Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, **2017, 6(5), 698-705**
Published Online August 2017 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2017.65083

Robust Impulsive Stability for Uncertain Linear Discrete-Time Systems with Delay

Changqing Liu

Department of Mathematics and Statistics, Baise University, Baise Guangxi
Email: lcqing619@foxmail.com

Received: Aug. 5th, 2017; accepted: Aug. 20th, 2017; published: Aug. 24th, 2017

Abstract

This paper investigates the problem of robust impulsive stabilization of uncertain linear discrete-time systems with delay. By introducing the time-varying Lyapunov function that captures the dynamical characteristic of discrete-time impulsive delayed uncertain linear systems, and utilizes a convex combination technique, new robust exponential stability criteria for uncertain linear discrete-time impulsive delayed systems are established in terms of linear matrix inequalities. And the feedback gain matrices of robust impulsive control law are obtained. Numerical simulations are rendered to exemplify the effectiveness and applicability of the proposed results.

Keywords

Robust Exponential Stability, Time-Varying Lyapunov Function, Delay, Discrete-Time System, Uncertain parameters, Linear Matrix Inequalities

不确定线性离散时滞系统的鲁棒脉冲镇定

柳长青

百色学院，数学与统计学院，广西 百色
Email: lcqing619@foxmail.com

收稿日期：2017年8月5日；录用日期：2017年8月20日；发布日期：2017年8月24日

摘　要

研究了一类范数有界的不确定线性离散时滞系统的鲁棒脉冲镇定问题。通过引入与脉冲时间序列相关的时变Lyapunov泛函，利用凸组合技术，以线性矩阵不等式的形式，建立了不确定线性离散脉冲时滞系统的鲁棒指数稳定的判别准则。通过求解线性矩阵不等式，得到鲁棒状态反馈脉冲控制律的增益矩阵。数

文章引用：柳长青. 不确定线性离散时滞系统的鲁棒脉冲镇定[J]. 应用数学进展, 2017, 6(5): 698-705.
DOI: 10.12677/aam.2017.65083

值实例仿真验证了结果的有效性、可行性。

关键词

鲁棒指数稳定，时变Lyapunov函数，时滞，离散系统，不确定参数，线性矩阵不等式

1. 引言

在工业生产中，脉冲和时滞是普遍存在的现象，如：信号传输、电力输送、人造卫星轨道变换。脉冲时滞系统既反映了过去状态对当前状态的影响，也反应了由脉冲产生的跳变现象。另一方面，实际系统的参数在扰动或其它因数的影响下会发生变化，从而使系统响应不能达到预期的要求，甚至出现不稳定，因此要求系统对不确定参数具有一定的鲁棒性.近年来，人们对脉冲系统或时滞系统的研究取得了较多的成果。文献[1] [2] [3] [4]研究了脉冲系统的 H_∞ 控制问题，文献[5] [6] [7] [8] [9]研究了不确定系统的时滞稳定性问题，然而有关不确定线性脉冲时滞系统的研究却很少。

相对于连续时间脉冲时滞系统，离散系统研究较少，目前离散时间脉冲时滞系统的稳定性分析主要集中在时不变 Lyapunov 函数的方法，如：[4] [6]。利用该方法研究没有充分利用脉冲区间长度信息，得到的稳定性条件具有一定的保守性。本文引入时变 Lyapunov 函数，利用凸组合技术、线性矩阵不等式及相关稳定性理论，研究了不确定线性离散脉冲时滞系统的鲁棒稳定性问题及脉冲状态反馈控制器的设计方法。最后，通过一个数值实例验证了结果的有效性。

2. 问题描述

本人用到的记号：对给定的实对称矩阵 $M>(\geq,<,\leq)0$，表示：M 为正定(半正定，负定，半负定)矩阵。I 表示合适维数的单位矩阵。$\lambda_{\max}(M)(\lambda_{\min}(M))$ 表示对称矩阵 M 的最大(最小)的特征值。$x\in R^n,\|x\|$ 表示 x 的欧拉范数，$N_0=\{0\}\cup N$。任意的两个整数 $a,b,(a<b)$，定义 $N(a)=\{a,a+1,\cdots\}$，及 $N(a,b)=\{a,a+1,\cdots,b\}$。

