

湿度场与围压耦合作用下基于Weibull分布的岩石损伤本构模型研究

龙郅宇*, 马浩, 许岚弢

上海理工大学环境与建筑学院, 上海

收稿日期: 2024年4月24日; 录用日期: 2024年5月22日; 发布日期: 2024年5月30日

摘要

在地基开挖、地铁施工等地下工程中, 岩石常常受到湿度场-围压耦合作用。耦合作用会加剧岩石内部损伤, 对于损伤本构模型的研究可以进一步揭示岩石损伤机理。目前对于在湿度场-围压耦合作用下岩石的损伤本构模型研究尚不完善。本文基于Lemaitre应变等价性假设理论和SMP准则, 引入双参数的Weibull分布, 对岩石微元强度进行修正, 建立了湿度场-围压耦合作用下的岩石损伤本构模型。然后, 采用极值法得出所需的本构模型参数。对灰质泥岩的峰值应力和峰值应变进行理论与试验曲线对比研究, 提出的理论模型表现出较好的吻合度, 验证了该本构模型及参数的合理性以及适用性。本研究对软岩的损伤模型研究提供了参考, 有一定的工程实用性和指导性。

关键词

岩石力学, Weibull分布, 湿度-围压耦合作用, 本构模型

Study on Rock Damage Constitutive Model Based on Weibull Distribution under the Coupling of Humidity Field and Confining Pressure

Zhiyu Long*, Hao Ma, Lantao Xu

College of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Apr. 24th, 2024; accepted: May. 22nd, 2024; published: May. 30th, 2024

*通讯作者。

文章引用: 龙郅宇, 马浩, 许岚弢. 湿度场与围压耦合作用下基于Weibull分布的岩石损伤本构模型研究[J]. 建模与仿真, 2024, 13(3): 2964-2971. DOI: 10.12677/mos.2024.133269

Abstract

In underground projects such as foundation excavation and subway construction, rocks are often subjected to humidity field and confining pressure coupling. The coupling will aggravate the internal damage of rocks, and the study of the damage constitutive model can further reveal the damage mechanism of rocks. At present, the damaged constitutive model of rocks under the coupling effect of humidity field-confining pressure is still not well studied. In this paper, based on the Lemaitre strain equivalence assumption theory and the SMP criterion, a two-parameter Weibull distribution is introduced to correct the strength of rock microelements, and the damage constitutive model of rocks under the coupling of humidity field and confining pressure is established. Then, the extreme value method was used to derive the required parameters of the constitutive model. The theoretical and experimental curves of peak stress and peak strain of the gray mudstone are compared, and the proposed theoretical model shows good agreement, which verifies the reasonableness as well as the applicability of the constitutive model and parameters. This study provides a reference for the damage modeling study of soft rock, which has certain engineering practicality and guidance.

Keywords

Rock Mechanics, Weibull Distribution, Humidity-Confining Pressure Coupling, Constitutive Model

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在不同的含水地层, 岩石在地应力、孔隙水压力等各种复杂的环境作用下, 会发生水化反应。岩石在受到这些外部条件的影响下会产生变形, 出现微小孔隙, 进而产生裂纹, 颗粒间的胶结物被水化作用破坏, 使得岩石不断产生损伤或者破坏。水-力耦合在岩石损伤研究中一直是一个重点、热点问题。因此, 对于岩石损伤研究的本质就是通过建立损伤模型进行理论和试验验证, 反映岩石的力学特性和演化规律。

