Service Science and Management 服务科学和管理, 2015, 4, 15-22
Published Online July 2015 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/ssem
http://dx.doi.org/10.12677/ssem.2015.44B003

Hans汉斯

Study on the Quantity Flexibility Contract in the Dual-Channel Supply Chain

Yumeng Zhang, Zhen Wang

Academy of Chinese Energy Strategy, China University of Petroleum (Beijing), Beijing
Email: kathryn1993@sina.com

Received: Apr. 7th, 2015; accepted: Jul. 10th, 2015; published: Jul. 17th, 2015

Abstract

Recently, more manufacturers choose dual-channel, combination online channel with offline, as a strategy with the emergence of online channel. Meanwhile, quantity flexibility contracts are one of the most widespread contracts in the supply chain coordination. This paper integrates them together and analyze the optimal order quantity in the manufacturer's dual channel with the quantity flexibility contract. It is proved that quantity flexibility contract can coordinate the supply chain between the manufacturer and the retailer. Both of their profits are also increased. Then, profits of the whole supply chain can be optimized.

Keywords

Quantity Flexibility Contract, Dual-Channel Supply Chain, Numerical Analysis

双渠道供应链中的数量弹性契约研究

张雨濛，王　震

中国能源战略研究院，中国石油大学(北京)，北京
Email: kathryn1993@sina.com

收稿日期：2015年4月7日；录用日期：2015年7月10日；发布日期：2015年7月17日

摘　要

近年来，线上销售渠道的兴起使更多的制造商选择了线上线下同时销售的双渠道模式。同时数量柔性契

约是应用比较广泛的供应链协调契约之一。本文将二者进行结合，分析了数量柔性契约下制造商双渠道供应链的库存决策策略。证明了数量柔性契约对供应商和零售商之间的决策行为进行协调，同时增加二者的利润，使得供应链的整体利润达到最优。

关键词

数量弹性契约，双渠道供应链，算例分析

1. 引言

在供应链的实际运行中，库存优化成为了目前的难点问题之一。而制造商与零售商的契约行为成为了解决库存问题的有效方法。众多的契约中，数量弹性契约(以下简称 QF 契约)是目前应用较为广泛的契约之一。QF 契约是指零售商通过观察市场需求状况后，可以向制造商要求改变最初订货量的协议。零售商在销售季节前先给制造商提供一个产品订购量，并且在实际销售中，零售商可以对最初订货量进行一定调整，即零售商可以全额退回给制造商一定限额的未销售产品。

近年来，有关 QF 契约的研究逐渐增多，并且对 QF 契约的模型进行了逐渐的扩展与加深。Tsay [1]研究了多周期的 QF 契约模型，将单周期延展到多周期。Plambeck 和 Taylor [2]研究了多个销售商的 QF 契约模型。Wu 等[3]用贝叶斯过程修正需求信息的方式分析了 QF 契约。Bakal 等[4]研究了弹性数量契约条件下由一个供应商和一个销售两种产品的零售商组成的供应链的协调机制。李豫湘等[5]在两个零售商环境下研究了 QF 契约的适用性，认为 QF 契约可以对该种情况进行协调。

已有的文献对 QF 契约进行了深入的研究。但是双渠道供应链的兴起使得传统的供应链模型适用范围缩小。随着电子商务的发展，越来越多的制造商在进行传统线下销售的同时，开辟了线上销售渠道，即制造商双渠道供应链。由于双渠道供应链的高效率、挖掘潜在需求等优点，双渠道供应链已经成为当下的热门选择。林勇，陈志祥[6]首次在电子商务背景下将各个渠道的消费者需求量和供应商作为变量引入了含有线上销售渠道的供应链模式中。Agatz [7]阐述了双渠道供应链库存优化策略，分别给出了分散管理与集中管理的各自优化模型，介绍了在集中管理情况下的双渠道供应链利润函数，以缺货成本和配送成本计算了库存成本。Tsay 等[8]对双渠道供应链的定价模型、协调和冲突问题进行了深入的综述分析。Yao 等[9]研究发现存在一个最优的批发价格可以使以上两种情况下的双渠道供应链总利润达到最优。Raju 等[10]研究了由制造商和强势零售商组成的双渠道供应链的协调问题，发现采用数量折扣和两部定价合同可以协调双渠道供应链。陈树桢等[11]研究了补偿激励下双渠道供应链协调的合同设计问题，发现单独的促销补偿策略不能实现供应链的协调。王虹等[12]对双渠道供应链的定价和库存联合决策进行了研究。

