

# 基于ARIMA模型的重庆GDP预测研究

耿春燕

重庆建筑工程职业学院, 重庆

收稿日期: 2022年7月21日; 录用日期: 2022年8月1日; 发布日期: 2022年8月15日

## 摘要

对1978年至2021年重庆GDP数据, 利用R软件建立ARIMA模型, 对建立的模型进行优化评估, 并用该模型预测重庆2017~2021年GDP数据, 与真实数据进行比较, 以确定模型预测的准确性。根据建立的时间序列分析得到最优模型为ARIMA(2, 2, 2), 预测值与实际值的平均相对误差为1.36%, ARIMA模型很好地拟合了重庆GDP发展的趋势。可以利用ARIMA模型进行较准确的短期预测, 为重庆经济的发展提供参考。

## 关键词

GDP, 单位根检验, ARIMA, 预测

# Research on Chongqing GDP Forecast Based on ARIMA Model

Chunyan Geng

Chongqing Vocational College of Architectural Engineering, Chongqing

Received: Jul. 21<sup>st</sup>, 2022; accepted: Aug. 1<sup>st</sup>, 2022; published: Aug. 15<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

Based on the GDP data of Chongqing from 1978 to 2021, the ARIMA model was established by R software, and the model was optimized and evaluated. The model was used to predict the GDP data of Chongqing from 2017 to 2021, and compared with the real data to determine the accuracy of the model prediction. According to the established time series analysis, the optimal model is ARIMA(2, 2, 2), and the average relative error between the predicted value and the actual value is 1.36%. The ARIMA model fits the GDP development trend of Chongqing well. The ARIMA model can be used to make a more accurate short-term forecast and provide reference for the economic development of Chongqing.

## Keywords

GDP, Unit Root Test, ARIMA, Forecast

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

GDP (国内生产总值), 是一个国家(或地区)所有常住单位在一定时期内生产活动的最终成果。GDP 是国民经济核算的核心指标, 也是衡量一个国家或地区经济状况和发展水平的重要指标。重庆是国家中心城市, 是西部大开发的重要战略支点、处在“一带一路”与长江经济带的联结点上, 还有成渝地区双城经济圈、西部陆海新通道等国家战略部署“加持”, 区位优势明显、战略意义重大。由此可见, 重庆重要的政治地位和地理位置对西部经济的发展起到了很重要的作用。最近几年来, 重庆的经济呈现快速增长的趋势, 曾连续 15 年保持两位数高增长, 自 2018 年开始, GDP 增速放缓。本文就对重庆 GDP 数据进行分析研究, 而预测重庆 GDP 具有一定的现实和指导意义。

差分自回归移动平均(differential autoregressive moving average, ARIMA)模型是由美国统计学家 Box 和英国统计学家 Jenkins 于 20 世纪 70 年代初提出的时间序列分析、预测和控制的方法, 又称 Box-Jenkins 法, 主要用于拟合具有平稳性或者可以被转换为平稳序列的时间序列。

ARMA( $p, q$ )模型是自回归模型(AR)和滑动平均模型(MA)的结合形式, 方程形式为:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i r_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i}$$

$\{a_t\}$  是白噪声序列,  $p, q$  是非负整数, The AR and MA models 是 ARMA( $p, q$ )模型的特例。使用滞后算子运算, 模型也可以表示为:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) r_t = \phi_0 + (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

ARMA 模型只能在的平稳时间序列中应用, 对于非平稳的序列, ARMA 模型却不再适用, 这时就需要引入一个新的模型 ARIMA, 即对所研究的非平稳时间序列做差分(differencing), ARIMA( $p, 1, q$ )意味着非平稳时间序列做一次差分达到平稳, ARIMA( $p, 2, q$ )意味着非平稳时间序列做二次差分达到平稳后可建模[1]。

