

水球运动中动体运动最优模式研究

唐椿琛, 连江滨, 徐安源, 王颖*, 王嘉才

江苏科技大学理学院, 江苏 镇江

收稿日期: 2024年4月22日; 录用日期: 2024年5月22日; 发布日期: 2024年5月30日

摘要

水球(Water polo), 又称为“水上足球”, 是一种结合游泳、手球和排球在水中进行的集体球类运动。在进行其中动体双腿水中运动维持平衡的研究, 有必要从理论分析水球运动员在水中保持平衡的受力情况和基本的力学规律, 以得到一正常体型(胖瘦)的成人如果使得双臂能够在水面之上, 双腿在最低身体能耗条件下需要交替下蹬(踩水)的频率。基于水球运动员踩水的一般规律, 本文通过动力学分析和运动学分析, 建立了人体的四刚体模型。针对该模型, 本文参考HANAVAN等人对人体动力学研究中的相关数据, 对模型中的未知参数进行求解, 得到了一个确定的模型。为了得到最低蹬水频率, 使水球运动员保持最低身体能耗, 本文采用遗传法并以蹬水频率作为个体的适应度, 对其进行求解。为了验证模型的稳定性与可靠性, 本文将遗传算法求解的结果进行灵敏度分析, 分析得出使人体保持稳定的最低踩水频率为2.5 Hz。

关键词

动力学原理, 蹬水频率, 人体四刚体模型, 遗传算法

Research on the Optimal Mode of Motion in Water Polo

Chunchen Tang, Jiangbin Lian, Anyuan Xu, Ying Wang*, Jiakai Wang

School of Science, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang

Received: Apr. 22nd, 2024; accepted: May. 22nd, 2024; published: May. 30th, 2024

Abstract

Water polo, also known as “water football,” is a collective ball game that combines swimming, handball, and volleyball in the water. While conducting practical leg alternative balancing motion,

*通讯作者。

文章引用: 唐椿琛, 连江滨, 徐安源, 王颖, 王嘉才. 水球运动中动体运动最优模式研究[J]. 建模与仿真, 2024, 13(3): 2943-2953. DOI: 10.12677/mos.2024.133267

it is necessary to analyze the force situation and basic mechanical laws of water polo players in maintaining balance in water from a theoretical perspective, in order to obtain the frequency at which a normal body shape (fat and thin) adult needs to alternately push (step on the water) their legs under the minimum body energy consumption condition if their arms can be above the water surface. Based on the general law of water polo players stepping on water, this article establishes a four rigid body model of the human body through dynamic and kinematic analysis. For this model, this article refers to the relevant data from HANAVAN *et al.*'s research on human dynamics, solves the unknown parameters in the model, and obtains a definite model. In order to obtain the minimum kicking frequency and maintain the lowest physical energy consumption of water polo players, this paper uses genetic algorithm and takes the kicking frequency as the individual fitness to solve it. In order to verify the stability and reliability of the model, this paper conducts sensitivity analysis on the results solved by genetic algorithm, and finds that the minimum frequency of water stepping that can keep the human body stable is 2.5 Hz.

Keywords

Dynamics Principle, Kicking Frequency, Four Rigid Body Model of the Human Body, Genetic Algorithm

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 介绍

水球(Water polo), 又称为“水上足球”, 是一种结合游泳、手球和排球在水中进行的集体球类运动。水球运动讲究力量、勇敢和团队配合, 要求参赛的队员需要灵活利用双腿踩水保持身体平衡, 并在水中水平运动, 设法将球射入对方球门而得分。水球运动具有颇多的好处, 可以提高身体素质; 提高我们的心肺功能; 促进体温调节功能; 提高关节的灵活度。水球号称为世界上最耗体力的运动项目之一, 其中最基本本领便是使身体在水中尽可能长时间地保持平衡, 因此, 有必要在进行实践训练的同时, 从力学和运动学的角度研究双臂在水面之上, 双腿在最低身体能耗条件下需要交替下蹬(踩水)的频率, 以尽可能慢地消耗体力, 提高获胜的几率。研究人体蹬水运动的动力学原理对各项体育动作的技术分析、人机系统的人因分析和电脑游戏的人物制作等都具有实际意义。

考虑到水球运动中动体运动问题, 我们需要解决以下得问题: 如何调整双腿蹬水的频率才能使人体在最低身体消耗下保持双臂能够在水面之上。水球运动的踩水方式有两种, 一种是蛙泳夹腿踩水支撑, 另一种是两腿轮流踩水支撑。潘盛华[1]提到两腿轮流踩水支撑是唯一一种能提供持续稳定, 非间歇性的向下用力的方法。在踩水能力的训练中[2], 一般的, 小腿上的胫骨前肌和腓肠肌反应都较大, 那是在使用螺旋桨方式转动的时候, 这两块肌肉的用力能够帮助两条腿在转动的同时更有效的踩到水。李清玲[3]等人根据人体运动的形态特征, 构造人体简化几何模型, 分析人体运动层次结构特点, 构造人体分层结构运动链。他们团队提出需要总结运动的物理规律, 给出物体运动的微分方程, 通过解方程得到物体某一时刻各点的位置, 或者给出物体上点的速度、加速度等等。柳宁等人[4]使用多体动力学软件 ADAMS 建立了航天员动力学模型, 文中总结了水动阻力的求解公式, 更好地描述了人体在水下运动的受力情况。

