上理论和方法在公司的杠杆比率时, 都是沿用金融理论的市场价值思路来假定杠杆比率不变或者变化的, 该理论和杠杆公司的金融实务有一定的偏差。在公司财务管理的实务中, 财务管理人员并不是按照债务与资产的市值设定或者调整杠杆比率, 而是按照资产的市场价值与债务的账目价值(名义价值)不断调整或者保持一个固定不变的杠杆比率。Fernandez (2019) [24]认为在杠杆比率固定在账面价值上, 那么预期债务增加的适当折现率为全权益公司的必要收益率。

根据这些价值评估理论及其对应方法的形成渊源, 最为主要的评估方法是 Franco Modigliani & Merton H. Miller (1963)的 WACC 法, 以及 Stewart. C. Myers (1974)使用数学规划理论提出的 APV 法。由于他们在首创各自的评估方法时, 都是在一定的假设条件下推导出各自的结论, 再加上在对各个具体的杠杆公司进行价值评估时各个公司所处的外部经济和社会环境不同, 因此在估值理论上, 后来的研究者常常会结合各自所处的环境, 对不同模式和时间的现金流对估值的影响有不同的观点, 进而形成了不同的价值评估理论和评估方法; 另一方面, 在实践中常常在使用以上两种评估方法对同一个项目或杠杆公司进行估值时, 会出现不同的结论。因此, 深入分析它们的前提条件, 理清各自的使用范畴; 从理论上深入解析它们相互联系, 具有重要的理论和现实意义。本文试图从理论上解释, 在一定的假设条件(上述研究文献中共同认可的假设)下, 不同时间模式和风险的现金流并不影响 WACC 法和 APV 法是等价的这一基本原理; 并进一步分析, 在投融资决策相互影响时, 杠杆公司优先使用 WACC 法或 APV 法的前提和条件。

为了实现上述目的, 本文共分 4 个部分: 在第 1 部分, 首先提出研究该问题的背景, 回顾了 WACC 和 APV 法的相关文献, 理清其脉络和理论渊源, 并提出了在相关文献中共同认可的三个假设: 第一, 整个杠杆公司资产的必要收益率是固定不变的, 并且是外生的; 第二, 杠杆公司的负债对公司的影响方面, 仅仅考虑负债对公司的税盾效益, 不考虑负债对杠杆公司产生的财务困境成本、信号效应等影响; 第三,

不考虑个人所得税对债务投资者和股权投资者的影响。接着在第 2 和第 3 部分，通过例子，分析当杠杆公司在整个投资存续期内杠杆比率不变和变化时，如何使用 WACC 法和 APV 法对其进行价值评估。最后，在第 4 部分，通过分析上述评估过程中，不同评估方法的复杂程度和难易程度，总结出在投融资决策相互影响时，杠杆公司优先使用 WACC 法或 APV 法的前提和条件。

2. 在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形

2.1. 基本情况

假设有一个公司拟建设一个新的分公司(以下简称其为 M-M 公司)，该公司的销售收入等情况经过估算如下：销售收入(以现金形式)第 1 年为 7000 万元，后 2 年以 12% 的销售增长率增长，到第 4 年及以后增长率会稳定到 4% 的水平，并一直持续下去；以现金形式的销售成本(包括生产成本，经营费用和管理费用等)大约占每年销售收入的 60%。在资本支出方面，该公司现在需要购买厂房、机器设备等支出为 10,000 万元；另外，为了支撑该公司的长期增长，该公司每年还对厂房和机器设备进行了重置投资，其中第 1 年的重置投资金额为初始资本性支出的 10%，以后每年的增长率和销售增长率相同(即后 2 年以 12% 的增长率增长，到第 4 年后增长率会稳定到 4% 的水平，并一直持续下去，即 $g \equiv 4\%$)。在营运资本支出上，现在需要投入净营运资本 700 万元，以后每年需要投在净营运资本的金额为下一年度销售金额的 10%。公司所得税率为 35% (公司所得税率记为 τ)。该公司具体的未来现金流参考下表 1 M-M 公司未来的金融现金流量表。另外，根据分析该公司所在行业等外部环境情况，假设该公司的资产所需要的必要收益率(记号为 R_a)为 18%。综合考虑该公司的信用等级等条件，在金融市场上其债务融资成本(记号为 R_d)如下：M-M 杠杆公司的债务融资成本为 9%。

Table 1. Future financial cash flow statement of M-M company

表 1. M-M 公司未来的金融现金流量表

项目 \ 年份	0	1	2	3	4	5	...
销售金额		7,000.00	7,840.00	8,780.80	9,132.03	9,497.31	...
销售成本		4,200.00	4,704.00	5,268.48	5,479.22	5,698.39	...
折旧		1,000.00	1,120.00	1,254.40	1,304.58	1,356.76	...
息税前利润 (EBIT)		1,800.00	2,016.00	2,257.92	2,348.24	2,442.17	...
所得税		630.00	705.60	790.27	821.88	854.76	...
税后息前利润		1,170.00	1,310.40	1,467.65	1,526.35	1,587.41	...
折旧		1,000.00	1,120.00	1,254.40	1,304.58	1,356.76	...
经营性现金流		2,170.00	2,430.40	2,722.05	2,830.93	2,944.17	...
资本性支出	-10,000.00	-1,000.00	-1,120.00	-1,254.40	-1,304.58	-1,356.76	...
净营运资本变化	-700.00	-84.00	-94.08	-35.12	-36.53	-37.99	...
全权益现金流	-10,700.00	1,086.00	1,216.32	1,432.52	1,489.83	1,549.42	...

