Creative Education Studies 创新教育研究, 2024, 12(5), 648-652
Published Online May 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2024.125338

Hans汉斯

数学问题解决在教学实践中的探索

米建芳

岚县民觉中学，山西 吕梁

收稿日期：2024年4月7日；录用日期：2024年5月11日；发布日期：2024年5月22日

摘 要

数学问题解决一直都是数学教育的一种方式。本文通过分析初中数学教学过程中数学问题解决方面存在的问题，提出教师需要引导学生结合已有数学知识展开思考和探索数学问题，激发学生的学习热情，提高学生的学习兴趣；引导学生利用数学符号和数学模型，分析和解决数学问题；引导学生对数学问题进行深度的反思，从根本上提升学生主动解决数学问题的积极性。

关键词

数学问题，初中数学，数学教学

The Exploration of Mathematical Problems in Teaching Practice

Jianfang Mi

Minjue Middle School in Lan County, Lvliang Shanxi

Received: Apr. 7th, 2024; accepted: May 11th, 2024; published: May 22nd, 2024

Abstract

Math problem-solving has always been an approach in mathematics education. By analyzing the issues in math problem-solving during the process of junior high school mathematics teaching, this article proposes that teachers should guide students to engage in thinking and exploring mathematical problems by utilizing their existing mathematical knowledge, stimulating students' learning enthusiasm and improving their interest in learning. Teachers should also guide students to utilize mathematical symbols and models to analyze and solve mathematical problems, and encourage them to conduct in-depth reflection on mathematical problems, ultimately enhancing students' initiative and enthusiasm in actively solving mathematical problems.

文章引用: 米建芳. 数学问题解决在教学实践中的探索[J]. 创新教育研究, 2024, 12(5): 648-652.
DOI: 10.12677/ces.2024.125338

Keywords

Mathematical Problem, Junior High School Mathematics, Mathematics Teaching

1. 引言

提出问题是学习的关键。能够提出问题，围绕着问题进行思考，并进一步分析问题、解决问题，才能更加深刻地理解知识。数学问题是数学的灵魂[1] [2] [3]，是学生获得和掌握数学知识的主要途径。因此，数学学习和数学教学的关键在于提出问题、分析问题和解决问题的过程。学生学习数学的过程，就是在学会解答各种数学问题，进而加深对数学知识的理解。教师在数学教学中的任务，则是指导学生如何解决数学问题。数学问题的解决涉及整个数学知识体系，包括数学概念、数学命题和数学思维方法[4] [5] [6] [7] [8]。

2. 数学问题解决在教学中存在的问题

在应试教育体系下，学生对于数学这门相对枯燥的学科兴趣不高，有些学生对于学习数学认识不高，认为书本上学习的数学知识在日常生活中不会用到，从内心对数学学习产生抵触情绪。数学逻辑关系相对其他学科而言相对较强，并且数学学习具有继承性，即过去数学学习不好，现在学习要赶上来相对会困难一些，数学学习课堂上也要求学生全程需要精神集中，全神贯注，若课堂上走神一段时间，再回来可能就会不理解老师的讲解。课后又需要完成大量的作业，除了数学作业外，语文、英语、历史、地理和政治作业等等。在有限的时间内，学生们想要提高自己的数学成绩只能进行大量的重复的题海战术，很难对数学的学习产生兴趣，只能是消极地应对，应付老师布置的作业。在这种情况下，老师们也很难激发起学生的学习兴趣，学生们逐渐成为学习机器，只能够解决自己熟悉的，曾经做过的题目，面对新的数学问题便显得束手无策，尽管新的问题可能只是条件的改变，或者旧问题的组合，学生们失去分析问题和解决问题的能力。

教师在教的过程中，应该起到引导作用，引导学生走出题海战术的困境，激发学生的学习热情，使学生在学习中感受到快乐，使学生能够获得数学问题解决的成就感。在题量方面老师应该控制重复的题，通过做少量的题就能够达到显著的效果，培养学生的学习兴趣，使学生主动地探索解决数学问题。但是现实，教师同样也面对各种苛刻的考核，很难把精力投入到引导和启发学生这一方面。学生面对数学问题时经常遇到难于将问题句子表征为数学符号，面对一个数学问题经常是老师讲解刚开始，一些学生便豁然开朗，对该问题的解答就已经有了清晰的思路，问题就在于老师将数学问题的表征转化为了数学符号语言。在日常教学中要求教师调整教学策略，引导学生培养数学符号意义转换能力。在现实中，教师可能更迫切地将数学问题的结果展示给学生，忽略了最开始问题中的语义关系的说明和阐释。