## 2. 模型的资料和方法

本文的重庆 GDP 数据来自于中国统计年鉴, 1978~2021 的 GDP 数据。

首先对所建模的重庆 GDP 数据进行平稳性检验, 即单位根检验。使用 urca 程序包中 ur.df 函数进行检验式的判断与单位根的检验[1]。5%的显著性水平下无法拒绝原假设, 认为存在单位根, GDP 时间序列是非平稳的, 进行第一次差分。对差分后的 GDP 再进行单位根检验, 发现 5%的显著性水平下仍然无法拒绝原假设, 认为存在单位根, 一阶差分后的 GDP 时间序列是非平稳的。二次差分后的 GDP 单位根检验, 在 5%的显著性水平下拒绝原假设, 认为不存在单位根, 二阶差分 GDP 时间序列是平稳的, 故所建模型应为 ARIMA( $p, 2, q$ )。

用 TSA 程序包的 EACF 来计算样本的 EACF 值, 估计可能的  $p, q$  值。从样本 EACF 图可以看到一

个明显的倒三角区域,其左上方断点在  $AR = 1$  与  $MR = 2$  处,再结合 ACF 图与 PACF 图所看到的图形形态,试着选择多个  $p$ 、 $q$ ,用 AIC 最小的准则,选取最佳模型[1]。

用 ACF 图和 Ljung-box 统计量检验残差是否符合白噪声,以确定模型是否合适与充分。

用拟合值(原始序列值 + 残差)的算法,将所有观察值的拟合值算出,并跟原始数列比较来检验模型的可靠性[2]。

利用所建模型,预测 2017~2021 年的重庆 GDP 分析可看到来检验模型的预测性能。

### 3. ARIMA 模型对重庆 GDP 的预测及实证结果分析

对重庆 1978~2021 年 44 个 GDP 数据进行分析,为了检验模型的预测能力,现在选取前 39 个 GDP 数据即 1978~2016 的用来建模,利用所建模型预测后 5 年(2017~2021)的 GDP 与实际值进行比较来检验模型的预测能力。

利用 FinTS 包中的 FinTS.stats 函数得到重庆 GDP 数据(1978~2021)的常用描述性统计量如下表 1:

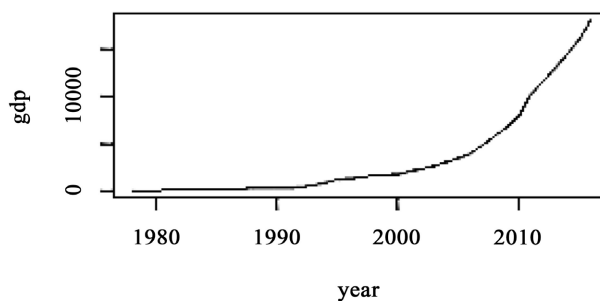
**Table 1.** Descriptive statistics for Chongqing GDP

**表 1.** 重庆 GDP 数据描述性统计量

Start	Size	Mean	SD	Skewness	Excess.Kurtosis	Minimum	Maximum
1	44	5861.211	8006.5	1.352907	0.5018266	71.7	27894.02

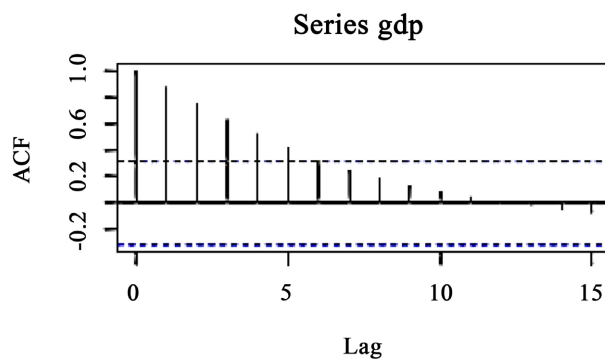
#### 3.1. 数据平稳性检验与处理

根据 1978~2021 年的重庆 GDP 数据,画出时间序列图如图 1 所示。



**Figure 1.** Time series of Chongqing GDP from 1978 to 2022

**图 1.** 重庆 GDP 时间序列图(1978~2022)



**Figure 2.** ACF of Chongqing GDP

**图 2.** 重庆 GDP 的 ACF 图

从图中可以看出，GDP 的时间序列图呈现增长的趋势，并没有出现周期性和季节性的波动，ACF 图(图 2)也显示样本的衰减较慢，显而易见，这个时间序列明显是非平稳的，但无法直观判断这个非平稳时间序列属于随机游走(1)、带漂移(2)、带趋势项(3)的哪一类。

$$\Delta y_t = \gamma \gamma_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\Delta y_t = a + \gamma \gamma_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\Delta y_t = a + \gamma \gamma_{t-1} + \delta t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3)$$