单位：万元。

根据 MM 理论，该全权益公司在时间 T 的价值应该等于未来全权益现金流按照与该现金流对应风险的贴现率——资产必要收益率 R_a ——的贴现值之和。定义全权益公司在时间 T 的价值为 $V_{u,T}$ ，则

$$V_{u,T} = \sum_{i=T+1}^{+\infty} \frac{CF_i}{(1+R_a)^{i-T}} \quad (1)$$

根据该公式，该公司现在的公司价值为

$$\begin{aligned} V_{u,0} &= \frac{CF_1}{1+R_a} + \frac{CF_2}{(1+R_a)^2} + \frac{CF_3}{(1+R_a)^3} + \frac{CF_3(1+g)}{(1+R_a)^4} + \frac{CF_3(1+g)^2}{(1+R_a)^5} + \dots \\ &= \frac{CF_1}{1+R_a} + \frac{CF_2}{(1+R_a)^2} + \frac{CF_3}{(1+R_a)^3} + \frac{CF_3(1+g)}{(1+R_a)^3} * \frac{1}{R_a-g} \\ &= \frac{CF_1}{1+R_a} + \frac{CF_2}{(1+R_a)^2} + \frac{CF_3}{(1+R_a)^2} * \frac{1}{R_a-g} \end{aligned}$$

把表 1 的数据代入上式，则有 $V_{u,0} = \frac{1086.00}{1+18\%} + \frac{1216.32}{(1+18\%)^2} + \frac{1432.52}{(1+18\%)^2} * \frac{1}{18\%-4\%} = 9142.6$ (万元)，以

此类推，可以计算出 $V_{u,1} = 9702.2$ (万元)， $V_{u,2} = 10232.3$ (万元)， $V_{u,3} = 10641.6$ (万元)， $V_{u,4} = 11067.3$ (万元)，…等，参见表 2 全权益公司 M-M 在时间 t 的价值表。(特别说明：文中的所有计算都是在 Excel 电子表格中进行的计算，该计算结果与使用普通计算器的计算结果之间有一定的误差)

Table 2. Value of M-M total equity company at time T

表 2. M-M 全权益公司在时间 T 的价值表

时间	0	1	2	3	4
全权益公司价值 $V_{u,T}$	9,142.6	9,702.2	10,232.3	10,641.6	11,067.3

单位：万元。

根据 MM 理论(有税)，当公司采取杠杆融资时，由于债务融资的利息具有税盾作用，所以杠杆公司的价值会大于在其他条件不变下全权益公司的价值。因此，在实践中融资策略会影响到公司价值，以下依次分两种融资策略来分析这种影响：首先分析在投资存续期间内，杠杆公司的杠杆比率保持不变的情况下，融资策略对该杠杆公司价值的影响；接着分析杠杆公司的杠杆比率保持变化的情况下(即每年的债务融资金额是已经计划好的固定金额，此时杠杆公司的杠杆比率每年是不断变化的)，融资策略对该杠杆公司价值的影响。

2.2. 使用 APV 法评估杠杆公司价值

(1) 税盾价值(VTS, Value of Tax Shied)的估算

当 M-M 杠杆公司维持一个杠杆比率不变时，假设该公司在 T 时以市场价值维持一个不变的资产负债率(记号为 $D_T/V_{L,T}$ ，令其等于 L ，即 $L \equiv D_T/V_{L,T}$ ，本文假设其为 40%)时，那么在 $T+1$ 期期末会产生的税盾金额为 $\tau * R_{d,T} * D_T$ ，第 $T+2$ 期末会产生税盾金额 $\tau * R_{d,T+1} * D_{T+1}$ ，第 $T+3$ 期末会产生税盾金额 $\tau * R_{d,T+2} * D_{T+2}$ ，第 $T+4$ 期末会产生税盾金额 $\tau * R_{d,T+3} * D_{T+3}$ ，…。另外，综合考虑该公司的信用等级等条件，在金融市场上其债务融资成本(记号为 $R_{d,T}$)为 9%，即 $R_{d,T} = 9\% (T \geq 1)$ 。由于从第 3 期以后，M-M 杠杆公司的增长率会稳定到 4% 的水平，并一直持续下去，又由于假设 M-M 杠杆公司的杠杆比率在持续期内不变，所以在第 3 期的时点上，该公司以后的债务水平会以 $g = 4\%$ 的速率增长。

站在第 T 期的时点上，由于第 $T+1$ 期期末会产生的税盾金额是在第 T 期已经决定并且知晓，该笔现金流的风险是与该笔利息的风险一致，因此第 $T+1$ 期期末会产生的税盾金额贴现到第 T 期时，宜采用该笔利息的收益率——债权融资的利率进行贴现[25]。而从第 $T+2$ 期及以后产生税盾金额 $\tau * R_d * D_{T+1}$ ，