考虑如下离散线性系统：

$$\begin{cases} x(t)=(A_1+\Delta A_1)x(t-1)+(A_2+\Delta A_2)x(t-1-\tau), & t\neq t_k \\ \Delta x(t)=(B+\Delta B)u(t-1), & t=t_k \\ x(t)=\phi(t), & t\in N(-\tau,0) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x(t)\in R^n$ 是状态变量，$u\in R^n$ 是脉冲控制输入，$\Delta x(t_k)=x(t_k)-x(t_k-1)$ 为系统状态在脉冲时刻 t_k 的跳变。脉冲时间序列 $\{t_k\}$，满足 $0=t_0<t_1<\cdots<\lim\limits_{k\to\infty}=\infty$，且 $t_k-t_{k-1}\leq 0$。A_1,A_2,B 为已知的参数矩阵，$\Delta A_1,\Delta A_2,\Delta B$ 表示系统参数的不确定性，并具有如下结构：

$$\Delta A_1=D_1F_1(t)E_1,\ \Delta A_2=D_2F_2(t)E_2,\ \Delta B=D_0F_0(t)E_0$$

其中，$D_i,E_i,i=0,1,2$ 为已知的常值矩阵，$F_i(t),i=0,1,2$ 为具有适合维数的不确定矩阵，且满足：

$$F_0(t)^{\mathrm{T}} F_0(t) \le I,\ F_1(t)^{\mathrm{T}} F_1(t) \le I,\ F_2(t)^{\mathrm{T}} F_2(t) \le I$$

本文的目的是对给定的脉冲时间序列$\{t_k\}$，设计脉冲状态反馈控制律$u(t)=Kx(t)$，使闭环系统

$$\begin{cases} x(t)=\left(A_1+D_1F_1(t)E_1\right)x(t-1)+\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)x(t-1-\tau), & t\neq t_k \\ \Delta x(t)=\left(I+BK+D_0F_0(t)E_0K\right)x(t_k-1), & k\in N \\ x(t)=\phi(t), & t\in N(-\tau,0) \end{cases} \tag{2}$$

的零解是鲁棒指数稳定的。

定义 1 系统(1)是鲁棒指数稳定的，如果存在常数$a>0,\gamma\in(0,1)$，使得

$$\left\|x(t,t_0,x_0)\right\|\le a\gamma^t\left\|x_0\right\|,t\in N$$

引理 1 [8] 对任意$x,y\in R^n$和正定矩阵$P\in R^{n\times n}$，及正数α，则有：

$$x^{\mathrm{T}}Py+y^{\mathrm{T}}Px\le\alpha x^{\mathrm{T}}Px+\alpha^{-1}y^{\mathrm{T}}Py$$

引理 2 [10] 设矩阵$A\in R^{n\times n}$，$D\in R^{n\times n_f}$，$E\in R^{n_f\times n}$，$F\in R^{n_f\times n_f}$，及常数$\varepsilon>0$，且$F^{\mathrm{T}}F<I$，对任意矩阵$P>0,P\in R^{n\times n}$，下列矩阵不等式成立：

$$\left(A+DFE\right)^{\mathrm{T}}P^{-1}\left(A+DFE\right)\le A^{\mathrm{T}}\left(P-\varepsilon DD^{\mathrm{T}}\right)^{-1}A+\varepsilon E^{\mathrm{T}}E$$

引理 3 [11] 设矩阵$U,X\in R^{n\times n}$，且$X>0$，则对任意的正数ε，有

$$UX^{-1}U^{\mathrm{T}}\ge\varepsilon\left(U+U^{\mathrm{T}}\right)-\varepsilon^2X$$

引理 4 (Schur 补引理)对给定的$S,S=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12} & S_{22}\end{bmatrix}$，以下三个条件等价：

1) $S<0$；
2) $S_{11}<0,S_{22}-S_{12}^{\mathrm{T}}S_{11}^{-1}S_{12}<0$；
3) $S_{22}<0,S_{11}-S_{12}S_{22}^{-1}S_{12}^{\mathrm{T}}<0$。