在判断单位根时采用哪种检验式，本文使用 urca 程序包中 ur.df 函数进行检验式的判断与单位根的检验。首先对带趋势项的式子即(3)中设定进行检验，原假设，检验统计量值 phi3 为 5.8679，phi3 的 1%，5%，10%的显著性水平下的临界值分别为 9.31、6.73、5.61，即在 5%的显著性水平下无法拒绝原假设，认为 GDP 时间序列不应该采用带趋势项的(3)式进行单位根检验。再对带漂移项的式子的(2)式进行单位根检验显示，检验统计量值 phi2 为 5.1485，phi2 的 1%，5%，10%的显著性水平下的临界值分别为 7.06、4.86、3.94，即在 5%的显著性水平下拒绝原假设，认为 GDP 时间序列应该采用带趋势项的(2)式进行单位根检验。在此用检验式下单位根检验的 tau2 检验统计量值为 2.99，tau2 的 1%，5%，10%的显著性水平下的临界值分别为-3.58、-2.93、-2.60，即 5%的显著性水平下无法拒绝原假设，认为存在单位根，GDP 时间序列是非平稳的。

对这个非平稳的序列进行第一次差分，得到一次差分后的时间序列如图 3 所示，图中有明显的增长趋势，ACF 图(图 4)仍然显示出样本的自相关性很强，初步说明序列是不平稳的，同样使用 urca 包中 ur.df 函数进行检验式的判断与单位根的检验。仍然对带趋势项的式子即(3)中设定进行检验，原假设，检验统计量值 phi3 为 2.29，phi3 的 1%，5%，10%的显著性水平下的临界值分别为 9.31、6.73、5.61，即在 5%的显著性水平下无法拒绝原假设，认为 GDP 时间序列不应该采用带趋势项的(3)式进行单位根检验。再对带漂移项的式子的(2)式进行单位根检验显示，检验统计量值 phi2 为 1.24，phi2 的 1%，5%，10%的显著性水平下的临界值分别为 7.06、4.86、3.94，即在 5%的显著性水平下无法拒绝原假设，认为 GDP 时间序列不应该采用带趋势项的(2)式进行单位根检验。最后对随走游走模型(1)式进行单位根检验显示，单位根检验的 tau1 检验统计量值为 1.21，tau1 的 1%，5%，10%的显著性水平下的临界值分别为-2.62、-1.95、-1.61，即 5%的显著性水平下无法拒绝原假设，认为存在单位根，一阶差分 GDP 时间序列是非平稳的。

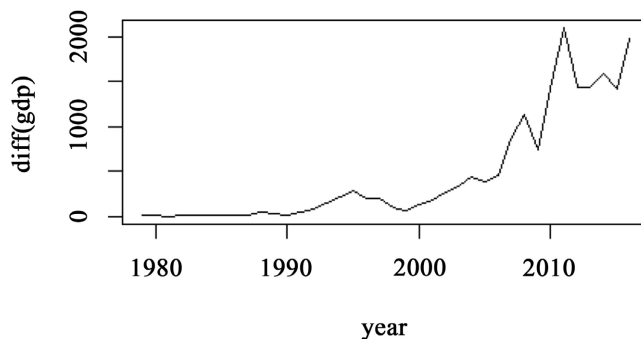
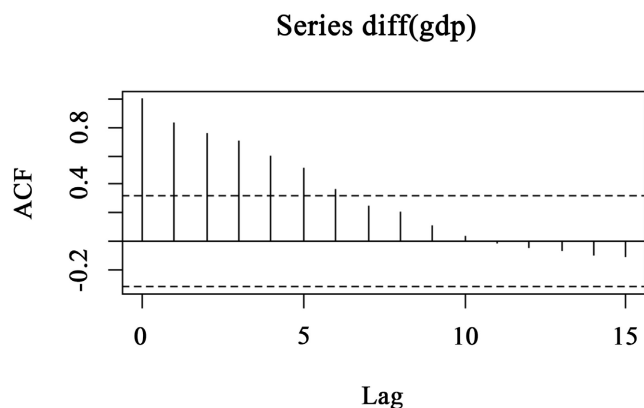