$\tau * R_d * D_{T+2}$, ..., 由于 D_{T+1} , D_{T+2} 是和 $T+1$ 期、 $T+2$ 期, ... 杠杆公司的资产市场价值紧密联系在一起, 并与之的风险相一致, 故对其贴现到 T 期时, 必须按照预期收益与风险相匹配的原则, 使用 R_a 对之进行贴现到 T 期[26]。所以在 T 时刻, 税盾的价值(VTS_T)应该如下:

$$VTS_T = \tau * \left[\frac{R_{d,T} * D_T}{1 + R_{d,T}} + \frac{R_{d,T+1} * D_{T+1}}{(1 + R_{d,T})(1 + R_a)} + \frac{R_{d,T+2} * D_{T+2}}{(1 + R_{d,T})(1 + R_a)^2} + \dots \right] \quad (2)$$

(2) 估算 M-M 杠杆公司价值的基本原理

根据 MM (有税) 理论, 杠杆公司在 T 时的价值

$$V_{l,T} = V_{u,T} + VTS_T \quad (3)$$

在 T 时点, 若要确定 D_T , 必须知道 $V_{l,T}$, 而此时 $V_{l,T}$ 正是需要求解的内生变量, 因此当融资策略在投资存续期间, 杠杆公司的杠杆比率保持不变, $V_{l,T}$ 和 D_T 是相互关联, 并且是同时决定; 此时, 非常关键的是在该假设下, 它们还保持一个固定不变的比率。所以, 可以使迭代方法解决该问题。又因为, 在 T 期, VTS_T 是由 $T+1$ 期, $T+2$ 期, ... 的债务融资水平 D_{T+1} 、 D_{T+2} 、... 决定, 所以应该从最后一期的债务融资水平开始, 倒着计算出倒数第二期的税盾金额; 依次类推, 直至计算出现在的税盾金额。由于我们在该例子中假设该杠杆公司的增长是从第 3 期末开始稳定下来, 并且进一步假设, 从第 3 年后, 杠杆公司的期望债务水平也以一个不变的增长率 g 增长(在本文中 $g = 4\%$), 那么就可以利用等式(2)和(3), 先计算出在第 3 期末的杠杆公司价值 $V_{l,3}$, 具体等式如下:

$$\begin{aligned} V_{l,3} &= V_{u,3} + \tau * \left[\frac{R_{d,3} * D_3}{1 + R_{d,3}} + \frac{R_{d,4} * D_4}{(1 + R_{d,3})(1 + R_a)} + \frac{R_{d,5} * D_5}{(1 + R_{d,3})(1 + R_a)^2} + \dots \right] \\ &= V_{u,3} + \tau * \left[\frac{R_{d,3} * D_3}{1 + R_{d,3}} + \frac{R_{d,4} * D_3 (1 + g)}{(1 + R_{d,3})(1 + R_a)} + \frac{R_{d,5} * D_3 (1 + g)^2}{(1 + R_{d,3})(1 + R_a)^2} + \dots \right] \\ &= V_{u,3} + \tau * \left[\frac{R_{d,3} * D_3}{1 + R_{d,3}} + \frac{R_{d,4} * D_3 (1 + g)}{(1 + R_{d,3})(R_a - g)} \right] \end{aligned}$$

上述式子根据假设中 $R_{d,T} = 9\% (T \geq 1)$, 可以进一步简化为

$$V_{l,3} = V_{u,3} + \frac{\tau * R_{d,3} * D_3 (1 + R_a)}{(1 + R_{d,3})(R_a - g)}$$

又由于 $L \equiv D_3 / V_{l,3}$, 所以有如下等式

$$V_{l,3} = \frac{V_{u,3}}{1 - \left[\frac{\tau * R_{d,3} * L * (1 + R_a)}{(1 + R_{d,3})(R_a - g)} \right]}$$

从而可以计算 $V_{l,3}$ 和 VTS_3 (注: $VTS_3 = V_{l,3} - V_{u,3}$)。依次类推, 则有

$$V_{l,2} = V_{u,2} + \tau * \left[\frac{R_{d,2} * D_2}{1 + R_{d,2}} + \frac{R_{d,3} * D_3}{(1 + R_{d,2})(1 + R_a)} + \frac{R_{d,4} * D_4}{(1 + R_{d,2})(1 + R_a)^2} + \dots \right]$$

可以把它简化成下面的式子

$$V_{l,2} = V_{u,2} + \frac{\tau * R_{d,2} * D_2}{1 + R_{d,2}} + \frac{VTS_3}{1 + R_a}$$

由于已经计算出来 $V_{l,3}$ 和 VTS_3 ，并且 $V_{u,2}$ 已知，而且 $L \equiv D_2/V_{l,2}$ ，那么就可以重写上式为

$$V_{l,2} = \frac{V_{u,2} + \frac{VTS_3}{1+R_a}}{1 - \frac{\tau * R_{d,2} * L}{1+R_{d,2}}}$$