虽然对 QF 契约与双渠道供应链的分别研究很多，却没有学者对二者进行结合分析。在二者应用均广泛的现在，更应该对其结合的效率进行分析研究。本文考虑库存的制造商双渠道供应链，并验证其在 QF 契约下的协调结果，探究了在 QF 契约下，批发价格与系数 δ 的关系。并且在δ的取值变化时，分析了零售商和制造商利润的相应变化。

2. 模型构建

本文考虑由一个制造商和一个零售商构成的制造商双渠道供应链。由图 1 所示，制造商同时通过线下渠道(零售商)与线上渠道进行销售。制造商和零售商均为风险中性，以最大化利润为目标。

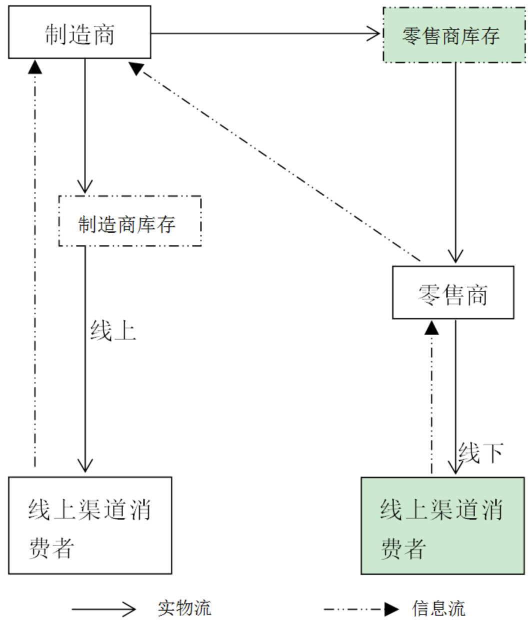

Figure 1. Manufacturer’s dual-channel model
图 1. 制造商双渠道模型

制造商以批发价 w 向零售商出售商品，制造商的单位生产成产为 c。线上与线下的销售单价分别为 p_m 与 p_r，季末未售出产品的单位残余价值均为 v，假设 $v<c<w\le p_m,p_r$。零售商的订货量为 q_r，制造商为线上销售准备的货量为 q_m。消费者对线上与线下产品的需求量分别为 D_m 与 D_r，假设 $D_m=(1-u)X-p_m+\theta p_r$，$D_r=uX-p_r+\theta p_m$，其中 u 为线下渠道的销售份额($0<u<1$)，θ为交叉价格影响系数($0<\theta<1$)。X 的分布函数为 $F(x)$，概率密度函数为 $f(x)$。

产品销售量为 $S(q_i)=\min(q_i,D_i)$，$i=r,m$。季末超库存量为 $I(q_i)=q_i-S(q_i)$，$i=r,m$。假设 $q_m=(1-u)x_m-p_m+\theta p_r$，$q_r=ux_r-p_r+\theta p_m$。

$$S(q_r)=\min(q_r,D_r)=\begin{cases}ux-p_r+\theta p_m,(x_r>x)\\ q_r,(x_r\le x)\end{cases},$$

则销售量的期望为

$$ES(q_r)=E\min(q_r,D_r)=\int_0^{x_r}(ux-p_r+\theta p_m)f(x)dx+\int_{x_r}^{\infty}q_r f(x)dx=q_r-u\int_0^{x_r}F(x)dx\text{。}$$

同理

$$ES(q_m)=E\min(q_m,D_m)=q_m-(1-u)\int_0^{x_m}F(x)dx\text{。}$$

季末超库存量的期望为

$$\mathrm{EI}(q_r)=q_r-\mathrm{ES}(q_r)=u\int_0^{x_r}\mathrm{F(x)}dx,$$

$$\mathrm{EI}(q_m)=q_m-\mathrm{ES}(q_m)=(1-u)\int_0^{x_m}\mathrm{F(x)}dx\text{。}$$