3. 主要结果

本文引入时变 Lyapunov 函数的方法建立系统(1)的鲁棒镇定条件。为此，我们先定义一些关于脉冲时间序列的离散函数。

给定的脉冲时间序列$\{t_k\}\in S(\gamma_1,\gamma_2)$，定义线性分段函数$\rho:N_0\to R^+$

$$\rho(t)=\begin{cases}\dfrac{t_k-1-t}{t_k-1-t_{k-1}},t\in N(t_{k-1},t_k-1),k\in N\\ 1,t\in N(-\tau,-1)\end{cases} \tag{3}$$

易见，

$$\rho(t_{k-1})=1,\rho(t_k-1)=0,k\in N,\rho(t)\in[0,1],t\in N(t_k,t_{k+1}-1). \tag{4}$$

$$\forall t\in N(t_{k-1}+1,t_k-1),k\in N,\rho(t-1)=\frac{t_k-t}{t_k-1-t_{k-1}}=\rho(t)+\rho_1(t). \tag{5}$$

其中，$\rho_1(t)=\dfrac{1}{t_k-1-t_{k-1}}$，$\forall t\in N(t_{k-1},t_k-1)$，$k\in N$。对任意的$t\in N_0$，令

$$\rho_2(t)=\begin{cases}\dfrac{1/(\gamma_1-1)-\rho_1(t)}{1/(\gamma_1-1)-1/(\gamma_2-1)},\gamma_1<\gamma_2\\ 0,\gamma_1=\gamma_2\end{cases}$$

注意到 $\{t_k\}\in S(\gamma_1,\gamma_2)$

$$0\le\rho_2(t)\le 1,\quad \rho_1(t)=\frac{\rho_2(t)}{\gamma_2-1}+\frac{1-\rho_2(t)}{\gamma_1-1},\quad \forall t\in N_0. \tag{6}$$

记 $\tilde{\rho}(t)=1-\rho(t)$，$\tilde{\rho}_2(t)=1-\rho_2(t)$。

定理 1 对给定的矩阵 K，脉冲序列 $\{t_k\}\in S(\gamma_1,\gamma_2)$，其中 $\gamma_2\ge\gamma_1\ge 2$ 及标量 $\theta\in(0,1)$，$\mu\in(0,1]$，若存在对称矩阵 $P_i>0,Q>0$，及标量 $\varepsilon_{ij}>0,i=j=1,2,\alpha>0,\varepsilon_0>0$ 使得下列矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix}-(1-\theta)Q & \sqrt{1+\alpha^{-1}}A_2^{\mathrm{T}}P_i & 0 & \varepsilon_{ij}E_2^{\mathrm{T}}\\ * & -P_i & P_iD_2 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon_{ij}I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I\end{bmatrix}<0,\quad i,j=1,2 \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix}Q-(1-\theta)\left(P_i+\dfrac{1}{\gamma_j-1}(P_2-P_1)\right) & \sqrt{1+\alpha^{-1}}A_1^{\mathrm{T}}P_i & 0 & \varepsilon_{ij}E_1^{\mathrm{T}}\\ * & -P_i & P_iD_1 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon_{ij}I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}I\end{bmatrix}<0,\quad i,j=1,2 \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix}Q-\mu P_1 & (I+BK)^{\mathrm{T}}P_2 & 0 & \varepsilon_0(E_0K)^{\mathrm{T}}\\ * & -P_2 & P_2D_0 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon_0I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon_0I\end{bmatrix}\le 0 \tag{9}$$

则系统(1)的零解是鲁棒指数稳定的。

证明： 定义 Ξ_{ij} 为式(7)，Ψ_{ij} 为式(8)，于是 $\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\Xi_{ij}<0$，$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\Psi_{ij}<0$，即：

$$\begin{bmatrix}-(1-\theta)Q & \sqrt{1+\alpha^{-1}}A_2^{\mathrm{T}}P(t) & 0 & \varepsilon(t)E_2^{\mathrm{T}}\\ * & -P(t) & P(t)D_2 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon(t)I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon(t)I\end{bmatrix}<0,\quad i,j=1,2. \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix}Q-(1-\theta)\left(P(t)+\rho_1(P_2-P_1)\right) & \sqrt{1+\alpha}A_1^{\mathrm{T}}P(t) & 0 & \varepsilon(t)E_1^{\mathrm{T}}\\ * & -P(t) & P(t)D_1 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon(t)I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon(t)I\end{bmatrix}<0,\quad i,j=1,2 \tag{11}$$

