

Analysis of Internal Force and Deformation of Chair Double Row Piles Considering Excavation Process

Jie Liu, Xin Lu, Si-Dun He, Wei Zhou

College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan
Email: 2860557969@qq.com

Received: Nov. 27th, 2019; accepted: Dec. 11th, 2019; published: Dec. 18th, 2019

Abstract

As a new type of deep foundation pit supporting structure, there is no simple and effective design method for chair double row piles at present. Based on the basic idea of Winkler foundation beam and ignoring the vertical friction effect and spatial effect of pile-soil, this paper combines the load transfer matrix method with the plane bar system to construct the global stiffness matrix for the performance analysis of chair type double row piles, compiles the corresponding matlab calculation procedure, and carries out the corresponding engineering calculation and the analysis of the influencing factors. The engineering calculation results show that the calculated displacement and the monitored displacement have good consistency, and the calculated internal force has good regularity and comparability, which can be used as reference for the design of chair type double row pile supporting structure.

Keywords

Chair Type Double Row Pile, Load Transfer Matrix Method, Winkler Foundation, Elastic Resistance Coefficient

考虑开挖过程椅式双排桩内力及变形分析

刘杰, 罗鑫, 贺斯顿, 周伟

湖南工业大学土木工程学院, 湖南 株洲
Email: 2860557969@qq.com

收稿日期: 2019年11月27日; 录用日期: 2019年12月11日; 发布日期: 2019年12月18日

摘要

椅式双排桩作为一种新型的深基坑支护结构,目前尚无简单而有效的设计方法。本文基于Winkler地基梁基本思想,在忽略桩土竖向摩擦效应及空间效应的条件下,将荷载传递矩阵法与平面杆系结合,构建了椅式双排桩工作性状分析的整体刚度矩阵,编制了相应的Matlab计算程序,并进行了相应的工程计算及影响因素分析。工程计算结果表明,计算位移与监测位移具有较好的一致性,计算内力有较好的规律性和可比性,可供椅式双排桩支护结构设计参考。

关键词

椅式双排桩,荷载传递矩阵法,Winkler地基,弹性抗力系数

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

因双排桩具有空间刚度大、可调性强、适用于复杂多变的场地条件,是深基坑常用的一种支护方式,该支护结构包括前排桩、后排桩及连接前、后排桩的连梁,其作用机制主要是通过连梁发挥空间效应,并与桩土协同工作,支挡基坑开挖引起的不平衡土压力,达到保持坑壁稳定、控制变形、满足施工和相邻环境安全要求。目前,双排桩支护结构的设计计算方法大致可分为极限平衡法[1][2]、数值算法[3][4][5]、弹性抗力法[6][7][8]。椅式双排桩是在门型双排桩基础上创新发展而成,目前对于椅式双排桩的设计计算方法与实践探讨的相关论述极少。个别学者基于数值模拟等手段对椅式双排抗滑桩进行过初步探讨[9][10]。对椅式双排桩在深基坑中的应用及设计计算方法研究还罕见相关报道。因此,本文基于Winkler地基梁的基本思想,将荷载传递矩阵法与平面杆系结合,构建了椅式双排桩工作性状分析的总体刚度矩阵,编制了相应的程序,且依托工程案例进行了探讨。

2. 椅式双排桩平面杆系有限元模型

2.1. 基本假定及力学模型

- 1) 忽略桩土竖向摩擦效应及空间效应,假设椅式双排桩和连梁为平面刚架体系;
- 2) 为充分发挥椅式双排桩超静定结构特性,不至于使椅式双排桩形成类似于锚拉结构,双排桩净距 $B < H_2 \tan(45^\circ - \varphi/2)$ 。式中: H_2 为基坑开挖深度(m); φ 为前、后排桩间土的内摩擦角($^\circ$),对于层状地基采用加权平均内摩擦角;
- 3) 假设椅式双排桩桩底为铰支或嵌固;
- 4) 基于椅式双排桩的整体刚度、桩及桩间面板对双排桩之间土体的约束,近似将桩间土视为侧限条件下无限长弹性土体,则作用在前、后排桩上的土压力为[11] $\sigma = \mu\gamma z/(1-\mu)$ 。式中: μ 、 γ 分别为桩间土的泊松比及重度(kN/m^3); z 为计算点的深度(m)。
- 5) 在椅式双排桩支护高度范围内,假设桩间土作用于基坑开挖面上前、后排桩上的土压力为三角形分布,即基坑开挖面处的土压力强度为 $p_1 = \mu\gamma H_2/(1-\mu)$; 桩间土作用在基坑开挖面以下前排桩上的