可以得到零售商的利润为

$$\pi_r = p_r S(q_r) + vI(q_r) - wq_r ,$$

期望利润为

$$E\pi_r = p_r ES(q_r) + vEI(q_r) - wq_r = (p_r - w)q_r - (p_r - v)u\int_0^{x_r} F(x)dx \tag{1}$$

制造商的利润为

$$\pi_m = p_m S(q_m) + vI(q_m) - c(q_r + q_m) + wq_r ,$$

期望利润为

$$E\pi_m = p_m ES(q_m) + vEI(q_m) - c(q_r + q_m) + wq_r = (p_m - c)q_m - (p_m - v)(1-u)\int_0^{x_m} F(x)dx + (w-c)q_r \tag{2}$$

供应链整体的期望利润为

$$E\pi = E\pi_r + E\pi_m = (p_r - c)q_r - (p_r - v)u\int_0^{x_r} F(x)dx + (p_m - c)q_m - (p_m - v)(1-u)\int_0^{x_m} F(x)dx \tag{3}$$

3. 模型分析

3.1. 集中决策下的最优库存量

集中决策下，制造商与零售商作为一个整体，以整体利润最大化为目标。对式(3)进行一、二阶求导。

$$A = \frac{\partial^2 E\pi}{\partial {q_r}^2} = -\frac{(p_r - v)}{u} f(x_r) < 0 ,$$

$$B = \frac{\partial^2 E\pi}{\partial q_r q_m} = 0 ,$$

$$C = \frac{\partial^2 E\pi}{\partial {q_m}^2} = -\frac{(p_m - v)}{1-u} f(x_m) < 0 ,$$

且 $AC - B^2 > 0, A < 0$，

因此整体期望利润方程(3)存在极大值解。

由 $\frac{\partial E\pi}{\partial q_r} = (p_r - c) - (p_r - v)F(x_r) = 0$；

$$\frac{\partial E\pi}{\partial q_m} = (p_m - c) - (p_m - v)F(x_m) = 0 。$$

可得 $F(x_r^*) = \frac{p_r - c}{p_r - v}$， $q_r^* = uF^{-1}\left(\frac{p_r - c}{p_r - v}\right) - p_r + \theta p_m$； $F(x_m^*) = \frac{p_m - c}{p_m - v}$，

$q_m^* = (1-u)F^{-1}\left(\frac{p_m - c}{p_m - v}\right) - p_m + \theta p_r$。

可知集中决策下的最优订货量 q_r^* 与 q_m^*，与 δ、 w 无关，在设定契约之前就可以确定。只要供应链产品的残余价值 v、生产成本 c、线上线下的销售价格 p_m, p_r 确定，就可以得到使整体利润最大化的最优订货量。

3.2. 分散决策下的最优库存量

分散决策下制造商与零售商均以自身利润最大化为目标。对式(1)、式(2)进行一阶、二阶求导：

$$\frac{\partial^2 E\pi_r}{\partial {q_r}^2}=-\frac{(p_r-v)}{u}f(x_r)=<0,$$

$$\frac{\partial^2 E\pi_m}{\partial {q_m}^2}=-\frac{(p_m-v)}{1-u}f(x_m)<0.$$

因此零售商与制造商的期望利润式(1)、式(2)存在极大值解，

$$\frac{\partial E\pi_r}{\partial q_r}=(p_r-w)-(p_r-v)F(x_r)=0,$$

$$\frac{\partial E\pi_m}{\partial q_m}=(p_m-c)-(p_m-v)F(x_m)=0,$$

可以得到 $F(x_r)=\frac{p_r-w}{p_r-v}$， $F(x_m)=\frac{p_m-c}{p_m-v}=F(x_m^*)$。因为存在假设 $w>c$， 则 $q_r=uF^{-1}\left(\frac{p_r-w}{p_r-v}\right)-p_r+\theta p_m<q_r^*$， $q_m=q_m^*$ 不能达到整体最优库存。