通过以上分析得知, 对该踩水运动问题的求解, 必须基于合适的理论基础之上, 基于踩水运动的一般物理规律, 本文打算通过动力学分析和运动学分析, 建立人体的四刚体模型。针对该模型, 本文预参考 Air Force Aerospace Medical Research Lab 公开发表的关于人体运动学的研究报告中的数据[5], 对模型

中的未知参数进行求解,从而得到一个确定的模型。为了得到最低踩水频率,使得运动员上场时间最长,本文打算将人体各躯干抽象成与躯干直径等宽的薄片,从而探讨了如何调整姿势,可使得人体尽可能长时间地在最低蹬水频率下保持双臂高于水面。

为了检验模型的稳定性与可靠性,本文将对遗传算法求解的结果进行灵敏度分析。

2. 模型构建

2.1. 模型假设和论证

假设:人体是能划分为有限个体的质点系,肌肉变形对各分体的影响可以忽略不计。

论证:在这个前提下,人体的各个分体才可以抽象为刚体,联结各分体的关节可以简化为球铰,从而人体可看作是由有限个刚体以球铰联结而成的链系统,相应的参量符号见表 1。这一模型的合理性有相关研究的支撑,与系泊系统的设计具有相似之处。当然,人体的力学体系不是一般的刚体,而是包含肌肉动力系统的一种特殊的刚体系,在此我们尚且不深入研究。

假设 1:本问题单纯研究垂直于水面方向的受力情况,从而求出最低的踩水频率。

论证:水球运动员在踩水的过程中不仅受到垂直作用力,还受到平行于水面的力,该作用力由于不在分析范围之内,所以此处不考虑水平分量,目的是为了简化模型,以便于解决该实际问题。

假设 2:考虑到前两条假设,现假设人体是由与各躯干直径相同宽度的薄片组成,忽略体积。

论证:此假设需要另外考虑水浮力的影响,但不影响其他结果,且极大程度地方便了求解题目。

假设 3:假定脚底在蹬水过程中始终保持平行于水平面,方向不改变。

论证:此假设减少计算量,且对结果影响不大。

2.2. 符号

Table 1. Key parameter mathematical symbols

表 1. 关键参量数学符号

Symbol	Description	Unit
B_j	人体各部位	
m_j	各分体的质量	mg
l_j	各分体的长度 B_j	cm
O_j	人体各关节	
θ_j	各连体轴之间的相对转角	°
ω	踩水频率	r/min

2.3. 人体四刚体模型的建立

2.3.1. 水球运动员踩水的一般规律

设任意机械系统与水面在接触点 O 处受单面约束。系统总质量为 m, N 为水对人体的浮力以及踩水所获得的反作用力之和,相应图示见图 1。根据动量定理列出系统沿垂直轴的质心运动方程:

$$ma = N - mg \quad (1)$$

人体在水中保持稳定时必须满足以下条件:

$$N - mg \rightarrow 0, a \rightarrow 0 \quad (2)$$

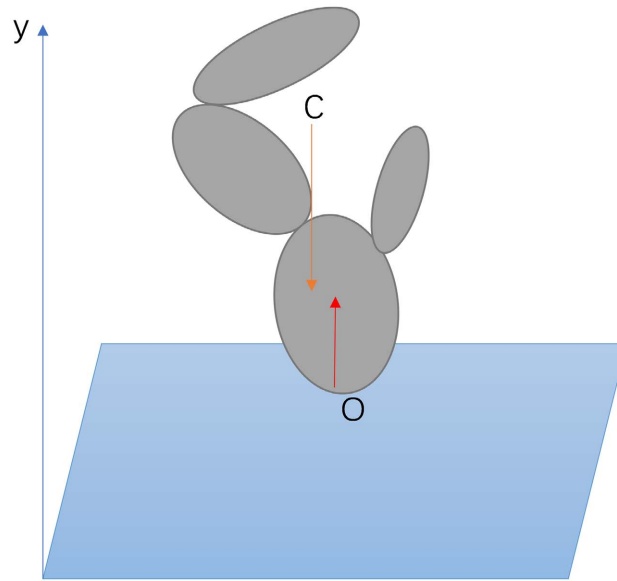


Figure 1. System force analysis
图 1. 系统受力分析

2.3.2. 水动阻力的研究

水动阻力(Hydrodynamic resistance), 包括阻力(Drag)和附加质量力(Force of added mass)是引起水下模拟失重与实际失重差异的重要因素。Goldstein 和 Alvarado 以单刚体模型为基础, 建立了物体水下动力学模型, 研究了水动阻力对于水下模拟失重的影响, 并给出了一些可供参考的水动阻力系数。在本模型中, 水动阻力的模型还参考了在一些水下机器人动力学仿真[6] [7]中用到的 Morison 公式。将水动阻力写成速度与加速度的函数, 考虑在 XY 面内作平面运动的圆柱体, 如图 2 所示, Y 方向的水动阻力大小为:

