

# Reasonable Arrangement of Flight Plans

Miao Yang, Xiaoling Zhang, Xiaoyan Xu, Yuanyuan Yang, Xia Liu, Yanxiang Tan

School of Mathematics and Statistics, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan  
Email: 2943760893@qq.com

Received: Nov. 16<sup>th</sup>, 2018; accepted: Dec. 6<sup>th</sup>, 2018; published: Dec. 13<sup>th</sup>, 2018

---

## Abstract

With the improvement of China's comprehensive national strength, air transport with its own superiority attract more and more attention. The current flight operation is mainly dependent on the flight plan, whether the proposed flight plan is directly related to the overall operational efficiency and economic benefits of the airline. It is therefore essential to improve the entire air transport system to optimize flight information. To improve the management of abnormal flight scheduling by analyzing the factors that affect the economic benefits of airlines. At present, some airlines in order to maximize the pursuit of benefits, ignoring the flight time of the station margin, resulting in the robustness of the system is not very satisfactory. This makes it very practical to study how to optimize the flight plan for robustness. This paper mainly studies and discusses the reasonable arrangement of airline flight plan, namely, flight frequency, flight time and model assignment. The main research content is to find out the main factors influencing the economic efficiency in the flight planning through the principal component analysis, improve the flight plan by extracting the main factors, by changing the flight time, the flight plan is planned through the 0 - 1 integer plan to satisfy the maximum. In order to cope with the emergence of abnormal flights, taking into account the number of aircraft owned by the airline and a reasonable day of parking maintenance time under the premise, the paper introduces robustness in flight plans.

## Keywords

Flight Plan, Flight Arrangement, Principal Component Analysis, 0 - 1 Integer Programming, Robustness

---

# 航班计划的合理编排

杨 淼, 张晓玲, 徐小艳, 杨媛媛, 刘 霞, 谭艳祥

长沙理工大学, 数学与统计学院, 湖南 长沙  
Email: 2943760893@qq.com

收稿日期: 2018年11月16日; 录用日期: 2018年12月6日; 发布日期: 2018年12月13日

---

## 摘 要

随着我国综合国力的提升, 航空运输以其自身优越性越来越受到重视。目前航班运行主要是依赖于航班

计划, 制定的航班计划是否合理直接关系到航空公司的整个的运行效率和经济效益, 因此要改进整个航空运输体系至关重要是优化航班信息。通过分析影响航空公司的经济效益的影响因素, 改善不正常航班调度管理状况。目前, 有些航空公司为了追求利益最大化, 忽略了航班过站的时间裕度, 导致系统的鲁棒性不是很理想。这就使得研究如何对航班计划进行鲁棒性优化很有现实意义。本篇论文主要对航空公司航班计划的合理编排问题, 即对航班频率, 航班时刻以及机型指派等问题进行了研究与探讨。主要研究内容是通过主成分分析找出航班计划编排中影响经济效益的主要因素, 通过对主要因素的提取完善航班计划的制定; 改变航班时刻, 通过0~1整数规划制定航班计划使利益满足最大化; 为了应对不正常航班出现, 在考虑航空公司自身拥有的飞机数量和一天合理的离场维修时间的前提下, 文中在航班计划中引入鲁棒性。

## 关键词

航班计划, 航班编排, 主成分分析, 0~1整数规划, 鲁棒性

Copyright © 2018 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

本文建立航线网络经济性分析、航班频率、时刻的顺序优化和综合优化的数学模型; 确定航班网络经济性分析模型, 对航线和航线网络的经济性进行探索性分析。难点在于航班计划的“鲁棒性”中如何设定合理的时间裕。

对待处理的数据进行航线收益分析, 找出影响收益的主要因素, 并根据分析结果提出针对亏损航线的整改措施。假定现有飞行航线和航空公司的营销能力是稳定的(航线、平均客座率、平均折扣率不变)并且假定各航线的航班时刻可以根据需要变动, 制定一份航空公司的航班计划, 使航空公司的收益最大化。航班计划的“鲁棒性”: 重新制定一个带有“鲁棒性”约束的最优航班计划。

本文以2015年湖南省研究生数学建模竞赛为背景[1], 通过主成分分析, 0~1整数规划, 在航班计划中引入鲁棒性, 对航空公司航班计划的合理编排问题, 即对航班频率, 航班时刻以及机型指派等问题进行了研究与探讨。

## 2. 问题一: 针对亏损航线的航班优化

### 2.1. 影响航线收益因素分析

影响航线收益的因素有航油量、飞机座位数、全价票价格、平均折扣率、客座率、机组人员工资、航油费、起降及非航空性业务费、餐食、机供品、保险费-旅客责任险、航材消耗、不正常航班费用、航材维修费与发动机维修费。根据这些影响因素的数据以及航线收益的数据用主成份回归方法进行研究, 对研究结果进行数值拟合, 验证求解结果的准确性。