从而求出 $V_{l,2}$ 和 VTS_2 。依次类推， $V_{l,1} = \frac{V_{u,1} + \frac{VTS_2}{1+R_a}}{1 - \frac{\tau * R_{d,1} * L}{1+R_{d,1}}}$ ， $VTS_1 = V_{l,1} - V_{u,1}$ ，以及 $V_{l,0} = \frac{V_{u,0} + \frac{VTS_1}{1+R_a}}{1 - \frac{\tau * R_{d,0} * L}{1+R_{d,0}}}$ 和

$$VTS_0 = V_{l,0} - V_{u,0}。$$

利用上述原理，把 $L = 40\%$ ， $\tau = 35\%$ 等数值代入上面的计算公式，可以计算出 M-M 杠杆公司的市场价值及其结构，以及对应的税盾价值。具体计算结果参见表 3 M-M 杠杆公司的债权价值、股权价值和总价值结构表 ($L = 40\%$)。

Table 3. Debt value, equity value and total value structure of M-M leverage company ($L = 40\%$)

表 3. M-M 杠杆公司债权价值、股权价值和总价值结构表 ($L = 40\%$)

项目	时间	0	1	2	3	4
全权益公司价值		9,142.6	9,702.2	10,232.3	10,641.6	11,067.3
杠杆公司价值		10,158.7	10,762.7	11,336.9	11,790.4	12,262.0
VTS_t		1,016.1	1,060.5	1,104.6	1,148.8	1,194.7
债权价值		4,063.5	4,305.1	4,534.8	4,716.1	4,904.8
股权价值		6,095.2	6,457.6	6,802.1	7,074.3	7,357.2

单位：万元。

(3) 使用 APV 法的复杂和难易程度分析

从上述使用迭代方法倒挤各期对应的杠杆公司价值可知，资产必要收益率 (R_a) 在估算税盾的价值中发挥着关键的作用。之所以如此，是因为未来的未偿付的债务融资金额的风险是和整个企业的资产的风险相一致，所以对税盾的价值评估使用了资产必要收益率 (R_a) 对之进行贴现，而不是使用金融市场上该公司的债务融资成本 (R_d) 对之进行贴现。另外，由于在这种融资策略中，未来债务的风险较大，相对而言，此时债务融资产生的税盾的价值较低。因此，在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形下，使用 APV 法评估杠杆公司价值在理论上相对复杂，不容易理解。

另一方面，从计算过程的复杂程度上也可以发现，在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形下，使用 APV 法评估杠杆公司价值在计算过程中需要同时知道同期杠杆公司的债务融资金额和杠杆公司本身的价值，由于它们相互决定，所以在计算中必须使用迭代法计算。具体过程是先计算最后一期可以计算的税盾价值，然后，再计算出倒数第二期的税盾价值，最后使用迭代法计算出倒数第二期的杠杆公司的价值，以此类推倒挤出各期的杠杆公司的价值。因此，在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形下，使用 APV 法的计算过程复杂，比较困难。

2.3. 使用 WACC 法评估杠杆公司价值

(1) WACC 法的原理和评估过程

根据 Franco Modigliani 和 Merton H. Miller (1963)的 WACC 法可知, 使用 WACC 法评估杠杆公司的价值, 就是用 WACC 作为贴现率对全权益公司的自由现金流进行贴现加总, 就可以算出杠杆公司的价值。即:

$$V_{l,T} = \frac{CF_T}{1+WACC_T} + \frac{CF_{T+1}}{(1+WACC_T)(1+WACC_{T+1})} + \frac{CF_{T+2}}{(1+WACC_T)(1+WACC_{T+1})(1+WACC_{T+2})} + \dots \quad (4)$$

一般而言, 全权益公司的自由现金流是比较容易计算的, 因此此时只要计算出 $WACC_T$ 即可。由 $WACC_T$ 的计算公式可知,

$$WACC_T = R_{d,T} * (1-\tau) * D_T/V_{l,T} + R_{e,T} * E_T/V_{l,T} \quad (5)$$

在上述(4)式中, $R_{d,T}$, τ 是外生变量(本例子中假设 $R_{d,T}$ 为 9%; τ 为 35%), 而 $D_T/V_{l,T}$ 是假设为固定不变的(根据前述, 设 $L \equiv D_T/V_{l,T}$, 本例中设为 40%), 那么 $E_T/V_{l,T} = 1-L$ 。此时只要计算出 $R_{e,T}$ 即可。依据公司金融的基本原理, 杠杆公司资产的市场价值一定等于负债的市场价值与权益市场价值之和。即,

$$V_{l,T} \equiv D_T + E_T \quad (6)$$

资产产生的现金流量(记号为 CF(A))也一定等于流向债权人的现金流(记号为 CF(B))与流向权益投资者现金流(记号为 CF(S))之和, 即

$$CF(A) \equiv CF(B) + CF(S)$$

根据该基本原理, 对于杠杆公司而言, 必有

$$\begin{aligned} V_{l,T} * R_a + [\tau * R_{d,T} * D_T / (1 + R_{d,T})] * R_{d,T} + [VTS_T - \tau * R_{d,T} * D_T / (1 + R_{d,T})] * R_a \\ = D_T * R_{d,T} + E_T * R_{e,T} \end{aligned}$$