连续介质力学、损伤力学和材料力学、岩土力学等是研究岩石复杂力学行为及变形特征的理论基础, 将统计学和物理学统一起来, 可以作为连接连续介质力学、损伤力学和材料力学的桥梁。作为媒介, 岩石损伤演化过程可以用统计方法和模型来描述其演化规律。大量研究表明, 统计损伤本构模型已广泛应用于岩石损伤的分析和研究, 有效地反映和预测了岩石损伤的力学行为和变化。到目前为止, 学者们研究了不同加载类型、含水率、约束压力、环境类型、力学性质的水岩耦合作用下岩石的统计破坏模型, 并对传统的 Weibull 模型进行了改进[1] [2] [3]。曹文贵等[4]改进了损伤定义, 提出了考虑岩石损伤分配以及不同应力应变关系转化的新型统计损伤本构模型。徐卫亚等[5]从有效应力入手, 考虑岩石的残余强度和变形特征, 建立了岩石弹塑性损伤本构模型王伟等[6]考虑了有效应力和孔隙水压力的变化对岩石损伤的影响, 并建立了反映应力渗流耦合作用下的岩石损伤本构模型。李波波等[7]基于 Langmuir 方程, 通过试验构建煤岩孔隙水压力—渗流方程, 建立了反映煤岩吸附—渗透演化规律的损伤本构模型。赵志红等[8]基于 Weibull 分布, 建立高围压下深层页岩的遇水软化损伤本构模型。冯晓伟等[9]考虑化学腐蚀对

红砂岩的作用，定义了反映 PH 变化影响的岩石损伤变量，基于 Kelvin 模型，建立了岩石水化学损伤的流变模型。综上所述，虽然有许多学者已经提出了不少考虑含水量因素的岩石损伤演化方程和本构模型，但关于岩石在湿度场 - 围压耦合作用下的损伤本构模型研究仍较少，且已有的研究大多忽视了中间主应力效应，在一定程度上很难正确表达岩体类材料之间真实的应力 - 应变关系，具有一定的局限性。对于岩石微元强度准则较单一，存在模型参数物理意义不明确等问题。

针对以上问题，本文考虑湿度场与荷载的耦合作用，并根据 Lemaitre 应变假设和 SMP 准则建立了岩石湿度场 - 围压耦合损伤本构模型。通过极值法得到模型参数后，在单轴条件下对峰值应变和峰值应力进行理论曲线和试验曲线对比，进一步揭示岩石在湿度和围压耦合作用下的损伤机制和破坏规律。

2. 湿度场 - 围压作用下岩石损伤演化方程

2.1. 湿度损伤变量的确定

湿度对岩石的影响可以通过宏观力学参数—弹性模量的变化来表征，随着水化作用的不断进行，弹性模量随着含水率的增加而不断减小[10]。因此，根据损伤力学原理，弹性模量可以表征为含水率的函数，因此本文采用弹性模量来定义湿度损伤变量，即：

$$D_w = 1 - \frac{E_w}{E_0} \quad (1)$$

式中： E_w 是含水率为 w 时岩石的弹性模量， E_0 是岩石干燥时的弹性模量。

2.2. 力损伤变量的确定

在外荷载作用下，岩石微元的破坏是随机的，并根据 Krajcinovic 模型[11]可知，损伤变量即为微元破坏概率 P ，假设微元破坏的概率密度函数为 $\varphi(x)$ ，则 P 为 F 的累积分布函数，定义力损伤变量 D_q 的表达式：

$$D_q = P = \int_0^F \varphi(x) dx \quad (2)$$

研究表明[12] [13] [14]，当建立岩石损伤统计本构模型时，Weibull 分布是描述岩石微元物理性质的最有效统计方法之一，可以将岩石的宏观力学行为与其微观力学性质联系起来。根据岩石微元强度具有随机分布的特点，采用 Weibull 分布作为岩石强度的分布函数，并用 Weibull 统计概率模型来描述岩石的微元强度更为合理。鉴于此，本文假定岩石微元强度服从 Weibull 分布，其概率密度函数为：

$$\varphi(F) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (3)$$

式中： F 表示微元强度， m 和 F_0 为 Weibull 分布的统计参数，当用于岩石损伤本构理论的研究中时，它体现了岩石损伤分布的离散程度。

将式(3)代入式(2)可得岩石在荷载作用下的损伤变量为：

$$D_q = \int_0^F \varphi(x) dx = 1 - \exp \left[- \left(\frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (4)$$