土压力为矩形分布，其土压力强度为 $p_1 = \mu\gamma H_2/(1-\mu)$ 。如图 1 所示。

6) 结合对悬臂桩土压力分布规律研究，假定作用在椅式双排桩支护结构的后排桩上的土压力可按以下分布形式确定，坑底以上土压力(p_2)呈三角形或梯形分布，最大值在坑底，坑底至桩底的土压力(p_3)呈矩形分布。如图 1 所示。

$$p_2 = (\gamma z + q)K_a - 2c\sqrt{K_a} \quad (1)$$

$$p_3 = (\gamma H + q)K_a - 2c\sqrt{K_a} \quad (2)$$

式中： z 为计算点至地表的距离(m)； q 为地面超载(kN/m²)； c, γ 为坑底以上土的内聚力(kPa)和土的重度(kN/m³)，对于层状地基取土的加权平均内聚力和加权平均重度； K_a 为主动土压力系数， $K_a = \tan^2(45 - \varphi/2)$ ， φ 为坑底以上土的摩擦角(°)，对于层状地基采用加权平均内摩擦角； H 为基坑开挖深度(m)， $H = H_1 + H_2$ ， H_1 为后排桩悬臂高度； H_2 为双排桩支护高度(m)。

将基坑开挖面以下前、后排桩的嵌固段视为弹性地基梁；将开挖面以上的双排桩及连系梁形成的结构视为平面刚架。计算简图如图 1 所示。

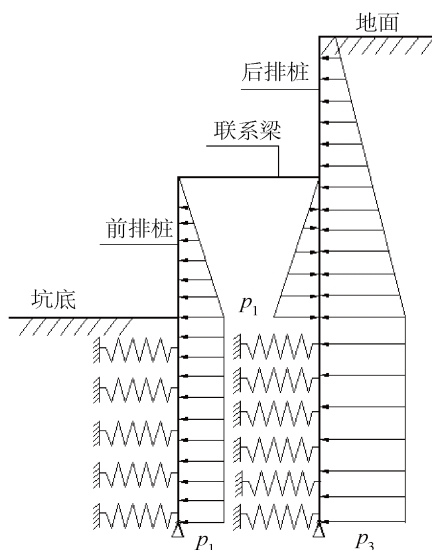


Figure 1. Computing model
图 1. 计算简图

2.2. 椅式双排桩平面杆系有限元模型建立

1) 坑底以下锚固段传递矩阵

对于在水平荷载作用下的单桩以竖向为 z 轴，以水平方向为 x 轴，则采用 m 法求解水平受荷载桩的控制微分方程为：

$$EI \frac{d^4 x}{dz^4} + Bmzx = p \quad (3)$$

式中： E 为桩身材料弹性模量(MPa)； I 为桩的截面惯性矩(m⁴)； x 为桩的横向位移(m)； z 为计算点的深度(m)； B 为桩的计算宽度(m)； m 为地基系数比例系数； p 为作用在桩上的土压力(kN/m)。

式(3)是一个变系数的常微分方程，为方便求解，将锚固段分成 n 段，每段的地基系数 $K = mz$ 用 mz_i 代替， z_i 为第 i 段中点的深度(m)。则式(3)变为如下形式的常系数常微分方程：

$$EI \frac{d^4 x}{dz^4} + 4\alpha_i^4 x = p_i \tag{4}$$

式中： α_i 为桩的变形系数， $\alpha_i = \sqrt[4]{mz_i B / (4EI)}$ ， p_i 为作用在第 i 段上土压力(kN/m)。