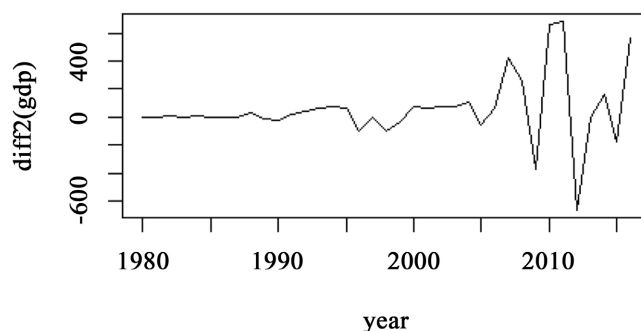
Figure 3. Time series of the first differenced series of GDP  
图 3. 一次差分后 GDP 时间序列图

对这个非平稳的 GDP 序列进行第二次差分，得到二次差分后的时间序列如图 5 所示，从图 5 可以看出序列是围绕 0 值上下波动的，ACF 图(图 6)显示出样本的自相关性已大大减弱，但需要进行单位根检验

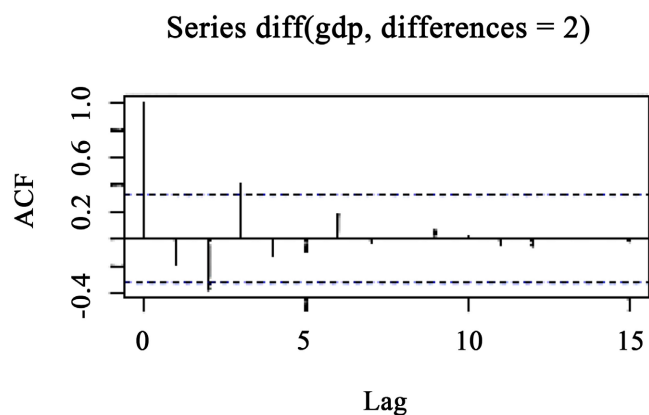
来验证。对带趋势项的式子即(3)中设定进行检验,原假设,检验统计量值  $\phi_3$  为 2.29,  $\phi_3$  的 1%, 5%, 10% 的显著性水平下的临界值分别为 9.31、6.73、5.61, 即在 5% 的显著性水平下不能原假设, 不认为 GDP 时间序列应该采用带趋势项的(3)式进行单位根检验。在用此检验式下单位根检验的  $\tau_3$  检验统计量值为 -6.44,  $\tau_1$  的 1%, 5%, 10% 的显著性水平下的临界值分别为 -4.15、-3.50、-3.18, 即 5% 的显著性水平下拒绝原假设, 认为不存在单位根, 二阶差分 GDP 时间序列是平稳的。



**Figure 4.** ACF of the first differenced series of GDP  
**图 4.** 一次差分后 GDP 的 ACF 图



**Figure 5.** Time series of the second differenced series of GDP  
**图 5.** 二次差分后 GDP 时间序列图



**Figure 6.** ACF of the second differenced series of GDP  
**图 6.** 二次差分后 GDP 的 ACF 图

### 3.2. 确定 ARIMA 模型的阶数

从上述分析得到，二次差分后的重庆 GDP 序列是平稳，对二次差分后序列进行 ARIMA 阶的确定与建模。用 TSA 程序包的 EACF 函数做 EACF 图(图 7)，估计可能的  $p$ 、 $q$  值。