2.3. 耦合作用下岩石微元强度的确定及屈服准则

根据 Matsuoka 和 Nakai [15]的研究，考虑中主应力对岩石强度的影响，对 Mohr-Coulomb 准则进行

修改,使其同时适应非黏结性材料和黏结性材料,得出修正 SMP 准则,表示如下:

$$F = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \frac{\sigma_1^* + \sigma_0}{\sigma_3^* + \sigma_0} \quad (5)$$

根据广义胡克定律和 Lemaitre 应变等价原理,且 $\sigma_2 = \sigma_3$, 有:

$$\varepsilon_1 = (\sigma_1^* - 2\nu\sigma_3^*)/E \quad (6)$$

$$\sigma_1^* = \frac{\sigma_1}{1 - D_q} \quad (7)$$

$$\sigma_3^* = \frac{\sigma_3}{1 - D_q} \quad (8)$$

$$1 - D_q = \frac{(\sigma_1 - 2\nu\sigma_3)}{E\varepsilon_1} \quad (9)$$

综合上式,可以得到基于湿度场 - 围压耦合作用下岩石的损伤演化方程:

$$D_s = 1 - \frac{E_w}{E_0} \exp \left[- \left(\frac{K\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3 + \sigma_0}{F_0(\sigma_3 + \sigma_0)} \right)^m \right] \quad (10)$$

3. 湿度场 - 围压耦合作用下岩石损伤本构模型

根据 Lemaitre 应变等价性原理和有效应力的概念,名义应力下含损伤岩石产生的应变等价于有效应力下无损伤岩石产生的有效应变。则可建立岩石损伤本构关系如下:

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{1 - D_s}, i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

式中, σ_i^* 为岩石的有效应力, σ_i 为岩石的名义应力, D_s 为岩石的损伤变量。则根据广义胡克定律可知:

$$\varepsilon_i^* = \left[\sigma_i^* - \nu(\sigma_j^* + \sigma_k^*) \right] / E_w \quad (12)$$

式中: (i, j, k) 为 $(1, 2, 3)$, E_w 为含水率为 w 时岩石的弹性模量, ν 为泊松比, ε_i^* 为与有效应力 σ_i^* 所对应的有效应变。

结合式(6)~(9), 将式(10)代入式(12)中得到损伤本构模型:

$$\sigma_{lr} = \left[E_w \varepsilon_{lr} + (1 - 2\nu)\sigma_3 \right] \frac{E_w}{E_0} \exp \left[- \left(\frac{E_w \varepsilon_{lr} + \sigma_3 + \sigma_0}{F_0(\sigma_3 + \sigma_0)} \right)^m \right] + (2\nu - 1)\sigma_3 \quad (13)$$

4. 湿度场 - 围压耦合作用下岩石损伤本构模型参数确定

因为岩石处在多场耦合状态,如前文定义,岩石的损伤是通过宏观物理参数来表征的。因此,为了更加准确的反映岩石在耦合作用下的力学行为和损伤演化规律,本文引入的 Weibull 分布参数 m 和 F_0 需通过岩石应力应变曲线的峰值点 $(\sigma_p, \varepsilon_p)$ 来确定; E_w 可以通过将不同含水率经过水化损伤的岩石样本的弹性模量用指数函数拟合确定。

单轴条件下本构模型参数确定

由式(13), 结合边界条件得:

$$\varepsilon = \varepsilon_p, \sigma_1 = \sigma_p \tag{14}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_p, \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = 0 \tag{15}$$

$$\sigma_p = \left[E_w \varepsilon_p + (1-2\nu)\sigma_3 \right] \frac{E_w}{E_0} \exp \left[- \left(\frac{E_w \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0}{F_0 (\sigma_3 + \sigma_0)} \right)^m \right] + (2\nu-1)\sigma_3 \tag{16}$$