由微分方程理论可得式(4)的解为：

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_{i-1} A_{1z} + \varphi \frac{\phi_{i-1}}{\alpha_i} B_{1z} + \frac{M_{i-1}}{\alpha_i^2 EI} C_{1z} + \frac{Q_{i-1}}{\alpha_i^3 EI} D_{1z} + \frac{p_i}{4\alpha_i^4} \\ \varphi_i &= \alpha_i \left[x_{i-1} A_{2z} + \frac{\varphi_{i-1}}{\alpha_i} B_{2z} + \frac{M_{i-1}}{\alpha_i^2 EI} C_{2z} + \frac{Q_{i-1}}{\alpha_i^3 EI} D_{2z} \right] \\ \frac{M_i}{\alpha_i^2 EI} &= x_{i-1} A_{3z} + \frac{\varphi_{i-1}}{\alpha_i} B_{3z} + \frac{M_{i-1}}{\alpha_i^2 EI} C_{3z} + \frac{Q_{i-1}}{\alpha_i^3 EI} D_{3z} \\ \frac{Q_i}{\alpha_i^3 EI} &= x_{i-1} A_{4z} + \frac{\varphi_{i-1}}{\alpha_i} B_{4z} + \frac{M_{i-1}}{\alpha_i^2 EI} C_{4z} + \frac{Q_{i-1}}{\alpha_i^3 EI} D_{4z} \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

式中： x_i, φ_i, M_i, Q_i 分别为锚固段桩身 i 截面的位移(m)、转角(rad)、弯矩(kN·m)和剪力(kN)； p_i 为作用在第 i 段上土压力(kN/m)。 $A_{kz}, B_{kz}, C_{kz}, D_{kz}$ ($k=1,2,3,4$) 为无量纲影响系数。

$$\left. \begin{aligned} A_{1z} &= \cos(\alpha_i z) \operatorname{ch}(\alpha_i z) \\ B_{1z} &= [\sin(\alpha_i z) \operatorname{ch}(\alpha_i z) + \cos(\alpha_i z) \operatorname{sh}(\alpha_i z)] / 2 \\ C_{1z} &= \sin(\alpha_i z) \operatorname{sh}(\alpha_i z) / 2 \\ D_{1z} &= [\sin(\alpha_i z) \operatorname{ch}(\alpha_i z) - \cos(\alpha_i z) \operatorname{sh}(\alpha_i z)] / 4 \\ A_{2z} &= -4D_{1z}; A_{3z} = -4C_{1z}; A_{4z} = -4B_{1z} \\ B_{2z} &= A_{1z}; B_{3z} = -4D_{1z}; B_{4z} = -4C_{1z} \\ C_{2z} &= B_{1z}; C_{3z} = A_{1z}; C_{4z} = -4D_{1z} \\ D_{2z} &= C_{1z}; D_{3z} = B_{1z}; D_{4z} = A_{1z} \end{aligned} \right\}$$

为便于程序实现，可将式(5)写成矩阵形式如下：

$$\{u_i\} = [H_i] \{u_{i-1}\} + \{P_i\} \tag{6}$$

式中： $\{H_i\}$ 为传递矩阵； $\{u_i\} = \{x_i, \varphi_i, M_i, Q_i\}$ ； $\{P_i\} = \{p_i / (4\alpha_i^4) \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$ ； $[H_i] = [H_1] \cdot [H_2] \cdot [H_3]$ 。

$$[H_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_i^2 EI & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_i^3 EI \end{bmatrix}$$

$$[H_2] = \begin{bmatrix} A_{1z} & B_{1z} & C_{1z} & D_{1z} \\ A_{2z} & B_{2z} & C_{2z} & D_{2z} \\ A_{3z} & B_{3z} & C_{3z} & D_{3z} \\ A_{4z} & B_{4z} & C_{4z} & D_{4z} \end{bmatrix}$$

$$[H_3] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\alpha_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(\alpha_i^2 EI) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/(\alpha_i^3 EI) \end{bmatrix}$$