3.3. QF 契约下的最优库存

QF 契约下，假设销售期末制造商最多可对零售商购买的 δq_r 单位商品进行全额退货，可全额退款的产品数量为

$$\min\left[I(q_r),\delta q_r\right]=\begin{cases}0,(x_r\le \mathrm{x})\\ q_r-ux+p_r-\theta p_m,(x_\delta<x<x_r)\\ \delta q_r,(\mathrm{x}\le x_\delta)\end{cases}$$

$$E\min\left[I(q_r),\delta q_r\right]=\int_0^{x_\delta}\delta q_r f(x)dx+\int_{x_\delta}^{x_r}(q_r-ux+p_r-\theta p_m)f(x)dx=u\int_{x_\delta}^{x_r}F(x)dx,$$

其中， $(1-\delta)q_r=ux_\delta-p_r+\theta p_m$，

则零售商支付给制造商的费用为

$$G(q_r,w,\delta)=wq_r-(w-v)\min\left[I(q_r),\delta q_r\right]。$$

可以得到零售商的利润为

$$\pi_r=p_rS(q_r)+vI(q_r)-G(q_r,w,\delta),$$

期望利润为

$$\begin{aligned}E\pi_r&=p_rES(q_r)+vEI(q_r)-wq_r+(w-v)E\min\left[I(q_r),\delta q_r\right]\\&=(p_r-w)q_r-(p_r-v)u\int_0^{x_r}F(x)dx+(w-v)u\int_{x_\delta}^{x_r}F(x)dx\end{aligned}\tag{4}$$

制造商的利润为

$$\pi_m=p_mS(q_m)+vI(q_m)-c(q_r+q_m)+G(q_r,w,\delta),$$

期望利润为

$$\begin{aligned} E\pi_m &= p_m ES(q_m) + vEI(q_m) - c(q_r + q_m) + wq_r - (w-v)E\min\left[I(q_r), \delta q_r\right] \\ &= (p_m - c)q_m - (p_m - v)(1-u)\int_0^{x_m} F(x)dx + (w-c)q_r - (w-v)u\int_{x_\delta}^{x_r} F(x)dx \end{aligned} \tag{5}$$

3.3.1. 零售商的最优库存

分散决策下，制造商与零售商均以自身利润最大化为目标。对式(4)进行一阶、二阶求导：

$$\frac{\partial^2 E\pi_r}{\partial q_r^{\ 2}} = -\frac{(p_r - v)}{u} f(x_r) + \frac{(w-v)\left[f(x_r) - (1-\delta)^2 f(x_\delta)\right]}{u} = -\frac{(p_r - w) f(x_r) + (1-\delta)^2 f(x_\delta)}{u} < 0,$$

因此零售商期望利润式(4)存在极大值解，

$$\frac{\partial E\pi_r}{\partial q_r} = (p_r - w) - (p_r - v)F(x_r) + (w-v)\left[F(x_r) - (1-\delta)F(x_\delta)\right] = 0,$$

可以得到

$$w = \frac{p_r\left[1 - F(x_r)\right] + v(1-\delta)F(x_\delta)}{1 - F(x_r) + (1-\delta)F(x_\delta)} = \frac{(p_r - v)\left[1 - F(x_r)\right]}{1 - F(x_r) + (1-\delta)F(x_\delta)} + v,$$

若要达到供应链的协调，则零售商的订货量与集中决策时的最优订货量 q_r^* 相等，

$$w(\delta) = \frac{(p_r - v)\left[1 - F(x_r^*)\right]}{1 - F(x_r^*) + (1-\delta)F(x_\delta^*)} + v,$$

其中，$x_\delta^* = \dfrac{(1-\delta)q_r^* + p_r - \theta p_m}{u} = x_r^* - \dfrac{\delta q_r^*}{u}$。

对 $w(\delta)$ 进行求导，可得

$$\frac{\partial w(\delta)}{\partial \delta} = \frac{(1-\delta) f(x_\delta^*)\dfrac{q_r^*}{u} + F(x_\delta^*)}{\left[1 - F(x_r^*) + (1-\delta)F(x_\delta^*)\right]^2} > 0,$$