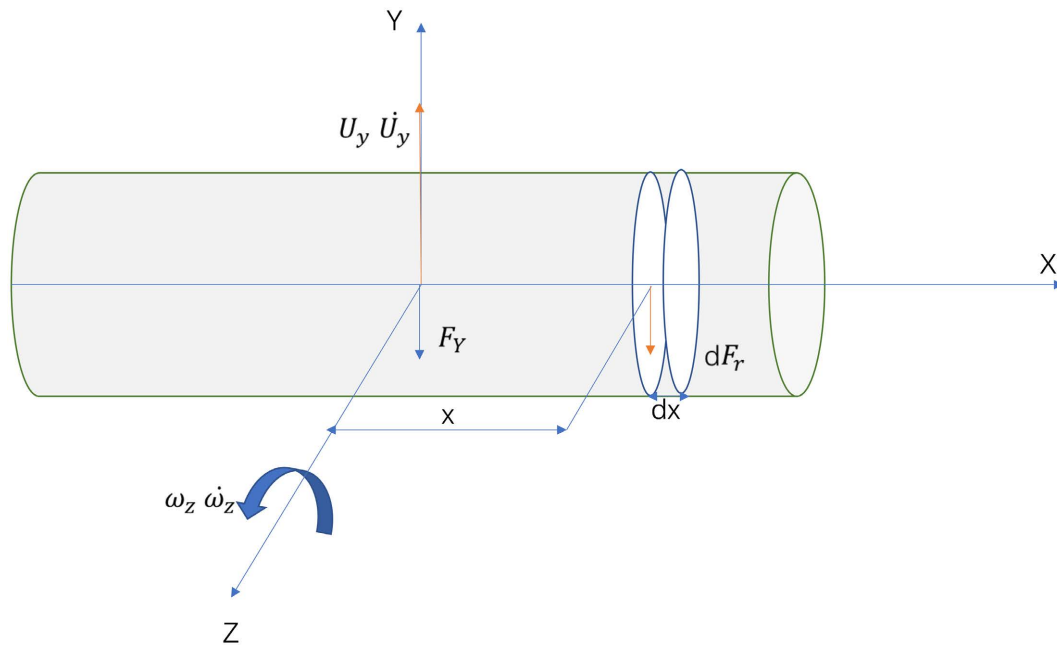


Figure 2. Schematic diagram of hydrodynamic resistance in planar motion of a cylinder
图 2. 圆柱体平面运动水动阻力示意图

$$\begin{aligned}
 F_Y &= \frac{1}{2} C_p \rho A U_y^2 + C_{SH} \rho \dot{U}_y \\
 &= C_p \rho R L U_y^2 + C_u \rho \pi R^2 \dot{U}_y
 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 CD 和 CM 分别为阻力系数和附加质量力系数； ρ 为水密度； V 和 A 分别为圆柱的体积和垂直运动方向的截面积； R 和 L 分别为圆柱体的半径和长度； U_Y 和 \dot{U}_Y 分别为圆柱中心沿 Y 方向的速度和加速度。

圆柱体在绕 Z 轴转动时的水阻力矩可写为圆柱角速度 ω_z 和角加速度 $\dot{\omega}_z$ 的函数：

$$\begin{aligned}
 M_z &= 2 \int_0^{L/2} x dF_r \\
 &= 2 \int_0^{L/2} x \left[C_D \rho R (\omega_z x)^2 + C_M \rho \pi R^2 (\dot{\omega}_z x) \right] dx \\
 &= \frac{L^4}{32} C_D \rho R \omega_z^2 + \frac{L^3}{12} C_M \rho \pi R^2 \dot{\omega}_z
 \end{aligned} \quad (4)$$

2.3.3. 人体多刚体模型

建立由足 B1、小腿 B2、大腿 B3 及躯干 B4 组成的四刚体人体模型 B_j ($j=1,2,\dots$)，各刚体之间以圆柱铰相连接，其中 O1 为足底中部合力作用点，O2 为踝关节，O3 为其关节，O4 为髋关节。以 O4 为远点 O_j ($j=1,\dots,4$) 沿着运动平面建立固定坐标系(O4-xy)， x 轴为水平轴， y 轴为垂直轴。以联结各关节的轴作为各分体的连体轴 $O_j x_j$ ($j=1,\dots,4$)。定义 φ_j ($j=1,\dots,4$) 为连体轴相对 O4x 轴的倾角， θ_j ($j=1,\dots,4$) 为各连体轴之间的相对转角。各参数存在以下的关系：

$$\varphi_1 = \pi - \theta_1, \varphi_2 = \theta_2 - \theta_1, \varphi_3 = \pi - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3, \varphi_4 = -\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 + \theta_4 \quad (5)$$