式中 $P(t)=\tilde{\rho}(t)P_1+\rho(t)P_2$，$\varepsilon(t)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\varepsilon_{ij}<0$，对(10)，(11)应用 Schur 补得到：

$$(1+\alpha_{-1})A_2^{\mathrm{T}}P(t)\left(P(t)-\varepsilon^{-1}(t)P(t)D_2D_2^{\mathrm{T}}P(t)\right)^{-1}P(t)A_2+\varepsilon(t)E_2^{\mathrm{T}}E_2-(1-\theta)Q<0 \tag{12}$$

$$(1+\alpha)A_1^{\mathrm{T}}P(t)\left(P(t)-\varepsilon^{-1}(t)P(t)D_1D_1^{\mathrm{T}}P(t)\right)^{-1}P(t)A_1+\varepsilon(t)E_1^{\mathrm{T}}E_1-(1-\theta)P(t-1)<0 \tag{13}$$

对(9)运用 Schur 补得到

$$Q-\mu P_1+(I+BK)^{\mathrm{T}}\left(P_2^{-1}-\varepsilon_0^{-1}D_0D_0^{\mathrm{T}}\right)^{-1}(I+BK)+\varepsilon_0(E_0K)^{\mathrm{T}}(E_0K)<0 \tag{14}$$

选取时变 Lyapunov 函数 $V(t,x_t)=x^{\mathrm{T}}(t)P(t)x(t)+\sum_{s=t-\tau}^{t-1}x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t)$，由(5)得，$\forall t\in N(t_k+1,t_{k+1}-1)$，有

$$P(t-1)=P(t)+\rho_1(t)(P_2-P_1) \tag{15}$$

记 $V(t)=V(t,x_t)$， $\Delta V(t)=V(t)-V(t-1)$。 $\forall t\in N(t_k+1,t_{k+1}-1)$ 根据引理 1-3 及(2)有：

$$\begin{aligned}
\Delta V(t)&=-\theta V(t-1)+V(t)-(1-\theta)V(t-1)\\
&=-\theta V(t-1)+x^{\mathrm{T}}(t)P(t)x(t)-(1-\theta)x^{\mathrm{T}}(t-1)P(t-1)x(t-1)\\
&\quad+x^{\mathrm{T}}(t-1)Qx(t-1)-x^{\mathrm{T}}(t-1-\tau)Qx(t-1-\tau)\\
&=-\theta V(t-1)+\left(\left(A_1+D_1F_1(t)E_1\right)x(t-1)\right)^{\mathrm{T}}P(t)\left(A_1+D_1F_1(t)E_1\right)x(t-1)\\
&\quad+\left(\left(A_1+D_1F_1(t)E_1\right)x(t-1)\right)^{\mathrm{T}}P(t)\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)x(t-1-\tau)\\
&\quad+\left(\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)x(t-1-\tau)\right)^{\mathrm{T}}P(t)\left(A_1+D_1F_1(t)E_1\right)x(t-1)\\
&\quad+\left(\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)x(t-1-\tau)\right)^{\mathrm{T}}P(t)\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)x(t-1-\tau)\\
&\quad-(1-\theta)x^{T}(t-1)P(t-1)x(t-1)+x^{\mathrm{T}}(t-1)Qx(t-1)-x^{\mathrm{T}}(t-1-\tau)Qx(t-1-\tau)\\
&\le-\theta V(t-1)+x^{\mathrm{T}}(t-1)\left((1+\alpha)A_1+D_1F_1(t)E_1\right)P(t)\left(A_1+D_1F_1(t)E_1\right)\\
&\quad+Q-(1-\theta)x^{\mathrm{T}}(t-1)P(t-1)x(t-1)+x^{\mathrm{T}}(t-1-\tau)\left(1-\alpha^{-1}\right)\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)^{\mathrm{T}}\\
&\quad P(t)\left(A_2+D_2F_2(t)E_2\right)-Qx(t-1-\tau)\\
&\le-\theta V(t-1)
\end{aligned}$$