3. 数学问题的解决分析

3.1. 数学问题的感知和分析

学生们在做作业或考试时通常依靠的是自己的直觉，按照自己的直觉进行解答，即该问题是否老师在

课堂上讲过，若讲过且自己理解了，那么该问题就很简单可以直接解答，若数学问题进行了转变或是条件发生了改变，那么该问题就变得困难了，需要进一步分析。数学知识、思想、公式和定理都存在一定的数学模型与其对应，而数学问题就是包含了一个或多个数学模型。例如，多边形内角和定理是一个数学定理：“四边形的内角和等于 360°，四边形的外角和等于 360°”。也可以看成是一个数学问题：“已知四边形的三个角的大小，求另外一个角的大小”。数学问题的解决就是分解为各个数学模型的过程，而各个数学模型又按照数学命题通过一定的逻辑关系建立起来。逻辑关系的分析和数学模型的组合就显得尤为重要。

数学问题的呈现往往通过数学符号来表达，识别数学符号和分析数学符号就成为数学问题解决的关键。让学生掌握和理解数学问题存在各种可能的数学符号的表达，对提升学生的数学问题解决能力具有很大的帮助。因为数学符号的表达具有个体属性，受到学生个体认知的影响，即不同的认知结构下数学符号呈现出不同的意义，对某些同学有意义，对某些同学没有意义。需要老师和学生共同的努力来认识符号结构和符号转化，而不是盲目地通过题海战术追求快速的问题解决，这个过程中老师起引导作用，老师挑选具有典型的例题进行讲解，布置具有代表性的习题，能够使学生明白不同的符号表达对数学问题的解决具有截然不同的效果，培养学生们研究问题的意识和能力，加强学生们学习钻研数学问题的兴趣，在数学问题解决过程中获得成就感。

一般来说，数学问题的解决包含三个层面：一是明确数学问题中的数学模型，利用已知题目的条件，思考寻找和该条件匹配的已经学习过的数学命题，提炼出数学命题相应的数学模型；二是提出新的数学模型，从结论倒推出与问题相关的全部数学命题，对原本的问题模型拆解转化。三是对比两种问题模型，厘清两种模型之间的关系。若从条件中联想到的数学模型与从结论中联想到的数学模型相同，那么就可以确认一种问题解决策略或者方法；若两者得到的数学模型不同，则需要继续推导，直至找到相同的问题模型为止；如果发现两者得到的数学模型中存在多处相同的地方，则说明该问题可能存在多种解法。一般情况下，最差解法表现为难度较低但步骤繁琐，过程中容易出错，而最优解法难度较大但步骤简洁明了，解答过程不容易出错。

3.2. 数学问题的解决

数学问题解决就是明确的问题解决方法，通过具体的演算过程完成问题的解答，并且给出具体的解答结果，包括了学生的计算能力，数学的表达能力，清晰明了地展示出数学问题解决的全部过程。

数学运算是数学问题解决的最基本能力，多年的初中数学教学经历发现，学生们在考试中的失分体现在基本运算错误方面的很明显，即表现为学生会做该题目，解题思路和步骤都正确，结果却是错误的。数学的口头表达能力也呈现出显著的差异，数学成绩相对高的同学，面对复杂的数学问题时和老师交流的数学口头表达清晰准确，老师只需要帮助其厘清其中的一些逻辑关系，问题便得以解决；数学成绩相对落后的同学，面对复杂的数学问题和老师交流时，往往说不清楚自己面对的是什么问题，或是自己哪里不会，只是整体感觉不会处理该问题，需要老师从头到尾逐步讲解才能解决该问题。数学的书面表达也在数学问题解决中存在很大的影响，清晰的书面表达往往导致较低的失分，混乱的数学书面表达往往导致数学问题结果错误。

数学符号的表达能够反映出学生对数学符号的基本操作能力，也能体现学生对数学学习积极性和在数学学习中的成就感。具体表现在符号书写和图形绘制的规范、整洁、美观程度上，以及语句之间逻辑性的要求和书写内容的适当简洁。这就要求老师应该明确提出对学生数学表达的具体要求，对学生的作业进行批改时体现出数学表达的要求。

3.3. 数学问题的反思

数学问题解决完成后，需要对数学问题进行反思，反思的目的是对该问题或是该类问题进行归纳总

结，进而对该问题的解决过程优化。反思过程一般包括：问题结果是否正确，若该数学问题结果错误，则寻找原因为什么会错？错误出现在哪一步？是计算错误还是逻辑关系思路出错？若逻辑思路出错，则需要重新厘清该数学问题涉及的数学知识，问题的关键所在，逻辑关系是怎样的等等；问题结果是正确的，则需要进一步追寻是否存在其他最优解，若存在，为什么？进一步构建数学知识的结构和数学模型，对该类数学问题形成更高层次的认识。