3. 模型求解

3.1. 模型定量分析

此处从足部出发，假设脚底方向始终与小腿垂直，研究大腿和小腿在运动过程中产生的反作用力，向上阻力和向下阻力的合力提供水对人体的支持力。通过观察和记录专业水球运动员踩水动作视频，总结出了每一次踩水各躯干夹角的变化规律，并对使用 origin 软件对曲线进行拟合，如下图 3 所示。

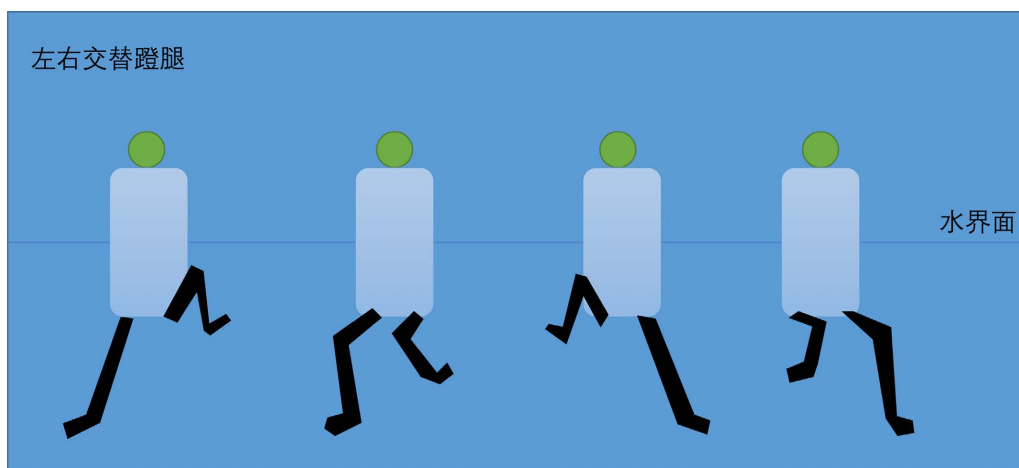


Figure 3. The appearance model of MCGS software design
图 3. MCGS 软件设计的外形模型

根据运动规律，在足部分别为最低点和最高点时躯干速度为 0，也就是角速度为 0，结合曲线图图

4, 可推出最低点和最高点所对应的时间, 从图中还可以看出大腿和小腿夹角与大腿和腹部夹角随时间的变化大体一致, 在相同的时间达到最大值和最小值。

在研究时根据该点确定躯体运动时所受力的方向, 最高点向左为正, 以右为负, 且交替踢腿时, 左右两腿分别进行左右交替运动。现将曲线从最高点分成两部分, 并拟合对应的表达式, 见图 5 与图 6。