综合上式，整理得：

$$m = \frac{1}{\ln \frac{E_w}{E_0} \left[\frac{E_w \varepsilon_p + (1-2\nu)\sigma_3}{\sigma_p + (1-2\nu)\sigma_3} \right]} \frac{E_w \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0}{\left[E_w \varepsilon_p + (1-2\nu)\sigma_3 \right]} \tag{17}$$

$$F_0 = \frac{E_w \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0}{(\sigma_3 + \sigma_0)} \left(\frac{E_w \varepsilon_p + (1-2\nu)\sigma_3}{E_w \varepsilon_p + \sigma_3 + \sigma_0} m \right)^{\frac{1}{m}} \tag{18}$$

5. 湿度场作用下岩石在单轴压缩下的损伤本构模型验证

5.1. 损伤本构模型参数的计算

为了验证所建立的湿度场 - 力作用下膨胀性软岩损伤模型的合理性和适用性，本节引用中国矿业大学季明[16]在湿度影响下，灰质泥岩单轴压缩试验的相关成果进行验证。季明对五组含水率从 0 到 11.01% 的岩样进行了单轴试验，将试验所得的原始力学参数代入损伤本构模型中求出参数 m 和 F_0 ，如表 1 所示。

Table 1. Table of model calculation parameters for ash mudstone
表 1. 灰质泥岩的模型计算参数表

| 含水率/% | m | F_0 |
|-------|---------|--------|
| 0 | 18.8099 | 2.4037 |
| 2.90 | 11.3951 | 2.2568 |
| 5.42 | 9.9192 | 2.0763 |
| 8.92 | 4.5528 | 1.8170 |
| 10.21 | 11.2865 | 1.5096 |

5.2. 不同含水率下灰质泥岩单轴条件下的理论应力 - 应变曲线

不同含水率下灰质泥岩的试验曲线与理论曲线如图 1 所示。可以看出，泥岩在单轴条件下的应力应变曲线呈现出明显的先硬化后软化的特点。随着含水率的增大，泥岩的峰值应力迅速下降，峰值应变逐渐增大。在相同的单轴应力下，含水率越高，岩石产生的变形就越大；达到某一应变时，含水率越高，岩石的强度就越低。含水率越高，峰后软化阶段越明显，因为随着岩石含水率的增加，加上外力的作用，岩石内部孔隙水压力增大，有效应力减小，峰值应力降低，出现了不可逆的变形，使得岩石的变形呈现非线性且不可控的特点。基于此，岩石的残余变形表征为岩石应变范围的延展，图 1 展示了灰质泥岩的全应力应变阶段。

5.3. 结果分析

在泥岩不同含水率的条件下，将以单轴压缩条件为基准进行试验的不同 Weibull 参数代入本文推导

的本构模型。对比试验得到的应力 - 应变峰值点和理论推导的应力 - 应变峰值点, 通过图 1 可以观察到岩石在不同含水率下的应力 - 应变曲线的变化情况。通过对比试验曲线和理论曲线峰值点及峰值应变, 可以得出结论, 湿度场 - 围压耦合损伤本构模型对泥岩的单轴压缩力学特性具有较高的吻合度。在单轴条件下, 泥岩的峰值应力随着含水率的增加而降低, 与实验结果一致。理论曲线可以体现泥岩强度和变形随着含水率变化的趋势, 显示出基于湿度场 - 围压耦合损伤演化方程的本构模型能够充分反映泥岩强度依赖于含水率和围压的特点。