当 $\delta = 0$ 时，相当于没有采取任何契约，即供应链的初始状态。$x_r = x_\delta$，

$$w(0) = \frac{(p_r - v)\left[1 - F(x_r^*)\right]}{1 - F(x_r^*) + (1-\delta)F(x_\delta^*)} + v = (p_r - v)\left[1 - F(x_r^*)\right] + v < p_r\left[1 - F(x_r^*)\right] + vF(x_r^*),\quad v < w(0) < p_r,$$

当 $\delta = 1$ 时，$w(1) = \dfrac{(p_r - v)\left[1 - F(x_r^*)\right]}{1 - F(x_r^*) + (1-\delta)F(x_\delta^*)} + v = (p_r - v) + v = p_r$。

随着系数 δ 的增大，批发价 w 逐渐增大，并且 w 的值在 (c, p_r) 中。在契约中，当销售期末零售商全额退款的产品数量增加时，制造商的成本增加，因此需要通过提高批发价来中和制造商的成本。

3.3.2. 制造商的最优库存

制造商以自身利润最大化为决策目标，对式(5)进行一阶、二阶求导：

$$\frac{\partial^2 E\pi_m}{\partial q_m^{\ 2}} = -\frac{(p_m - v)}{1-u} f(x_m) < 0,$$

因此制造商期望利润式(5)存在极大值解，

$\frac{\partial E\pi_m}{\partial q_m}=(p_m-c)-(p_m-v)F(x_m)=0$，可以得到 $F(x_m)=\frac{p_m-c}{p_m-v}=F(x_m^*)$。

因此，在 QF 契约下，分散决策下制造商的最优库存量与集中决策下的最优库存量相同。

由上述讨论可知，在 QF 契约下，只要零售商分散决策的订货量等于集中决策的最优订货量，即改变零售价格，使存在 $w(\delta)=\frac{(p_r-v)\left[1-F(x_r^*)\right]}{1-F(x_r^*)+(1-\delta)F(x_\delta^*)}+v$ 的关系，整个供应链系统就能得到协调。

4. 数值分析

假设各参数取值如表 1。

假设需求的分布函数 $F(x)$ 在区间 $[0,500]$ 上服从均匀分布，则 $F(x)=\frac{x}{500}$。

根据以上假设可以计算出最优库存量为 $q_r^*=267$，$q_m^*=175$。

图 2 表示了批发价 w 随系数 δ 的变化趋势变化，可以看出，与第三章分析结果相同：随着系数 δ 的增大，批发价 w 逐渐增大。当批发价为初始价格 15 时，δ 在(0.7，0.8)间。

图 3 中，横坐标为 δ 从 0 至 1，当初始批发价格为 15 时，零售商和制造商的利润分别为 706 和 1388。当采用 QF 契约时，供应链整体利润从 2094 增加到 2383。随着系数 δ 的增加，制造商利润逐渐增加，而零售商利润随之减少。但是可以看到，在 δ 范围大约在(0.7，0.8)间时，零售商与制造商的利润与初始利润相比均增加。又由图 2 可知，δ 在(0.7，0.8)间批发价可以达到初始价格 15，因此可以在不改变批发价的同时使供应链得到协调。