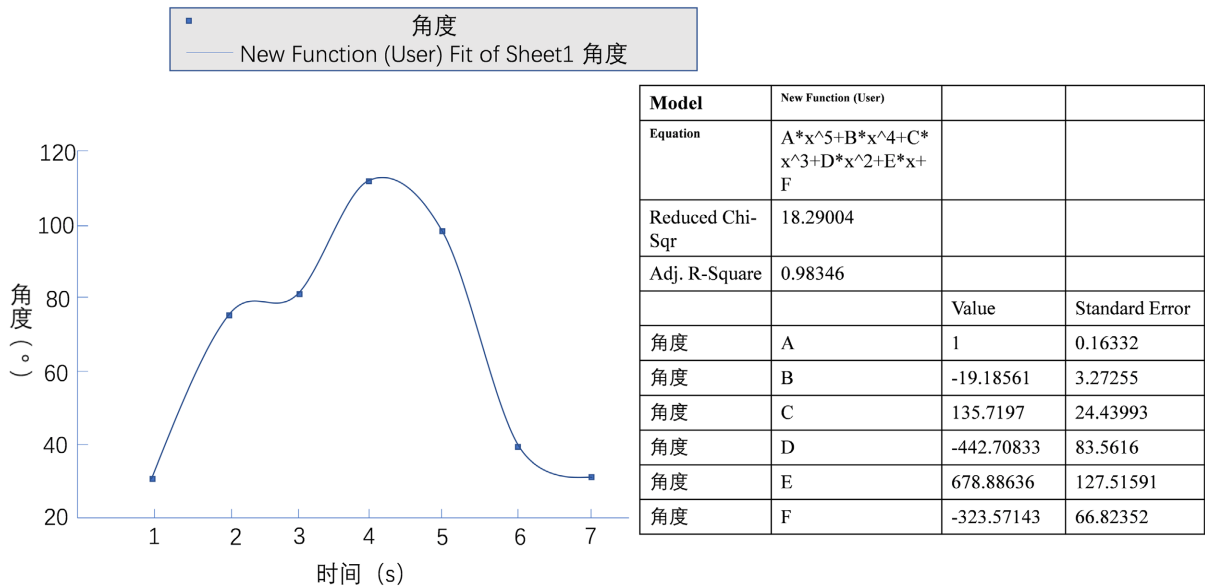


Figure 4. Origin software fits curves
图 4. Origin 软件对曲线进行拟合

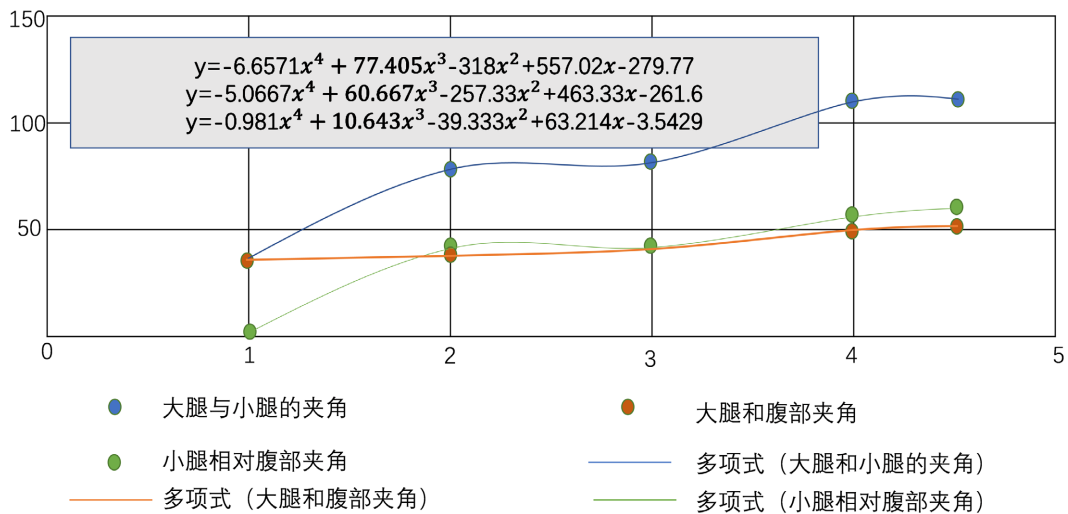


Figure 5. Changes in the angle between each torso over time during water stepping (positive force stage)
图 5. 踩水运动时各躯干夹角随时间变化(正向受力阶段)

对转角求关于时间的导数, 可得角速度 ω 随时间变化函数表达式:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{6}$$

以积分的形式表示各躯干运动中的受力情况, 此时相较于用质心计算更为准确, 如下所示:

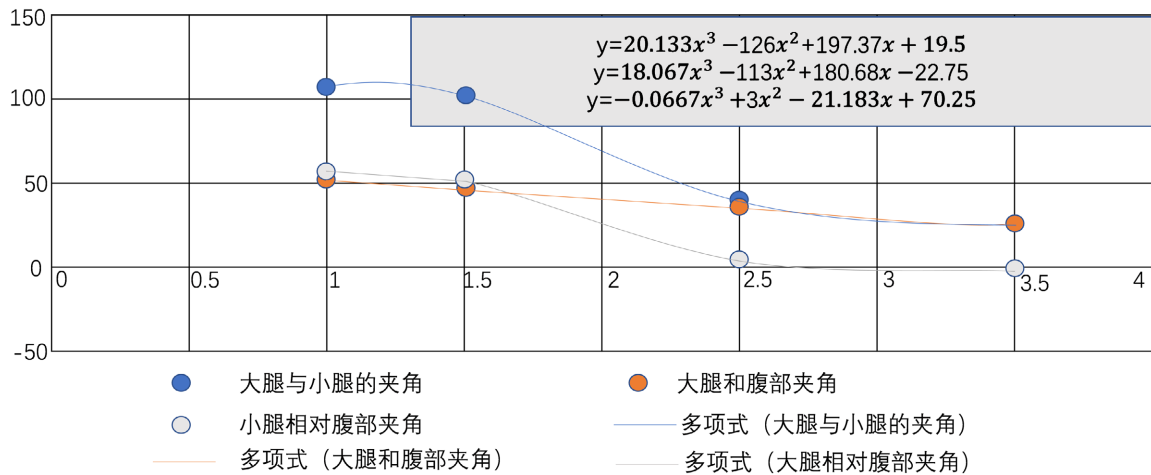


Figure 6. Changes in the angle between each torso over time during water treading (reverse force stage)

图 6. 踩水运动时各躯干夹角随时间变化(反向受力阶段)

$$F_y = \int_0^{B_j} \left(C_p \rho R l (w l)_y^2 + C_u \rho \pi R^2 w_y \right) \cos \theta_m dl \quad (7)$$

此后,只需要将所有躯干的水动阻力求解并进行矢量叠加便可得到整体受到水的作用力。表达式为:

$$F_y = \sum_{m=1}^6 \int_0^{B_j} \left(C_p \rho R l (w l)^2 + C_u \rho \pi R^2 w \right) \cos \theta_m dl \quad (8)$$