3.4. 数学问题解决教学案例

问题 1：在 ΔABC 中，边长 $a=2$，边长 $b=4$，$\angle C=60^{\circ}$，求边长 c？

分析：问题是已知三角形两边长和两边长的夹角，求第三边长。很容易想到余弦定理，通过余弦定理求出边长 c。

方法：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\cos 60^{\circ}$；得 $c=2\sqrt{3}$。

反思：① 经过课堂教学强化数学符号感知，会发现边长 $b=4$，边长 $a=2$，边长 b 正好是边长 a 的 2 倍，容易联想到直角三角形中 30° 角对应的边长是斜边长的一半，再加上 $\angle C=60^{\circ}$，结合图形容易确定 ΔABC 为直角三角形。利用勾股定理可以确定边长 c 的大小。即 $c^2=b^2-a^2$；得 $\mathrm{c}=2\sqrt{3}$。

② $\angle C=60^{\circ}$ 也可以联想到等边三角形，等边三角形中的高线、中线、角平分线和垂直平分线的长都为边长的 $\sqrt{3}/2$，可以通过将 ΔABC 作辅助项，使得边长 c 作为中线，则 $c=b\sqrt{3}/2=2\sqrt{3}$。

利用一个数学问题，让学生回顾了相关的数学知识，加深了对知识的理解和知识整合。也让学生体会到解题策略的多样性和各种解法的普遍性。

问题 2：若 $(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，证明：x,y,z 成等差数列。

分析：从结论看，x,y,z 成等差数列，则 $x-y=y-z$ (等式表达)，$x-2y+z=0$ (方程表达)，$y=(x+y)/2$ (数值表达)。从条件看，$(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，很容易联想到完全平方公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，需要对条件进行变形，$(z-x)^2=(x-z)^2=\left[(x-y)+(y-z)\right]^2$。

方法：$(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，变形得：$\left[(x-y)-(y-z)\right]^2=0$

则 $(x-y)-y-z=0$，则 $x-y=y-z$，证明 x,y,z 成等差数列。

反思：① 条件 $(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，容易联想到一元二次方程判断式 $\Delta=b^2-4ac$，那么能否构造出一个方程来 $t^2-(x-z)t+4(x-y)y-z=0$，那么可以得出方程的两根相等，$x-y=y-z$。证明 x,y,z 成等差数列。

② 条件 $(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=0$，可以通过化简该条件，再进一步分析，$(z-x)^2-4(x-y)(y-z)=(x-z)^2-4(x-y)(y-z)=0$，$x-z=(x-y)+(y-z)$，则得出：$x-y=y-z$，证明 x,y,z 成等差数列。

③ 从条件出发，简化方程，利用换元法，令 $a=x-y, b=y-z$，

则 $z-x=-(a+b)$，则 $(a+b)^2-4ab=(a-b)^2=0$，所以 $a=b$。

即 $x-y=y-z$，证明 x,y,z 成等差数列。

通过这个概念证明题，教师引导学生复习了相关的思想方法和知识，使学生的思维能力得到了提高，知识结构得到了优化。

4. 结语

在数学问题解决过程中，教师起主导作用，通过仔细挑选具有代表性的例题和习题，引导学生结合已有数学知识展开思考和探索数学问题，激发学生的学习热情，提高学生的学习兴趣，提高习题的代表性，尽量减少大量重复的题目。在教学过程中教师还应该引导学生利用数学符号和数学模型，分析和解决数学问题，引导学生对数学问题进行深度的反思，达到事半功倍的效果，从根本上提升学生主动解决

数学问题的积极性。

参考文献

[1] 曹艳荣. 数学教学要重视培养学生的符号感[J]. 教学月刊: 小学版(语文), 2004(11): 19-20.

[2] 查永平. 中西数学符号之比较与不同结局[J]. 科学技术与辩证法, 1998, 15(6): 39-43.

[3] 车燕, 任开隆. 数学符号及其历史和作用[J]. 北京联合大学学报: 自然科学版, 2001, 15(2): 60-64.

[4] 陈华庆. 新课程标准下的数学符号与教学[J]. 中学数学杂志: 初中版, 2004(1): 15-16.

[5] 刘凤林, 李俊. 浅谈数学符号[J]. 数学通报, 1986(3): 27-30.

[6] 陈美娟. 学生数学符号感的培养[J]. 中学教研: 数学版, 2006(3): 9-11.

[7] 王成营. 数学符号意义及其获得能力培养的研究[D]: [博士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2012: 9.

[8] 陈佑清. 符号学习与经验学习在学生发展中的关联与互动[J]. 华东师范大学学报(教育科学版), 2010, 28(2): 24-32.