结合(3)和(5)式, 可以解出杠杆公司的权益收益率 $R_{e,T}$ 和外生变量 R_a 、 τ 、 $R_{d,T}$ 之间的关系式, 即

$$R_{e,T} = R_a + \frac{D_T}{E_T} * \left[1 - \frac{\tau * R_{d,T}}{1 + R_{d,T}} \right] * (R_a - R_{d,T}) \quad (7a)$$

该式子的金融学含义为, 杠杆公司的权益收益率等于整个公司资产的收益率再加上杠杆产生的风险溢价。其中, 特别需要指出的是, 对于债务融资总金额 D_T , 并非都对权益产生财务杠杆影响, 其中只有 $D_T * [1 - \tau * R_{d,T} / (1 + R_{d,T})]$ 部分才会产生影响。或者也可以解释为, 在每一元的债务融资中, 由于会在第 $T+1$ 期产生 $R_{d,T}$ 的税盾, 对应到 T 期的现值为 $\tau * R_{d,T} / (1 + R_{d,T})$, 该部分债务是不会对权益产生财务风险的, 则只有 $[1 - \tau * R_{d,T} / (1 + R_{d,T})]$ 元才会对权益产生财务杠杆作用, 所以 D_T 单位的债务融资产生的风险溢价为 $D_T/E_T * [1 - \tau * R_{d,T} / (1 + R_{d,T})] * (R_a - R_{d,T})$ [27] [28]。

结合式子(7a)和外生变量 R_a 、 τ 、 $R_{d,T}$, 以及假设条件 L , 根据式子(4), 就可以得出杠杆公司的 WACC 的表达式:

$$WACC_T = R_a - \frac{\tau * R_{d,T} * L * (1 + R_a)}{1 + R_{d,T}} \quad (8a)$$

有了上述杠杆公司的 $R_{e,T}$ 和 $WACC_T$, 把本案例中参数值($R_a = 18\%$, $\tau = 35\%$, $R_{d,T} = 9\%$, 以及假设条件 $L = 40\%$)带入上述方程式有,

$$R_{e,T} = 18\% + \frac{2}{3} * \left[1 - \frac{35\% * 9\%}{1 + 9\%} \right] * (18\% - 9\%) = 23.8\%$$

$$WACC_T = 18\% - \frac{35\% * 9\% * 40\% * (1+18\%)}{1+9\%} = 16.6\%,$$

对应

$$\begin{aligned} V_{l,0} &= \frac{1086.00}{1+16.6\%} + \frac{1216.32}{(1+16.6\%)^2} + \frac{1432.52}{(1+16.6\%)^3} + \frac{1489.83}{(1+16.6\%)^4} + \frac{1549.42}{(1+16.6\%)^5} + \dots \\ &= \frac{1086.00}{1+16.6\%} + \frac{1216.32}{(1+16.6\%)^2} + \frac{1432.52}{(1+16.6\%)^2(16.6\% - 4\%)} \\ &= 10158.7(\text{万元}) \end{aligned}$$

依次可以计算出 $V_{l,1}, V_{l,2}, \dots$ 参见表 4 使用 WACC 法评估 M-M 杠杆公司的价值表。

Table 4. Valuation of M-M leveraged companies using WACC method

表 4. 使用 WACC 法评估 M-M 杠杆公司的价值表

时间	0	1	2	3	4
$V_{l,t}$	10,158.7	10,762.7	11,336.9	11,790.4	12,262.0

单位：万元。

(2) 使用 WACC 法的复杂和难易程度分析

通过上述分析和估值过程可以发现，在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率不变的情形下，评估杠杆公司价值主要分为两步，首先计算 $WACC_T$ ，然后利用该贴现率对全权益现金流贴现加总得出杠杆公司的价值。由于整个过程相对比较简单，因此，在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形下，使用 APV 法和 WACC 法都可以估算杠杆公司的价值，由于 APV 法需要使用迭代法倒挤杠杆公司的价值，过程比较复杂；而使用 WACC 法基本上只需要两个步骤就可以估算出杠杆公司的价值，所以相对比较简单、方便。

因此，在投资存续期间杠杆公司的杠杆比率保持不变的情形下，优先使用 WACC 法评估杠杆公司的价值。

3. 在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率不断变化的情形

在资本重组和杠杆收购等公司金融实务中，许多公司会按照兼并和收购的需要进行融资，按照融资合约，在合约期间按债务开支计划时间表偿付未清偿的融资债务，这样就形成了在债务合约期间保持一个变动杠杆比率的现实背景。在这种情形下，未来每年的未偿付的债务金额是事先确定的，但是这些债务金额并不与公司价值成固定不变的比率。根据 MM (有税)理论，此时的债务融资仍然具有税盾效应，根据前文的假设条件，此时仍然符合 APV 法和 WACC 法估值的前提条件。因此，在投资存续期间杠杆公司的杠杆比率不断变化的情形下，也可以考虑使用 APV 法和 WACC 法对杠杆公司进行定价。