所以，对 $\forall t\in N(t_k+1,t_{k+1}-1)$，有：

$$V(t)\le(1-\theta)^{t-t_k}V(t_k) \tag{16}$$

下面估计 $V(t_k)$， $k\in N$， 由(2)，(14)得：

$$\begin{aligned}
V(t_k)&=x^{\mathrm{T}}(t_k)P(t_k)x(t_k)+\sum_{s=t_k-\tau}^{t_k-1}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\\
&=x^{\mathrm{T}}(t_k-1)\Big(\left(I+BK+D_0F_0(t)E_0\right)^{\mathrm{T}}P_2\left(I+BK+D_0F_0(t)E_0\right)+Q\Big)x(t_k-1)+\sum_{s=t_k-\tau}^{t_k-2}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\\
&\le x^{\mathrm{T}}(t_k-1)\Big(\left(I+BK+D_0F_0(t)E_0\right)^{\mathrm{T}}P_2\left(I+BK+D_0F_0(t)E_0\right)+Q\Big)x(t_k-1)+\sum_{s=t_k-1-\tau}^{t_k-2}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\\
&\le\mu x^{\mathrm{T}}(t_k-1)P_1x(t_k-1)+\sum_{s=t_k-1-\tau}^{t_k-2}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\\
&\le x^{\mathrm{T}}(t_k-1)P_1x(t_k-1)+\sum_{s=t_k-1-\tau}^{t_k-2}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\\
&=V(t_k-1)
\end{aligned} \tag{17}$$

综合(16)，(17)得：

$$V(t)\le(1-\theta)^{t-t_0-k}V(t_0),\quad t\in N(t_k,t_{k+1}-1) \tag{18}$$

注意到$\{t_k\}\in S(\gamma_1,\gamma_2)$，则

$$k\le\frac{t_k-t_0}{\gamma_1}\le\frac{t-t_0}{\gamma_1},\quad t\in N(t_k,t_{k+1}-1) \tag{19}$$

因此，由(18)，(19)得：$V(t)\le(1-\theta)^{\left(1-\frac{1}{\gamma_1}\right)(t-t_0)}V(t_0)$，$t\in N_0$

其中，$\lambda_1=\min\{\lambda_{\min}(P_i),i=1,2\}$，$\lambda_2=\max\{\lambda_{\max}(P_i),\lambda_{\max}(Q),i=1,2\}$，由定义 1 系统(2)的零解是鲁棒指数稳定的。

推论 1 给定的矩阵K，脉冲序列$\{t_k\}\in S(\gamma_1,\gamma_2)$，及标量$\theta\in S(0,1)$，$\mu\in(0,1]$，若存在对称矩阵$P>0,Q>0$，及标量$\varepsilon,\alpha,\varepsilon_0>0$使得下列矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix}-(1-\theta)Q & \sqrt{1+\alpha^{-1}}A_2^{\mathrm T}P & 0 & \varepsilon E_2^{\mathrm T}\\ * & -P & PD_2 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon I\end{bmatrix}<0 \tag{20}$$

$$\begin{bmatrix}Q-(1-\theta)P & \sqrt{1+\alpha}A_1^{\mathrm T}P & 0 & \varepsilon E_1^{\mathrm T}\\ * & -P & PD_1 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon I & 0\\ * & 0 & 0 & -\varepsilon I\end{bmatrix}<0 \tag{21}$$

$$\begin{bmatrix}-\mu P & (I+BK)^{\mathrm T}P & 0 & \varepsilon_0(E_0K)^{\mathrm T}\\ * & -P & PD_0 & 0\\ 0 & * & -\varepsilon_0 I & 0\\ * & 0 & 0 & -Q\end{bmatrix}\le 0 \tag{22}$$