AR/MA	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	○	×	×	○	○	○	○	○	○
1	○	×	○	○	○	○	○	○	○
2	×	○	○	○	○	○	○	○	○
3	×	○	○	○	○	○	○	○	○
4	×	○	○	○	○	○	○	○	○
5	×	○	○	○	○	○	○	○	○
6	×	×	○	○	○	○	○	○	○
7	○	×	○	○	○	○	○	○	○
8	○	×	○	○	○	○	○	○	○

Figure 7. Results of EACF  
图 7. EACF 结果图

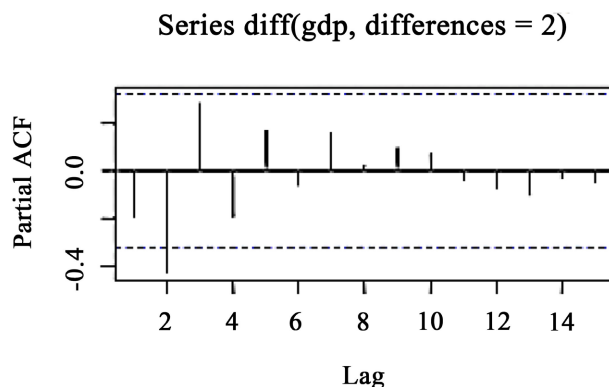


Figure 8. PACF of the second differenced series of GDP  
图 8. 二次差分后 GDP 的 PACF 图

从样本 EACF 图可以看到一个明显的倒三角区域，其左上方断点在  $AR = 1$  与  $MR = 2$  处，再结合 ACF 图与 PACF 图(图 6, 图 8)所看到的图形形态，试着选择：ARIMA(1, 2, 2)，ARIMA(0, 2, 2)，ARIMA(0, 2, 3)，ARIMA(0, 2, 0)，ARIMA(1, 2, 3)，ARIMA(2, 2, 2)得到每个模型的 AIC 值见表，从表 2 中观察得到 ARIMA(2, 2, 2)模型的 AIC 值最小，故使用 ARIMA(2, 2, 2)模型来分析数据。

Table 2. Comparison of different ARIMA models  
表 2. 不同 ARIMA 模型比较

ARIMA	(1, 2, 2)	(0, 2, 2)	(0, 2, 3)	(0, 2, 0)	(1, 2, 3)	(2, 2, 2)
AIC	506.59	505.66	503.71	513.42	502.62	500.50

### 3.3. 模型的检验

模型的残差序列必须是白噪声说明模型是合适和充分的。本文利用 ACF 图和 Ljung-box 统计量检验残

差是否符合白噪声。从残差的 ACF 图(图 9)中看出样本的自相关函数值都在二倍标准差以内,说明无明显自相关。Ljung-Box 统计量给出  $Q(5) = 0.44$ 、 $Q(10) = 4.37$ , P 值分别为 0.66、0.44,均大于 0.05,即在 5% 的水平下模型的残差并无显著的序列相关。从残差的 ACF 图和 Ljung-Box 统计量说明模型是合适和充分的。