由式(6)可看出：如果已知 $i-1$ 截面的内力及位移，就可求出 i 截面的内力和位移。设锚固段顶(坑底处)的位移及内力为 $\{u_0\}$ ，由各段节点处的位移连续性条件及节点力平衡条件可得：

$$\begin{aligned} \{u_n\} = & \prod_{i=n}^1 [H_i] \{u_0\} + \prod_{i=n}^2 [H_i] \{P_1\} + \cdots + \prod_{i=n}^j [H_i] \{P_{j-1}\} \\ & + \cdots + \prod_{i=n}^n [H_i] \{P_{n-1}\} + \{P_n\} \end{aligned} \quad (7)$$

问题的边界条件为：

$$\left. \begin{aligned} \text{桩底为铰支时: } M_n = 0, x_n = 0 \\ \text{桩底为固支时: } x_n = 0, \varphi_n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)，即可求得锚固段和截面的位移及内力。

2) 坑底以上受荷段刚度矩阵

在椅式双排桩支护结构坑底以上的受荷段，任取一平面刚架单元，在单元局部坐标系下，杆端力及杆端位移关系可写成如下形式：

$$\{F\}^e = [k]^e \{\delta\}^e \quad (9)$$

式中： $\{F\}^e = \{Q_i M_i Q_j M_j\}$ 为平面刚架杆端节点力列阵； $\{\delta\}^e = \{x_i \varphi_i x_j \varphi_j\}$ 为平面刚架杆端节点位移列阵； $[k]^e$ 为平面刚架单元刚度矩阵。

$$[k]^e = \begin{bmatrix} 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ 6EI/l^2 & 4EI/l & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 6EI/l^2 & 2EI/l & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix}$$

由平面刚架单元节点位移连续性条件及平衡条件可得椅式双排桩支护结构坑底以上的受荷段整体刚度方程：

$$\{F\} = [k] \{\delta\} \quad (10)$$

式中： $\{F\}$ 为椅式双排桩支护结构坑底以上的受荷段节点荷载列阵； $\{\delta\}$ 为椅式双排桩支护结构坑底以上的受荷段节点位移列阵； $[k]$ 为椅式双排桩支护结构坑底以上的受荷段整体刚度矩阵。

3) 椅式双排桩整体刚度矩阵

采用坑底以下锚固段与坑底以上受荷段交界面处的位移连续性条件及平衡条件，结合式(7) (10)可将椅式双排桩支护结构整体刚度方程写成如下形式：

$$\{F\} = [K] \{\delta\} \quad (11)$$

式中： $[K]$ 为椅式双排桩支护结构整体刚度矩阵。由式(7) (11)可看出，如果已知椅式双排桩支护结构的节点力，就可求出相应的节点位移。

3. 工程算例与验证

3.1. 工程概况

为验证椅式双排桩支护结构计算方法的合理性，以作者所设计的株洲市万博珑 B 馆项目基坑工程为

算例。本工程场地为南高北低，根据现场地坪标高，结合周边道路路面标高，场地整平标高，基坑开挖深度分别为 4.5 m~9.0 m 不等。本次基坑支护总长度约 460 m。该工程地下室边线距用地红线 6.0~10 m。现以开挖深度 9.0 m 的南侧椅式双排桩支护段为例进行计算分析。根据场地岩土工程勘察报告揭露，南侧开挖后，组成基坑侧壁岩土主要为：① 4.1 m 厚杂填土；② 5.3 m 厚硬塑粉质黏土；③ 6.2 m 厚强风化泥质粉砂岩；④ 中风化泥质粉砂岩，未揭穿。相关岩土参数如表 1 所示。

Table 1. Physical parameters of soil
表 1. 土的物理参数

土层名称	重度(KN/m ³)	内摩擦角(°)	粘聚力(kPa)
素填土	19.5	10.0	10.0
粉质黏土	20.1	16.0	30.5
强风化泥质粉砂岩	23.2	40 (综合内摩擦角)	
中风化泥质粉砂岩	24.3	48 (综合内摩擦角)	