计算出水对人体的作用力后,可带入浮力求解:

$$F = \rho g v \quad (9)$$

人体体积计算公式为:

$$v = \frac{m}{\rho} \quad (10)$$

其中 ρ 取人体的平均密度 1.02 g/cm^3 , 针对本问题, 质量 m 取沉入水里部分肢体的质量。

3.2. 模型未知数确定

参考 HANAVAN 等人对人体学的研究得出表 2 数据[8]。

Table 2. Human body related datae

表 2. 人体相关数据

序号	各分体质量 m (kg)	惯量矩 J ($\text{kg}\cdot\text{cm}^2$)	各分体长度 l (cm)	质心至 O 点长度 l_c (cm)
1	2.2	141	14.0	9.5
2	7.2	825	38.4	22.1
3	14.7	1834	38.4	22.0
4	48.3	22,750	75.4	33.5

水的密度取 997 Kg/m^3 , 人体体积参考公式(10), g 取 $9.98 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。

参考史铭宇等人对静水中气泡上升运动及阻力系数研究[9], 取水的阻力系数 C_p 为 0.44。取附加质量力系数 0.779, 可得阻力系数见图 7。

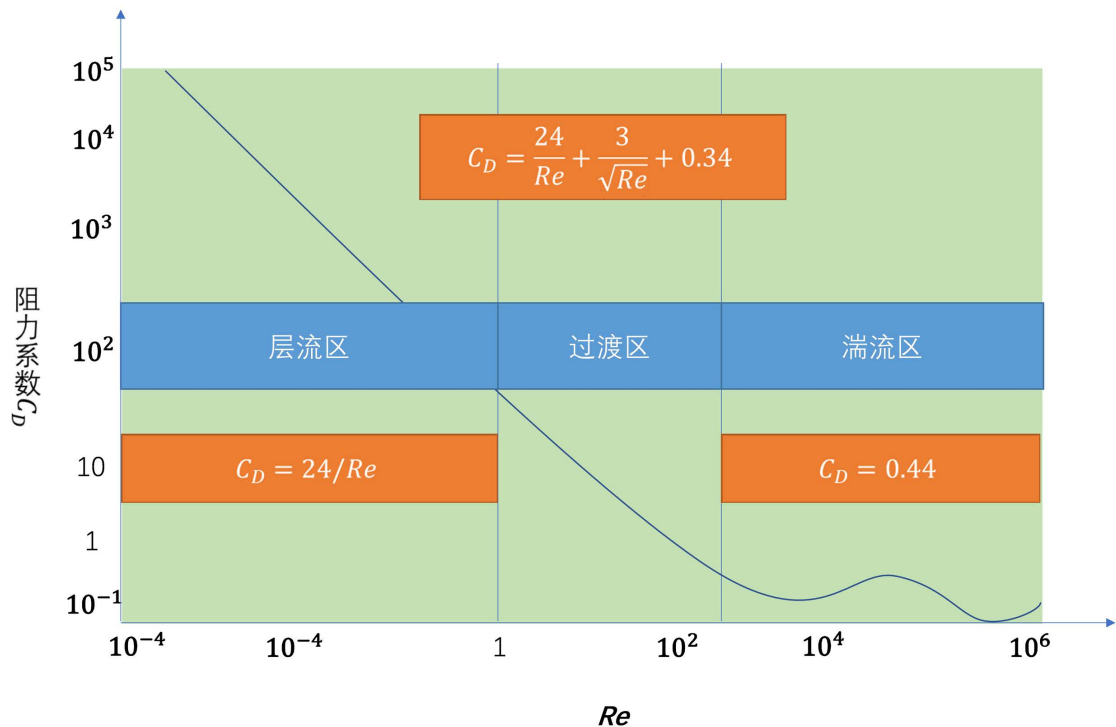


Figure 7. Resistance coefficient of water
图 7. 水的阻力系数

3.3. 遗传算法

遗传算法[9] [10] [11]是一种模仿生物进化过程的全局随机搜索方法，其基本思想为：从优化问题的一个种群开始，按照适者生存和优胜劣汰的基本规则，逐代演化产生出越来越好的一个种群(一组可行解)。本问题需要保持双臂在水面之上的最低踩水频率。算法设计如下：

步骤一：确定染色体的编码标准的遗传算法采用二进制实数编码方式。

步骤二：种群初始化各频率区间的求解区间分别为 0~20 HZ, 20~40 HZ, 40~60 HZ, 60~80 HZ, 80~100 HZ 初始化的 6 个频率常数构成一个个体而各个体组合成一个种群。

步骤三：适应度函数确定本文设置适应度函数为维持的高度，在遗传算法中个体适应度函数值 F 越大，说明个体对应的解越接近最优解，即频率越低：

$$F = h(\theta_{10}, \theta_{20}, \theta_{30}, \theta_{40}) \quad (11)$$

步骤四：选择操作采用轮盘赌法，基于适应比例的选择策略，每个个体的选择概率为：

$$p_i = f_i \times \sum_{i=1}^N f_i \quad (12)$$

f_i 为群体中第 i 个个体的适应度 F_i , N 为群体中个体的数量，根据本文案例将种群个数 N 设置为 1000。

步骤五：交叉操作采用实数交叉法，第 k 个染色体和第 l 个染色体在第 j 位的交叉操作方法如下：

$$\left. \begin{aligned} a_{kj} &= a_k(1-b) + a_j b \\ a_j &= a_l(1-b) + a_{kj} b \end{aligned} \right\}, b \in [0, 1] \quad (13)$$