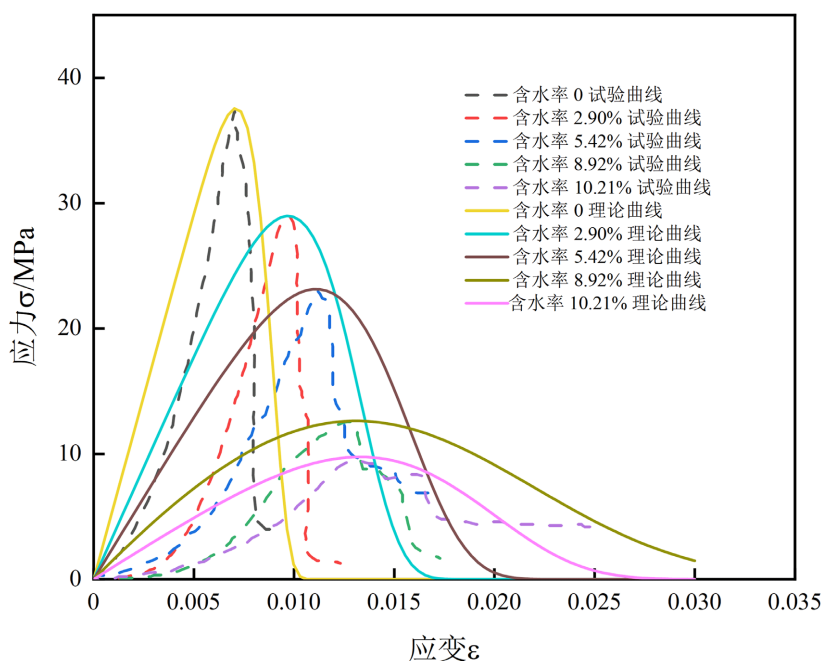


Figure 1. Stress-strain test curves and theoretical curves at different water contents
图 1. 不同含水率下的应力 - 应变试验曲线与理论曲线

6. 湿度场 - 围压耦合作用下损伤本构模型参数及损伤演化分析

湿度场 - 力损伤耦合模型中参数 F 主要表征的是岩石内平均强度的特征, 参数 m 表征了应力 - 应变曲线的特征, 表现为岩石的脆性。图 2 给出了参数 F 、 m 变化对泥岩单轴应力 - 应变过程的影响规律。由图 2 可知, 随着参数 m 的增大, 使得曲线不仅出现极大值点, 还开始出现极小值点, 并且强度值呈增长趋势; 参数 F 的增加, 则体现出峰值应力应变的增加。

湿度场 - 围压耦合作用下泥岩的损伤演化曲线如图 3 所示, 可以看出, 在初始弹性阶段, 岩石的损伤发展速度很慢, 损伤趋近于 0; 当岩石进入塑性阶段后, 随着岩石的不断变形, 损伤发展速度突然加剧, 损伤程度加深; 当岩石达到峰值应力后, 岩石变形最大, 损伤发展速度逐渐降低; 当岩石破坏后, 根据岩石的损伤演化方程, 如式(10)所示, 随着岩石的应变不断增大, 岩石内部微元破坏加剧, 损伤程度加深。岩石总损伤由峰前损伤及峰后损伤两部分组成, 由于残余应力以及参数 m 和 F_0 的影响, 因此岩石总损伤值趋于 1; 当岩石达到相同的损伤程度, 含水率越高, 岩石的变形程度越大; 当岩石在相同的应变下, 含水率越高, 产生的损伤越小。