3.2. 支护结构设计计算

根据本工程场地地形情况，为方便基坑土方开挖，经专家论证，最终基坑南侧决定基坑支护采用椅式双排桩支护结构，单排双轴水泥土搅拌桩止水。前、后排桩桩顶标高均与现状地面标高相同，前排桩桩顶标高比后排桩桩顶低 4.0 m，结构形式如图 1 所示。前、后排直径均为 1.0 m，间距 2.0 m，排距 4.0 m。两排桩在坑底以下的嵌固深度均为 11.0 m。前、后排桩及连系梁标高比后排桩桩顶冠梁标高低 4.0 m。前、后桩桩顶冠梁截面尺寸为 1100 × 800 mm，连接前、后排桩的连系梁为厚度是 800 mm 的钢筋混凝土板，所有构件混凝土强度等级均为 C30。

实际计算中，桩底边界条件采用铰支座。前、后排桩坑底以下的嵌固段按“m”法计算，将嵌固段分成 22 段，每段长 0.5 m。坑底以上受荷段采用刚架单元，单元长 0.5 m。分两个工况计算，开挖深度 4.5 m 作为第一工况，开挖深度从 4.5 m 至 9.0 m 作为第二工况。计算简图如图 1 所示。地基系数按《建筑基坑支护技术规程》(JGJ120-2012)中的公式计算：

$$m = \frac{0.2\varphi^2 - \varphi + c}{v_b} \quad (12)$$

式中： c, φ 分别为土的黏聚力(kPa)和土的内摩擦角(°)； v_b 支护结构在坑底处的水平位移(mm)，可取 $v_b = 10 \text{ mm}$ 。

图 2、图 3 分别为工况一及工况二椅式双排桩支护结构水平位移及桩身弯矩计算结果。

3.3. 工程实测结果分析

根据基坑变形监测结果，选取基坑南侧中部前后排桩桩顶监测点为代表进行对比分析。该侧第一步开挖至 4.5 m (工况一)，后排桩桩顶位移达到 25 mm，理论值与实测值相差 4%。待前排桩及与后排桩连接的连系梁施工完成，形成椅式双排桩空间支护结构后，继续进行基坑开挖，一次开挖到坑底 15 天后，后排桩桩顶位移达到 39.3 mm，前排桩桩顶位移达到 19.5 mm，且前后排桩桩顶水平位移逐渐趋于稳定，后排桩桩顶位移理论值与实测值相差 1.2%，前排桩桩顶位移理论值与实测值相差 2.5%。结果表明：实测值与理论值很接近，这说明本文提出的椅式双排桩支护结构计算方法及计算模型是可行的，对椅式双排桩支护结构设计有指导意义。

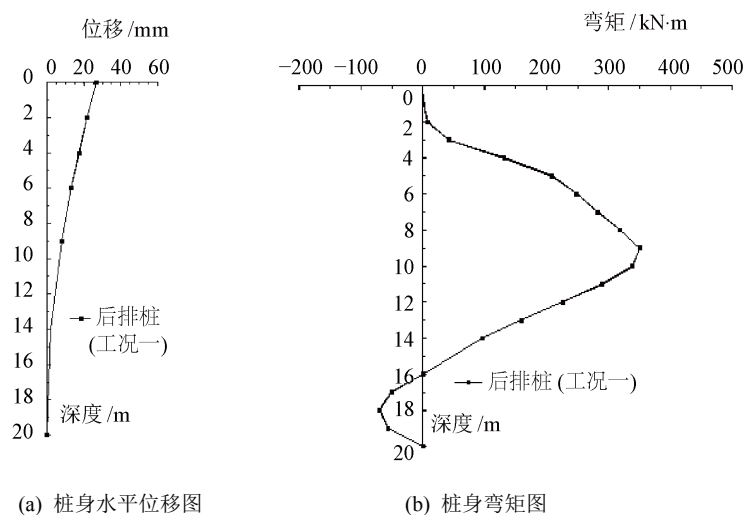


Figure 2. Calculation results of chair type double row pile supporting structure (Working condition 1)