步骤六：变异操作选取第 i 个个体的第 j 个基因进行变异，其用数学语言表达如下：

$$a_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + (a_{ij} - a_{\max}) * f(g) & r > 0.5 \\ a_{ij} + (a_{\min} - a_{ij}) * f(g) & r \leq 0.5 \end{cases}, f(g) = r_2 (1 - g/G_{\max})^2 \quad (14)$$

a_{\min} 为基因 a_{ij} 的下界, a_{\max} 为基因 a_{ij} 的上界, r , r_2 为生成的随机数。 g 为当前迭代次数, G_{\max} 为设置的最大迭代次数, 本文将最大迭代次数设置为 15 次。由于遗传算法具有较大的随机性, 这里使用基于启发式规则的终止条件: 若算法迭代达 20 次, 则算法终止, 这种设计的遗传算法程序如下图 8。

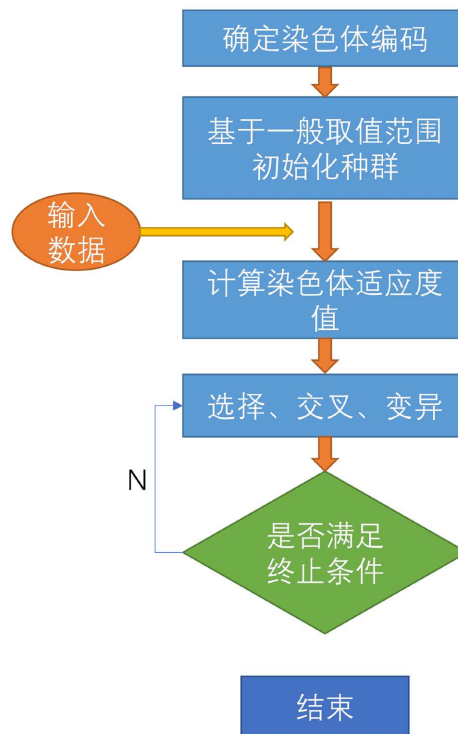


Figure 8. Genetic algorithm process
图 8. 遗传算法流程

采用 MATLAB 进行编程以实现上述过程, 其中遗传算法选择交叉变异部分通过调用北卡莱罗纳大学遗传算法工具箱来实现。通过观看比赛视频, 可初步确定踩水频率在 2.0~3.1 Hz 之间, 通过对这个区间频率的带入, 可得出最优解 2.5 Hz, 符合运动规律。

4. 模型灵敏度分析

在该模型的求解中, 我们改变体重的初始值, 同时保持其余参数不变, 来分析体重的变化对踩水频率的灵敏度, 得到结果如下。

由图 9 可知, 体重偏高或偏低对踩水频率的灵敏度较低, 当在正常体型成人重量上下 5 kg 范围内灵敏度较高。说明模型具有较强的稳定性, 所求结果有很强的可靠性。

5. 结论

本文对于在水球运动中, 如何调整双腿蹬水的频率才能使人体在最低身体消耗下保持双臂能够在水面之上。参考了 Air Force Aerospace Medical Research Lab 公开发表的关于人体运动学的研究报告中的数据, 对水球运动中动体运动最优模式模型中的未知参数进行求解, 为了检验模型的稳定性与可靠性,