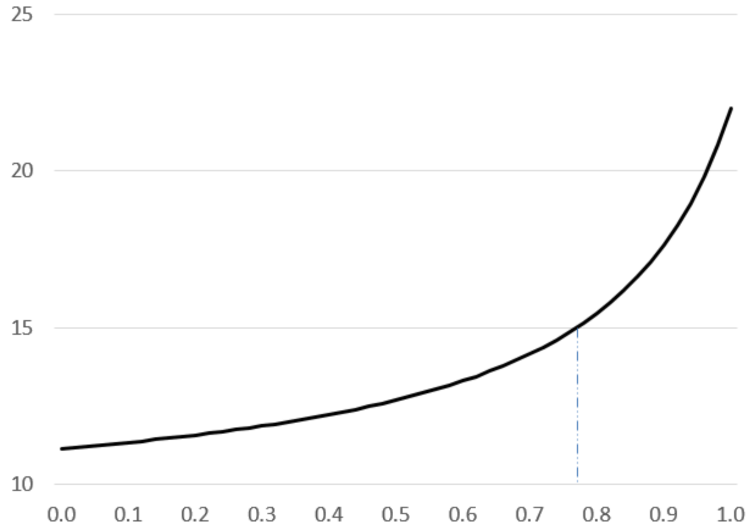

Figure 2. Curve: $w(\delta)$
图 2. $w(\delta)$曲线

Table 1. Parameter setting
表 1. 参数设定

v	c	w	p_r	p_m	u	θ
9	10	15	22	20	0.6	0.6

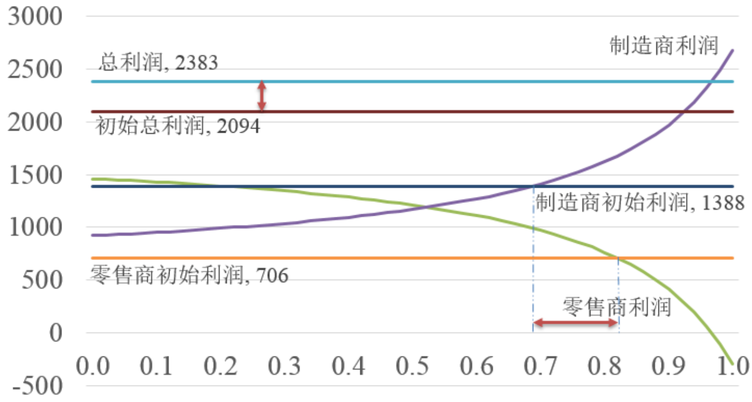

Figure 3. Coordination in the supply chain
图 3. 供应链协调

由算例分析可以证实，在 QF 契约下，通过改变批发价格 w 与系数 δ，可以同时增加零售商和制造商的利润，使整体利润最大化。并且存在相应的系数 δ 使得初始的批发价格不变。

5. 结论

本文探究了考虑库存的双渠道供应链的协调。在由一个零售商和一个制造商组成的制造商双渠道供应链中，未协调之前，供应链的整体效率较低，不能达到整体最优的状态。QF 契约的应用可以使整个供应链系统达到协调，即在系数 δ 取值区间内，可以使零售商和制造商的利润均增加。

参考文献 (References)

[1] Tsay, A.A. (1999) The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives. *Management Science*, **45**, 1339-1358.

[2] Plambeck, E.L. and Taylor, T.A. (2005) Sell the plant? The impact of contract manufacturing on innovation, capacity, and profitability. *Management Science*, **51**, 133-150.

[3] Wu, J. (2005) Quantity flexibility contracts under Bayesian updating. *Computers & Operations Research*, **32**, 1267-1288.

[4] Bakal, I.S. and Karakaya, S. (2011) Quantity flexibility for multiple products in a decentralized supply chain. Proceedings of Operations Research. Springer Verlag, Berlin, 411-416.

[5] 李豫湘, 王涵, 潘晓渝 (2011) 两个零售商环境下数量柔性契约研究. *工业工程*, **2**, 49-52.

[6] 林勇, 陈志祥 (2004) 供应链管理. 机械工业出版社, 北京, 12-15.

[7] Agatz, N., Fleischmann, M. and Nunen, J. (2008) E-fulfillmentand multi-channel distribution: A review. European *Journal of Operational Research*, **187**, 39-356.

[8] Tsay, A.A. and Agrawal, N. (2004) Chanel conflict and coordination in the E-commerce age. *Production and Operations Management*, **13**, 93-110.

[9] Yao, D.Q. and Liu, J.J. (2005) Competitive pricing of mixed retail and e-tail distribution channels. *Omega*, **33**, 235-247.

[10] Raju, J. and Zhang, Z.J. (2005) Channel coordination in the presence of a dominant retailer. *Marketing Science*, **24**, 254-262.

[11] 陈树桢, 熊中楷, 梁喜 (2009) 补偿激励下双渠道供应链协调的合同设计. *中国管理科学*, **1**, 64-75.

[12] 王虹, 周晶, 孙玉玲 (2011) 双渠道供应链的库存与定价策略研究. *工业工程*, **4**, 58-62.