7. 结论

本文基于 Weibull 分布的假设, 利用 SMP 准则及 Lemaitre 应变假设原理, 建立了一个包含软岩湿度

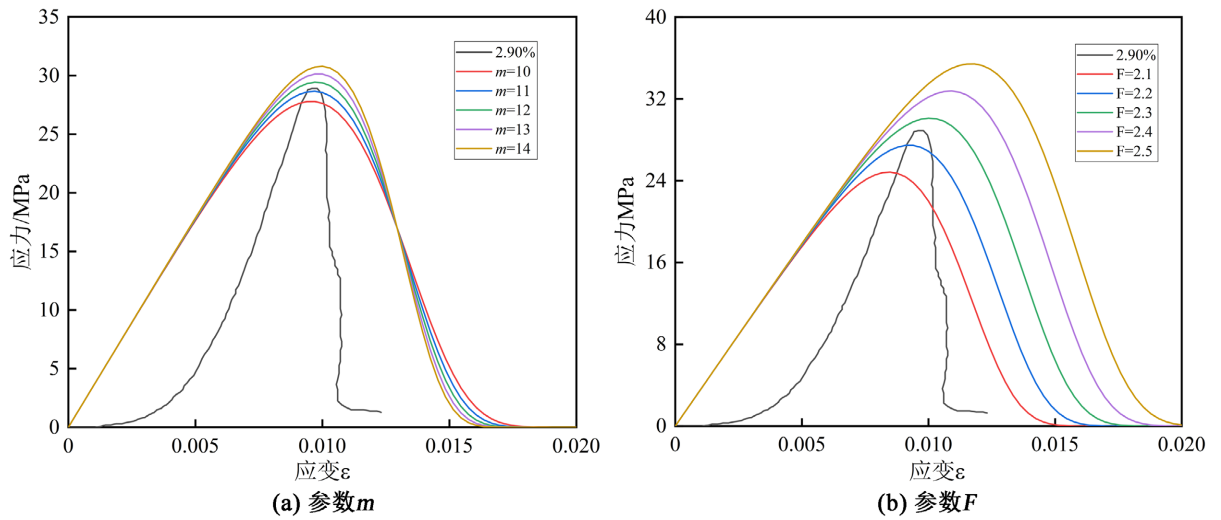


Figure 2. Effect of parameters F and m on stress-strain curves (2.90%, uniaxial)

图 2. 参数 F 、 m 对应力 - 应变曲线的影响(2.90%，单轴)

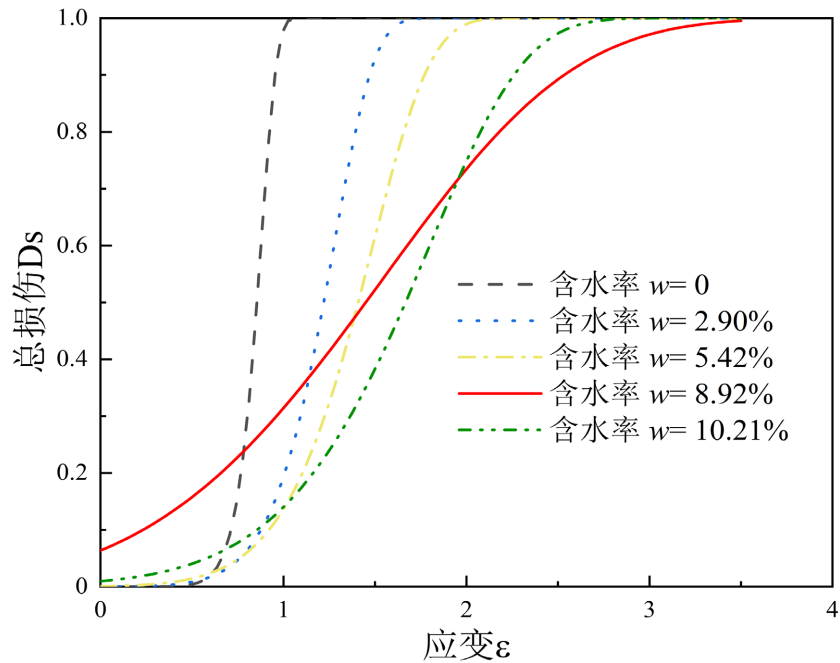


Figure 3. The evolution curve of the humidity field-load damage model for mudstone