则系统(1)的零解是鲁棒指数稳定的。

证明：令$P_1=P_2=P$，$\varepsilon_{ij}=\varepsilon$，$i,j=1,2$，由定理 1 成立，于是推论 1 得证。

下面定理给出了脉冲反馈增益矩阵K的设计方法。

定理 2 对给定的脉冲序列$\{t_k\}\in S(\gamma_1,\gamma_2)$，其中$\gamma_2\ge\gamma_1\ge 2$及标量$\theta\in(0,1)$，$\mu\in(0,1]$，若存在对称矩阵$X_i>0,M>0$，及标量$\bar\varepsilon_{ij}>0,\sigma_j>0,\delta_j>0,\alpha>0,\bar\varepsilon_0>0$使得下列矩阵不等式成立：

$$\begin{bmatrix}(1-\theta)(\sigma_jM-2\sigma_j^2X_i) & \sqrt{1+\alpha^{-1}}X_iA_2^{\mathrm T} & 0 & X_iE_2^{\mathrm T}\\ * & -X_i & -\bar\varepsilon_{ij}D_2 & 0\\ 0 & * & -\bar\varepsilon_{ij}I & 0\\ * & 0 & 0 & -\bar\varepsilon_{ij}I\end{bmatrix}<0,\quad i=j=1,2 \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}-(1-\theta)(X_1\\ \frac{1}{\gamma_j-1}\left((2\delta_j-1)X_1-\delta_j^2X_2\right)\end{matrix} & X_1 & \sqrt{1+\alpha^{-1}}X_1A_1^{\mathrm T} & 0 & X_1E_1^{\mathrm T}\\ * & -M & 0 & 0 & 0\\ * & 0 & -X_1 & -\bar\varepsilon_{1j}D_1 & 0\\ 0 & 0 & * & -\bar\varepsilon_{1j}I & 0\\ * & 0 & 0 & 0 & -\bar\varepsilon_{1j}I\end{bmatrix}<0,\quad j=1,2 \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix} -(1-\theta)\dfrac{\gamma_j}{\gamma_j-1}X_2 & X_2 & \dfrac{1-\theta}{\gamma_j-1}X_2 & \sqrt{1+\alpha}X_2A_1^{\mathrm{T}} & 0 & X_2E_1^{\mathrm{T}} \\ * & -M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & -\dfrac{1-\theta}{\gamma_j-1}X_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & -X_2 & -\bar{\varepsilon}_{2j}D_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & -\bar{\varepsilon}_{2j}I & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{\varepsilon}_{2j}I \end{bmatrix} < 0,\quad j=1,2 \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix} -\mu X_1 & X_1 & X_1+\bar{K}^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & 0 & \bar{K}^{\mathrm{T}}E_0^{\mathrm{T}} \\ * & -M & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & -X_0 & \bar{\varepsilon}_0D_0 & 0 \\ 0 & 0 & * & -\bar{\varepsilon}_0I & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & -\bar{\varepsilon}_0I \end{bmatrix} \le 0. \tag{26}$$

相应的脉冲状态反馈增益矩阵为$K=\bar{K}X_1^{-1}$时，则闭环系统(2)的零解是鲁棒指数稳定的。

证明： 令$P_i=X_i^{\mathrm{T}}$，$Q=M^{-1}$，$\varepsilon_{ij}=\bar{\varepsilon}_{ij}^{-1}$，$i=j=1,2$，$\varepsilon_0=\bar{\varepsilon}_0^{-1}$，$K=\bar{K}X_1^{-1}$，在式(23)两边分别乘$diag\left(P_i,P_i,\varepsilon_{ij}I,\varepsilon_{ij}I\right)$，在式(24)两边分别乘$diag\left(P_1,P_1,\varepsilon_{1j}I,\varepsilon_{1j}I\right)$，在式(25)两边分别乘$diag\left(P_2,P_2,\varepsilon_{2j}I,\varepsilon_{2j}I\right)$，在式(26)两边分别乘$diag\left(P_1,P_2,\varepsilon_0I,\varepsilon_0I\right)$，利用引理2和引理4，即可得(7)，(8)，(9)，因此，当$K=\bar{K}X_1^{-1}$时，由定理1，闭环系统(2)的零解是鲁棒指数稳定的。

4. 数值例子

考虑系统(1)，其中系统参数为：

$$A_1=\begin{bmatrix}1 & 0.01\\ 0.01 & 0.5\end{bmatrix},\ D_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},\ E_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0.05\\ -0.02 & 0.1\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$D_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},\ E_2=\begin{bmatrix}-0.2 & 0.01\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix},\ D_0=\begin{bmatrix}0.5\\ 0.1\end{bmatrix},\ E_0=\begin{bmatrix}1\end{bmatrix}.$$