图 2. 椅式双排桩支护结构计算结果(工况一)

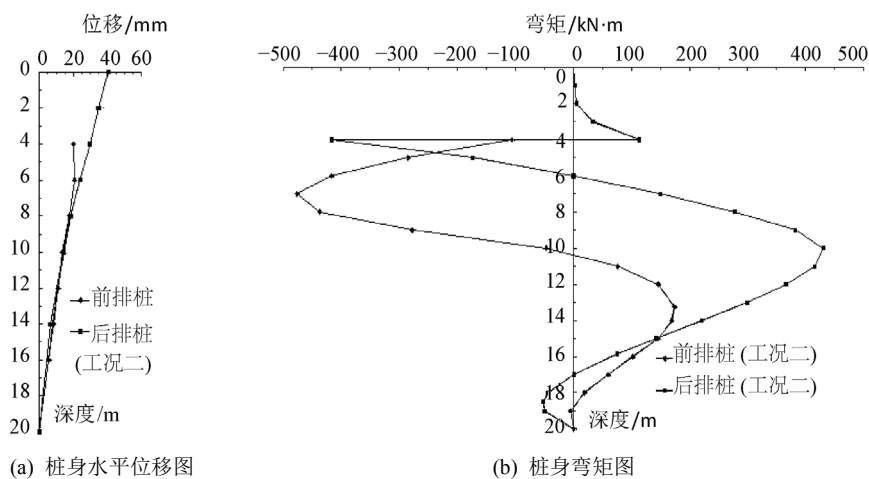


Figure 3. Calculation results of chair type double row pile supporting structure (Working condition 2)

图 3. 椅式双排桩支护结构计算结果(工况二)

4. 结论

本文基于 Winkler 地基梁基本思想, 将荷载传递矩阵法与平面杆系结合应用于椅式双排桩支护结构工作性状分析。工程应用及理论计算结果表明, 计算位移与监测位移具有较好的一致性, 计算内力有良好的规律和可比性, 为椅式双排桩支护结构设计计算提供了可参考的理论依据。

致 谢

感谢审稿人和编辑部提供的有益建议。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(NO: 51978260)。

参考文献

- [1] 何颐华, 杨斌, 金宝森, 等. 双排护坡桩试验与计算的研究[J]. 建筑结构学报, 1996, 17(2): 58-66.
- [2] 戴智敏, 阳凯凯. 深基坑双排桩支护结构体系受力分析与计算[J]. 信阳师范学院学报, 2002, 15(3): 348-351.
- [3] 郑刚, 李欣, 刘畅. 考虑桩土相互作用的双排桩分析[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(1): 99-106.
- [4] 应宏伟, 初振环. 带撑双排桩支护结构性状分析[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(增刊): 1451-1456.
- [5] 平扬, 白世伟, 曹俊坚. 深基双排桩空间协同计算理论及位移反分析[J]. 土木工程学报, 2001, 2(34): 79-84.
- [6] 吴才德, 龚迪快, 王洁栋. 门架加锚杆复合结构在超大基坑中的应用[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(12): 1781-1785.
- [7] 吴刚, 白冰, 聂庆科. 深基坑双排桩支护结构设计计算方法研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2753-2758.
- [8] 刘泉声, 付建军. 考虑桩土效应的双排桩模型及参数研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 481-486.
- [9] Xiao, S.G. (2010) Approximate Theoretical Solution of Distribution Modes of Landslide Thrust on Anti-Sliding Piles in Soil-Like Slopes or Landslides. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **32**, 120-123.
- [10] Xiao, S.G. (2010) Analytical Method for h-Type Combined Anti-Sliding Pile Retaining Landslide or Excavated Slope and Its Application to Practical Projects. *Rock and Soil Mechanics*, **31**, 2146-2152.
- [11] 刘钊. 双排支护结构分析及试验研究[J]. 岩土工程学报, 1992, 14(5): 76-80.