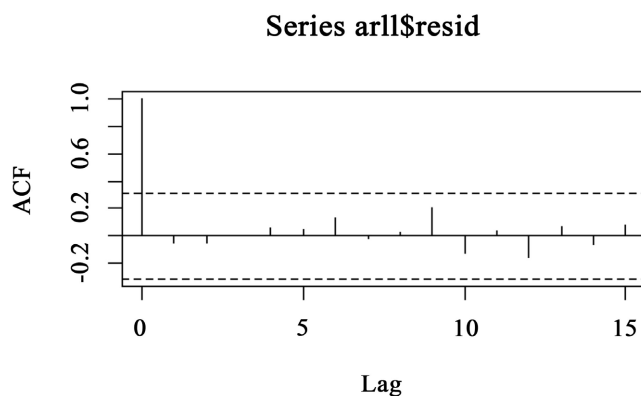


Figure 9. ACF of residual series

图 9. 残差的 ACF 图

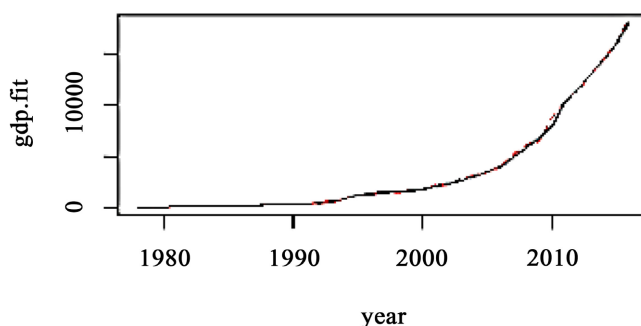


Figure10. The fitted values (dashed line) and the actual observations (solid line) of GDP

图 10. GDP 的拟合值(虚线)与实际值(实线)

### 3.4. 拟合和预测

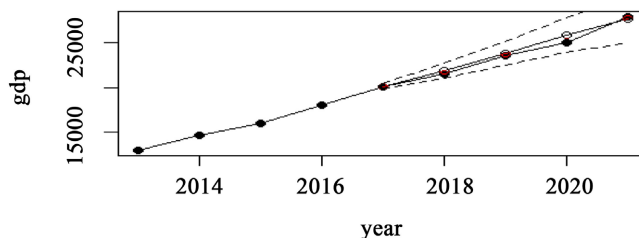
用拟合值(原始序列值 + 残差)的算法,将所有观察值的拟合值算出,并跟原始数列比较来检验模型的可靠性与准确性。图 10 显示模型和原始数据拟合很好,说明模型可靠的和准确的。

利用 ARIMA(2, 2, 2)模型,预测 2017~2021 年的重庆 GDP,预测结果如表所示,从表 3 分析可看到 5 年预测的平均误差仅为 1.36%,模型的预测性能准确。图 11 显示利用 R 软体做出的模型 5 步向前预测值,即 2017~2021 的预测值与真实值的对比以及预测值 95%置信的区间预测上下线。

Table 3. Comparison of the forecasts and actual observations in ARIMA(2, 2, 2)

表 3. ARIMA(2, 2, 2)预测值与实际值的比较

年份	2017	2018	2019	2020	2021
预测值	20135.49	21860.19	23841.31	25849.29	27666.79
标准差	173.99	442.64	680.22	973.35	1321.97
实际值	20066.30	21588.80	23605.80	25002.79	27894.02
相对误差	0.34%	1.26%	1.00%	3.39%	-0.81%



**Figure 11.** The forecasts (hollow circles) and actual observations (solid circles), and dashed lines show 95% interval forecasts from 2017 to 2021

**图 11.** 2017~2021 的预测值(空心)与真实值(实心)预测值 95% 的区间预测上下线(虚线)

#### 4. 结语

ARIMA 模型只能做短期的预测, 在实际应用过程中, ARIMA 模型预测短期的效果很好, 但预测时间的延长会导致模型的误差变大。另外, ARIMA 模型仍是一种传统的线性时间序列模型, 预测时仅仅考虑从历史看未来, 而没有加入可能影响未来的各种因素, 如重庆新冠肺炎疫情的严重性对其 GDP 的影响, 还有“一带一路”对重庆经济的影响, 这些都是未来影响 GDP 增长的因素, 也是模型中所无法体现出来的。因此用 ARIMA 模型只以历史数据做短期的预测, 仅以用来参考[3]。

#### 参考文献

- [1] Tsay, R.S. (2010) Analysis of Financial Time Series Second Edition. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 58-61. <https://doi.org/10.1002/9780470644560>
- [2] 陈景祥. R 软件应用统计方法[M]. 大连: 东北财经大学出版社, 2014: 558-572.
- [3] 瞿海情, 何先平. 基于时间序列分析的湖北省 GDP 预测模型研究[J]. 湖北经济学院学报(人文社会科学版), 2021(9): 37-39.