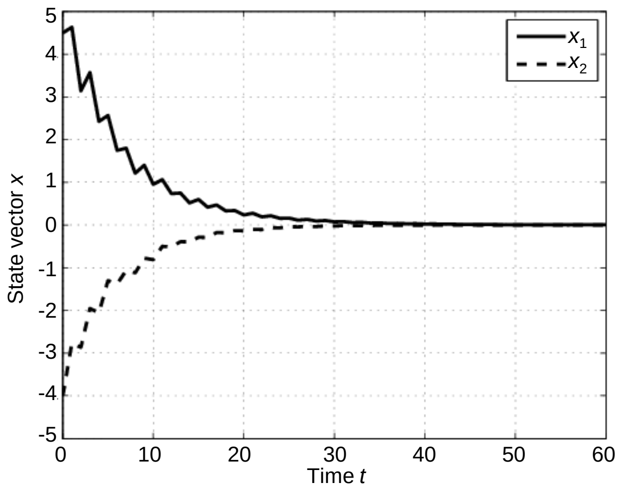

Figure 1. The evolution curve of system state under impulsive control law
图 1. 系统状态在脉冲控制律作用下的演化曲线

不确定项 $F_0(t)=\sqrt{\sin(t)}$，$F_1(t)=diag\left(\sqrt{\sin(t)},\sqrt{\cos(t)}\right)$，$F_2(t)=diag\left[\sqrt{\cos(t)},\sqrt{\sin(t)}\right]^{\mathrm{T}}$。不妨取 $\tau=2$，$\gamma_1=\gamma_2=2$，$\mu=0.9$，$\theta=0.1$，$j=1,2$，$\delta_1=0.08605$，$\delta_2=0.09832$，应用定理 2 可得相应的脉冲状态反馈控制器 $\mu(t)=[-0.2703,0.0769]x(t)$，图 1 给出在此脉冲控制器的作用下，取初始值 $\phi(t)=diag[4.5,-4]^{\mathrm{T}}$，系统的演化曲线。仿真结果显示，系统(1)在该脉冲控制器的作用下，其状态指数收敛于零。

基金项目

(2013LX148)积分不等式在脉冲和随机微分方程中的应用。

(KY2015YB280)脉冲作用下神经网络的同步设计与多稳定性研究。

(2014KB03)脉冲作用下动态网络的多稳定性研究。

参考文献 (References)

[1] 关治洪, 廖俊峰, 廖锐全. 不确定脉冲系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 623-626.

[2] Chen, W.-H., Wang, J.-G., Tang, Y.-J., *et al*. (2008) Robust H_∞ Control of Uncertain Linear Impulsive Stochastic Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **18**, 1348-1371. https://doi.org/10.1002/rnc.1286

[3] Chen, W.-H. and Zheng, W.X. (2009) Robust Stability and H_∞ Control of Uncertain Impulsive Systems with Time-Delay. *Automatica*, **45**, 109-117.

[4] Liu, B. and Liu, X. (2007) Robust Stability of Uncertain Discrete Impulsive Systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **54**, 455-459. https://doi.org/10.1109/TCSII.2007.892395

[5] 华民刚, 催宝同. 不确定时滞线性系统的鲁棒镇定问题[J]. 江南大学学报, 2006, 5(3): 298-301.

[6] 陈芳信. 线性不确定离散时滞系统的鲁棒控制研究[D]: [博士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2005.

[7] 郑连伟，刘晓平，张庆灵. 具有时变不确定性的线性时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 自动化学报，2001，27(3): 377-380.

[8] 王景成，苏宏业，俞立，等. 线性时变不确定时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 257-261.

[9] Jiang, X.-F. and Han, Q.-L. (2005) On H_∞ Control for Linear Systems with Interval Time-Varying Delay. *Automatica*, **41**, 2099-2106.

[10] Bainov, D.D. and Simeonov, P.S. (1989) Systems with Impulse Effect: Stability, Theory and Applications. Elllis Horwood, Chichester.

[11] Chen, W.-H. and Zheng, W.X. (2007) Robust Stabilization of Delayed Markovian Jump Systems Subject to Parametric Uncertainties. *Proceedings of the* 46*th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, USA: IEEE Press, 10-11 December 2007, 3054-3059.

期刊投稿者将享受如下服务：

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究