为了分析 M-M 杠杆公司在杠杆比率不断变化的情形下如何使用 WACC 法和 APV 法评估杠杆公司的价值，在前述假设的前提下，可以进一步做以下债务融资假设：M-M 杠杆公司在项目的存续期间的债务融资的计划如下：现在融入债务资金 7,750 万元，然后在 1~3 年里每年减少融资规模为 850 万，也就是说，第 1~3 年依次融入债务金额为 6,900 万、6,050 万、5,200 万；从第 3 年开始，与该公司开始步入稳定期相对应，以后每年债务融资金额依次增长率为 4% (第 4 年融入债务资金 5,408 万，第 5 年融入债务资金为 5,624 万元，以后年份的融资金额以此类推)。具体的债务融资金额见下表 5 M-M 杠杆公司的债务融资金额计划表。假设 M-M 杠杆公司的融资成本为 9% 并一直稳定在该水平。

Table 5. Debt financing amount schedule of M-M leverage company
表 5. M-M 杠杆公司的债务融资金额计划表

时间	0	1	2	3	4	5
债务融资金额	7,750.00	6,900.00	6,050.00	5,200.00	5,408.00	5,624.32

单位：万元。

3.1. 使用 APV 法评估杠杆公司价值

(1) 基本原理和估算公司的推导

根据 APV 法评估杠杆公司价值的基本原理，在时间 T 的杠杆公司价值等于对应时点全权益公司价值加上杠杆公司的税盾价值，即： $V_{l,T} = V_{u,T} + VTS_T$ (3) 在这种债务融资政策下，杠杆公司的债务水平是有“外生”的——也就是，这些融资金额是不依赖未来的公司业绩，而是由偿债计划表提前决定。那么，债务融资成本就已经考虑到这些债务的风险水平。因此，使用债务融资成本对之贴现加总符合“预期收益率应与风险相匹配的基本原理”。此时的未来债务融资的税盾价值如下：

$$VTS_T = \tau * \left[R_d * D_T / (1 + R_d) + R_d * D_{T+1} / (1 + R_d)^2 + R_d * D_{T+2} / (1 + R_d)^3 + \dots \right] \quad (9)$$

把上述有关参数值代入公式(10)，可以计算出现在的税盾价值：

$$\begin{aligned} VTS_0 &= 35\% * \left[\frac{9\% * 7750}{(1+9\%)^1} + \frac{9\% * 6900}{(1+9\%)^2} + \frac{9\% * 6050}{(1+9\%)^3} + \frac{9\% * 5200}{(1+9\%)^3 * (9\% - 4\%)} \right] \\ &= 3083.7(\text{万元}) \end{aligned}$$

依次类推， $VTS_1 = 3117.2$ 万元， $VTS_2 = 3180.3$ 万元，... 在此基础上结合前述计算的全权益公司的价值，利用公式 3，就可以估算出 M-M 杠杆公司的价值。具体估算结果参见表 6 M-M 杠杆公司总价值和债权价值、股权价值结构表(偿债计划表情形)。

Table 6. Structure of total value, debt value and equity value of M-M leveraged company (in the case of debt repayment plan)

表 6. M-M 杠杆公司总价值和债权价值、股权价值结构表(偿债计划表情形)

时间	0	1	2	3	4
全权益公司价值	9,142.6	9,702.2	10,232.3	10,641.6	11,067.3
杠杆公司价值	12,226.3	12,819.4	13,412.7	13,917.6	14,474.3
VTS_T	3,083.7	3,117.2	3,180.3	3,276.0	3,407.0
债权价值	7,750.0	6,900.0	6,050.0	5,200.0	5,408.0
股权价值	4,476.3	5,919.4	7,362.7	8,717.6	9,066.3

单位：万元。

(2) 难易和复杂程度分析

通过上述的基本原理发现，在投资存续期间内杠杆公司的杠杆比率不断变化的情形下，使用 APV 法估算杠杆公司的价值简单、简洁，并可以方便的使用估算公式评估出杠杆公司的价值。

3.2. 使用 WACC 法验证杠杆公司价值

(1) 基本原理

回顾公式(4)可知, 计算杠杆公司的价值的关键在于计算其对应期限的 $WACC_T$ 。由于 $WACC_T = R_{d,T} * (1 - \tau) * D_T / V_{l,T} + R_{e,T} * E_T / V_{l,T}$, 在上式子中, $R_{d,T}$ 、 τ 是外生变量, 所以, 必须先计算出 $R_{e,T}$ 和公司杠杆比率 $D_T / V_{l,T}$ 。

根据前述公司金融的基本原理, 资产产生的现金流量(记号为 CF(A))也一定等于流向债权人的现金流(记号为 CF(B))与流向权益投资者现金流(记号为 CF(S))之和, 即

$$CF(A) \equiv CF(B) + CF(S)$$

对于杠杆公司而言,

$$CF(A) = V_{u,T} * R_a + VTS_T * R_d$$

$$CF(B) + CF(S) = D_T * R_d + E_T * R_{e,T}$$

故, 必有

$$V_{u,T} * R_a + VTS_T * R_d = R_d * D_T + E_T * R_{e,T} \quad (10)$$

根据式(3) $V_{l,T} = V_{u,T} + VTS_T$, 代入上式整理有,

$$R_{e,T} = R_a + \frac{D_T - VTS_T}{E_T} * (R_a - D_T * R_d) \quad (7b)$$

把式(7b)代入 $WACC_T = R_{d,T} * (1 - \tau) * D_T / V_{l,T} + R_{e,T} * E_T / V_{l,T}$, 解出得

$$WACC_T = R_a * (1 - VTS_T / V_{l,T}) + R_d * (VTS_T - \tau * D_T) / V_{l,T} \quad (8b)$$