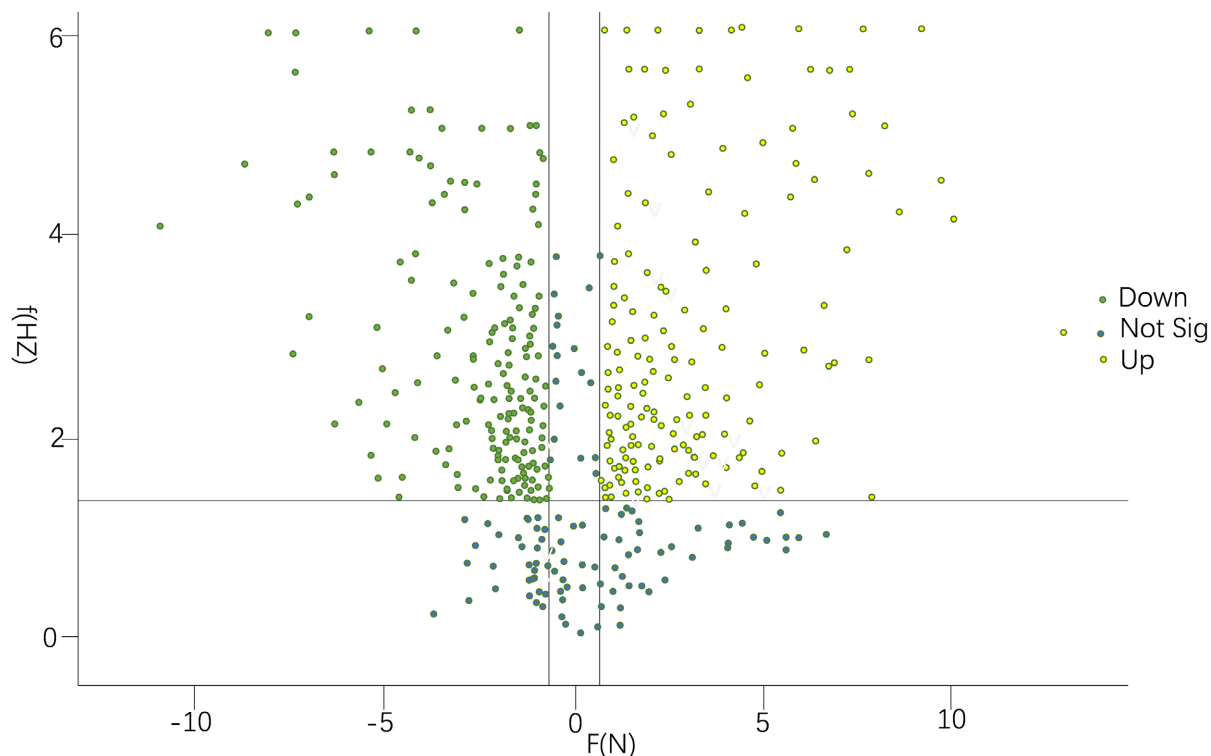


Figure 9. Stability analysis

图 9. 稳定性分析

本文将还对遗传算法求解的结果进行灵敏度分析，建立人体四刚体模型。对水球运动员踩水进行系统的受力分析，研究水动阻力，利用 MCGS 软件设计蹬水模型，通过观察和记录专业水球运动员踩水动作视频，总结出了每一次踩水各躯干夹角的变化规律，并对使用 origin 软件对曲线进行拟合。得到踩水运动时各躯干夹角随时间变化(包括正向受力阶段和反向受力阶段)，带入物理学公式并参考 HANAVAN 等人对人体学的研究，构建遗传算法流程图，利用 MATLAB 进行编程，同时通过分析实际运动员运动视频，我们得出结论：踩水频率在 2.0~3.1 Hz 之间，通过对这个区间频率的带入，可得出在水球运动中双腿蹬水的频率在 2.5 Hz 时，此时人体在保持双臂在水面之上的同时，身体消耗也达到最低。

基金项目

本项工作受国家自然科学基金 11547024 资助。

参考文献

- [1] 潘盛华. 女子水球运动员支撑跳跃专项能力训练研究[J]. 游泳, 2009(2): 41-43+54.
- [2] 恒佳. 掌握最佳踩水技巧防止游泳时溺水[J]. 健与美, 2022(1): 45.
- [3] 李清玲, 侯丽萍, 王丰斌. 基于 OpenGL 的人体运动学研究[J]. 电脑知识与技术(学术交流), 2007(23): 1418-1421.
- [4] 柳宁, 李俊峰, 冯庆义, 王天舒. 基于 ADAMS 的水下人体模型仿真[J]. 系统仿真学报, 2007(2): 240-243.
- [5] Hanavan, J.R. (1964) Air Force Aerospace Medical Research Lab Wright-Patterson AFB OH.
- [6] McLain, T.W. (1996) Modelling of Underwater Manipulator Hydrodynamics with Application to the Coordinated Control of an Arm/Vehicle System. Master's Thesis, Stanford University, Stanford.
https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1419-6_8
- [7] Leabourne, K.N. (2001) Two-Link Hydrodynamic Model Development and Motion Planning for Underwater Manipu-

-
- lation. Master's Thesis, Stanford University, Stanford.
- [8] Hanavan, E.P. (1966) A Personalized Mathematical Model of the Human Body. *Journal of Spacecraft and Rockets*, **3**, 446-448. <https://doi.org/10.2514/3.28474>
- [9] Katoch, S., Chauhan, S.S. and Kumar, V. (2021) A Review on Genetic Algorithm: Past, Present, and Future. *Multimedia Tools and Applications*, **80**, 8091-8126. <https://doi.org/10.1007/s11042-020-10139-6>
- [10] Das, D.B. and Birant, D. (2023) GASEL: Genetic Algorithm-Supported Ensemble Learning for Fault Detection in Autonomous Underwater Vehicles. *Ocean Engineering*, **272**, Article ID: 113844.
- [11] Hamdia, K.M., Zhuang, X. and Rabczuk, T. (2021) An Efficient Optimization Approach for Designing Machine Learning Models Based on Genetic Algorithm. *Neural Computing and Applications*, **33**, 1923-1933. <https://doi.org/10.1007/s00521-020-05035-x>