图 3. 湿度场 - 围压作用下不同含水率的泥岩损伤演化曲线

场 - 围压耦合损伤演化方程的本构模型。对比理论曲线峰值点和试验数据曲线峰值点，两者吻合度高，能够很好地反映泥岩在单轴压缩过程中的应力 - 应变峰值特性和变形特征，对于实际工程中的岩石损伤研究具有一定的工程意义。所建立的本构模型可以反映岩石强度和变形随湿度 - 水化作用和围压变化的趋势，与实际情况相符。在建立软岩湿度场 - 围压耦合损伤本构模型时，反映岩石的峰值应力的模型参数物理意义明确且随着峰值应力与围压的变化而变化。岩石的损伤演化曲线总是遵循先密，后发散，最后趋于 1 的规律，这与岩石本身的性质以及所处的应力条件及环境有关，岩石不同阶段的应力应变关系可以证明这一性质。

致 谢

本研究得到了上海市科委自然科学基金项目(23ZR1443600)的资助, 在此表示感谢。

基金项目

上海市科委自然科学基金项目(23ZR1443600)。

参考文献

- [1] Van Eeckhout, E.M. (1976) The Mechanisms of Strength Reduction Due to Moisture in Coal Mine Shales. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **13**, 61-67. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(76\)90705-1](https://doi.org/10.1016/0148-9062(76)90705-1)
- [2] Erguler, Z.A. and Ulusay, R. (2009) Water-Induced Variations in Mechanical Properties of Clay-Bearing Rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **46**, 355-370. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2008.07.002>
- [3] Yilmaz, I. (2010) Influence of Water Content on the Strength and Deformability of Gypsum. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **47**, 342-347. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2009.09.002>
- [4] 曹文贵, 张升, 赵明华. 基于新型损伤定义的岩石损伤统计本构模型探讨[J]. 岩土力学, 2006(1): 41-46.
- [5] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002(6): 787-791.
- [6] 王伟, 田振元, 朱其志. 考虑孔隙水压力的岩石统计损伤本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(S2): 3676-3682.
- [7] 李波波, 李建华, 杨康考虑含水率影响的煤岩变形及渗透率模型[J]. 煤炭学报, 2019, 44(4): 1076-1083.
- [8] 赵志红, 金浩增, 郭建春. 水化作用下深层页岩软化本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2022, 41(S2): 3189-3197.
- [9] 冯晓伟, 王伟, 王如宾. 考虑水化学损伤的砂岩流变损伤本构模型[J]. 岩土力学, 2018, 39(9): 3340-3346+3354.
- [10] 徐光苗, 刘泉声. 岩石冻融破坏机理分析及冻融力学试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005(17): 3076-3082.
- [11] Krajcinovic, D. (1983) Creep of Structures—A Continuous Damage Mechanics Approach. *Journal of Structural Mechanics*, **11**, 1-11. <https://doi.org/10.1080/03601218308907428>
- [12] 刘志航, 王伟, 李雪浩. 考虑化学腐蚀作用的砂板岩损伤本构模型[J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2020, 37(4): 390-395.
- [13] Wong, T.F., Wong, R.H.C. and Chau, K.T. (2006) Microcrack Statistics, Weibull Distribution and Micromechanical Modeling of Compressive Failure in Rock. *Mechanics of Materials*, **38**, 664-681. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2005.12.002>
- [14] Chen, S., Qiao, C. and Ye, Q. (2018) Comparative Study on Three-Dimensional Statistical Damage Constitutive Modified Model of Rock Based on Power Function and Weibull Distribution. *Environmental Earth Sciences*, **77**, 108. <https://doi.org/10.1007/s12665-018-7297-6>
- [15] Matsuoka, H., Hoshikawa, T. and Ueno, K. (1990) A General Failure Criterion and Stress-Strain Relation for Granular Materials to Metals. *Soils and Foundations*, **30**, 119-127. https://doi.org/10.3208/sandf1972.30.2_119
- [16] 季明. 湿度场下灰质泥岩的力学性质演化与蠕变特征研究[D]: [博士学位论文]. 徐州: 中国矿业大学, 2009.