而且每期的杠杆比率 $D_T / V_{l,T}$ 是变化的, 所以必须先求出每期的 $V_{l,T}$ (其中 D_T 在偿债计划表中已经给出了金额)。在这种情况下, 如果不借助 APV 法或其他方法先估算出杠杆公司的价值 $V_{l,T}$, 就无法计算每期对应的 $WACC_T$ 值; 但是, 如果已经计算出 $V_{l,T}$, 则就达到估算出杠杆公司价值的目的, 在这种情况下, 再计算 $WACC_T$ 就失去了意义。

因此, 在投资存续期间内杠杆公司的杠杆比率不断变化的情形下, 使用 WACC 法无法估算杠杆公司的价值。不过, 可以借助其他方法先评估出杠杆公司的价值, 然后使用 WACC 法验证上述方法估算杠杆公司价值的正确性。

依据上述基本原理和评估公式, 可以估算对应 $R_{e,T}$ 、 $WACC_T$, 参见表 7 杠杆比率不断变化情况下杠杆公司的股权必有收益率 $R_{e,T}$ 和 $WACC_T$ 。依据表 7 的数据, 以及表 1 中的全权益公司的现金流数据, 可以验证

$$\begin{aligned} V_{l,0} &= 1086.00 / (1 + 13.7\%) + 1216.32 / [(1 + 13.7\%) * (1 + 14.1\%)] \\ &\quad + 1432.52 / [(1 + 13.7\%) * (1 + 14.1\%) * (1 + 14.4\%)] \\ &\quad + 1489.83 / [(1 + 13.7\%) * (1 + 14.1\%) * (1 + 14.4\%) * (14.7\% - 4\%)] \\ &= 12226.3 (\text{万元}) \end{aligned}$$

$$V_{l,1} = 1216.32 / (1 + 14.1\%) + 1432.52 / [(1 + 14.1\%) * (1 + 14.4\%)]$$

$$\text{对应} \quad + 1489.83 / [(1 + 14.1\%) * (1 + 14.4\%) * (14.7\% - 4\%)] \quad ; \text{以此类推, } V_{l,2} = 13412.7 (\text{万元}), \\ = 12819.4 (\text{万元})$$

$V_{l,3} = 13917.6 (\text{万元}), V_{l,4} = 14474.3 (\text{万元})$ 。这些估算值与使用 APV 法估算出的公司价值是一致的。

Table 7. The equity return rate of leverage company must be $R_{e,T}$ and $WACC_T$ under the condition of constantly changing leverage ratio

表 7. 杠杆比率不断变化情况下杠杆公司的股权必有收益率 $R_{e,T}$ 和 $WACC_T$

项目 \ 时间	0	1	2	3	4
杠杆权益收益率 $R_{e,T}$	27.4%	23.8%	21.5%	20.0%	20.0%
$WACC_T$	13.7%	14.1%	14.4%	14.7%	14.7%

(2) 难易和复杂程度分析

通过上述的分析和计算过程我们可以发现，在投资存续期间内杠杆公司的杠杆比率不断变化的情形下，使用 WACC 法是无法估算杠杆公司的价值，但是在使用其他方法评估出公司价值以后，可以使用 WACC 法验证杠杆公司价值评估的正确性。

4. 小结：如何选择 WACC 和 APV 法

从本文的分析我们发现，作为评估杠杆公司价值的 APV 法和 WACC 法，本质上都是贴现现金流法：它们都是对杠杆公司的相关现金流，采取适当的贴现率对之贴现加总，评估杠杆公司的市场价值。当然，这两种方法也有很大的区别，其主要区别主要表现在使用什么性质的现金流，以及使用什么样对应的贴现率进行贴现加总。具体而言，WACC 法是使用杠杆公司对应的全权益公司的自由现金流，使用税后加权平均资本成本对该自由现金流进行贴现加总核算出杠杆公司的价值；而 APV 法是在全权益公司价值的基础上，对税盾现金流使用对应风险的贴现率贴现加总计算出税盾价值，然后加总评估杠杆公司的价值。

由于公司融资策略在实践中是有差异的，导致在使用什么性质、多大的贴现率对现金流贴现时要受到该实践差异的影响。在投资存续期间，杠杆公司的杠杆比率保持不变的这种融资政策下，由于使用 WACC 法可以方便、简洁、快速的计算贴现率 $WACC_T$ ，所以此时采用 WACC 法评估杠杆公司价值相对是合适的。

在资本重组和杠杆收购等公司金融实务中，由于许多公司会按照兼并和收购的需要进行融资，这样就形成了在债务合约期间会出现一个变动杠杆比率的现实背景。在这种情形下，由于杠杆公司的债务水平是“外生”的，这些融资金额是不依赖未来的公司业绩，而是由偿债计划表提前决定。那么，债务融资成本就已经考虑到这些债务的风险水平。此时对税盾产生的现金流使用债务融资成本进行贴现是合理而且是合适的。所以，此时使用 APV 法就可以方便、简洁、快速的估算杠杆公司的价值。

参考文献

- [1] Samuelson, P.A. (1937) Some Aspects of the Pure Theory of Capital. *Quarterly Journal of Economics*, **LI**, 469-496.
- [2] Modigliani, F. and Miller, M.H. (1958) The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *The American Economic Review*, **48**, 261-297.
- [3] Modigliani, F. and Miller, M.H. (1963) Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. *American Economic Review*, **53**, 333-913.
- [4] Miller, M.H. (1977) Debt and Taxes. *The Journal of Finance*, **32**, 261-275. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1977.tb03267.x>
- [5] Robichek, A.A. and Myers, S.C. (1965) Optimal Financing Decisions. Prentice Hall, Upper Saddle River.
- [6] Robichek, A.A. and Myers, S.C. (1966) Conceptual Problems in the Use of Risk-Adjusted Discount Rates. *Journal of Finance*, **21**, 727-730. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1966.tb00277.x>
- [7] Arditti, F.D. (1973) The Weighted Cost of Capital: Some Questions on Its Definition, Interpretation and Use. *Journal of Finance*, **23**, 1001-1008. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1973.tb01422.x>

- [8] Brick, J.R. and Thompson, H.E. (1978) The Economic Life of Investment and the Appropriate Discount Rate. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **13**, 831-846. <https://doi.org/10.2307/2330630>
- [9] Myers, S.C. (1974) Interactions in Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting. *Journal of Finance*, **29**, 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1974.tb00021.x>
- [10] Myers, S.C. (1977) Interactions in Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting: A Reply. *Journal of Finance*, **32**, 218-220. <https://doi.org/10.2307/2326920>
- [11] Mauer, D.C. and Triantis, A.J. (1994) Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions: A Dynamic Framework. *Journal of Finance*, **49**, 1253-1277. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1994.tb02453.x>
- [12] Bar-Yosef, S. (1977) Interactions in Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting: A Comment. *Journal of Finance*, **32**, 211-217. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1977.tb03258.x>
- [13] Ashton, D.J. and Atinks, D.R. (1978) Interactions in Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting: A Further Comment. *Journal of Finance*, **33**, 1447-1453. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1978.tb03431.x>
- [14] Miles, J.A. and Ezzell, J.R. (1980) The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets and Project Life: A Clarification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **15**, 719-730. <https://doi.org/10.2307/2330405>
- [15] Miles, J.A. and Ezzell, J.R. (1985) Re-Equationing Tax Shield Valuation: A Note. *Journal of Finance*, **40**, 1485-1492. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1985.tb02396.x>
- [16] Harris, R.S. and Pringle, J.J. (1985) Risk-Adjusted Discount Rates Extensions from the Average-Risk Case. *Journal of Financial Research*, **8**, 237-244. <https://doi.org/10.1111/j.1475-6803.1985.tb00406.x>
- [17] Kaplan, S. and Ruback, R. (1995) The Valuation of Cash Flow Forecasts: An Empirical Analysis. *Journal of Finance*, **50**, 1059-1094. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1995.tb04050.x>
- [18] Tham, J. and Vélez-Pareja, I. (2001) The Correct Discount Rate for the Tax Shield: The N-Period Case. SSRN Working Paper. <https://doi.org/10.2139/ssrn.267962>
- [19] Fernandez, P. (2004) The Value of Tax Shields Is Not Equal to the Present Value of Tax Shields. *Journal of Financial Economics*, **73**, 145-165. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2002.10.001>
- [20] Fernandez, P. (2007) A More Realistic Valuation: APV and WACC with Constant Book Leverage Ratio. *Journal of Applied Finance*, **17**, 13-20. <https://doi.org/10.2139/ssrn.946090>
- [21] Damodaran, A. (1994) Damodaran on Valuation. John Wiley and Sons, New York.
- [22] Ruback, R.S. (1995) A Note on Capital Cash Flow Valuation. Harvard Business School, Boston.
- [23] Ruback, R. (2002) Capital Cash Flows: A Simple Approach to Valuing Risky Cash Flows. *Financial Management*, **31**, 85-103. <https://doi.org/10.2307/3666224>
- [24] Fernandez, P. (2019) Equity Premium: Historical, Expected, Required and Implied. <http://ssrn.com/absTracT=933070>
- [25] Inselbag, I. and Kaufold, H. (1989) How to Value Recapitalizations and Leveraged Buyouts. *Journal of Applied Corporate Finance*, **2**, 87-96. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6622.1989.tb00182.x>
- [26] Reilly, R.R. and Wecker, W.E. (1973) On the Weighted Average Cost of Capital. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **8**, 123-126. <https://doi.org/10.2307/2329754>
- [27] 斯蒂芬 A.罗斯. 公司理财[M]. 第 11 版, 北京: 机械工业出版社, 2017: 304-357.
- [28] 理查德 A.布雷利, 斯图尔特 C.迈尔斯. 公司金融[M]. 第 12 版, 北京: 机械工业出版社, 2017: 348-418.