首先把影响航线收益因素矩阵A进行标准化处理, 然后计算相关系数阵, 求得相关系数阵的特征值、特征向量以及方差贡献率, 从而确定主成分[2]。求得的相关系数阵的特征值大于1的依次为: 7.640、3.285、1.359、1.018, 前四个特征值所对应的累积贡献率已经达到0.88674, 于是略去其他主成分。前四个主成分分别为:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 &= 0.34a_1 + 0.01a_2 + 0.28a_3 + 0.06a_4 + 0.07a_5 + 0.29a_6 + 0.34a_7 + 0.27a_8 \\ &\quad + 0.04a_9 + 0.33a_{10} + 0.28a_{11} + 0.08a_{12} + 0.33a_{13} + 0.31a_{14} + 0.35a_{15} \\ \hat{y}_2 &= 0.15a_1 - 0.54a_2 + 0.08a_3 + 0.18a_4 + 0.10a_6 + 0.15a_7 - 0.20a_8 + 0.08a_9 \\ &\quad - 0.17a_{10} + 0.34a_{11} + 0.53a_{12} - 0.22a_{13} - 0.28a_{14} - 0.10a_{15} \\ \hat{y}_3 &= 0.01a_1 - 0.02a_2 + 0.20a_3 - 0.52a_4 + 0.38a_5 - 0.18a_6 + 0.10a_8 \\ &\quad + 0.71a_9 - 0.05a_{10} + 0.03a_{12} - 0.05a_{13} - 0.05a_{14} - 0.04a_{15} \\ \hat{y}_3 &= 0.01a_1 - 0.02a_2 + 0.20a_3 - 0.52a_4 + 0.38a_5 - 0.18a_6 + 0.10a_8 \\ &\quad + 0.71a_9 - 0.05a_{10} + 0.03a_{12} - 0.05a_{13} - 0.05a_{14} - 0.04a_{15} \end{aligned}$$

从而得到主成分回归方程:

$$\begin{aligned} \hat{y} &= -240388.37 - 0.91a_1 + 272.00a_2 + 29.23a_3 + 197372.35a_4 \\ &\quad + 142028.94a_5 - 1.61a_6 - 0.14a_7 - 3.75a_8 - 1.61a_9 + 35.17a_{10} \\ &\quad - 91.72a_{11} - 5.60a_{12} + 23.78a_{13} + 6.70a_{14} + 3.08a_{15} \end{aligned}$$

根据回归方程的系数, 可以看出  $a_5$ 、 $a_4$ 、 $a_2$ 、 $a_{13}$  的系数较大, 对应的因素为客座率、平均折扣率、飞机座位数、航材维修费, 其变量每变化一个单位对收益产生的影响较大。因此, 我们得出可以客座率、平均折扣率、飞机座位数、航材维修费是影响航线收益的主要因素。

### 2.2. 数值拟合

将影响因素代入回归方程, 得到收益拟合值。将收益值与收益拟合值进行比照, 如图 1 所示。(横坐标: 航班编号; 纵坐标: 收益)

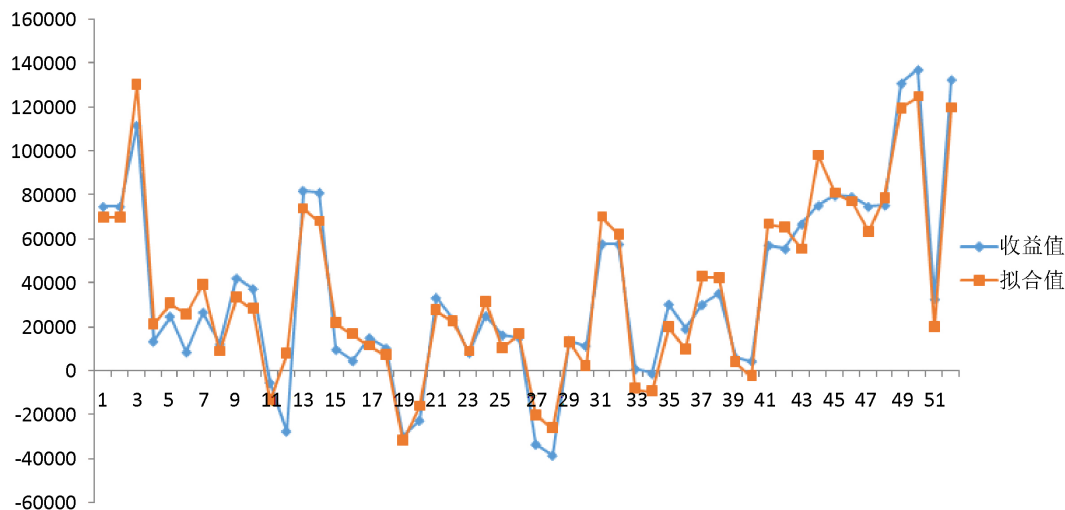


Figure 1. Income value and it's fitting value

图 1. 收益值与拟合值对比图

根据比较, 收益拟合值与收益值较为接近, 验证了分析的正确性。

### 2.3. 航线整改

通过对所给数据进行计算, 我们可以得到七条亏损航线, 根据上文的分析结果, 客座率、平均折扣率、飞机座位数、航材维修费是影响航线收益的主要因素, 因此对 7 条航线亏损做出如下表的整改措施,

结果如表 1 所示。

**Table 1.** Rectification of airline measures

**表 1.** 整改航线措施

航线全称	整改措施	航线全称	整改措施
西安 - 天津 - 沈阳	降低机组人员工资	天津 - 阜阳 - 厦门	提高票价
沈阳 - 天津 - 西安	提高票价	厦门 - 阜阳 - 天津	提高票价
天津 - 临沂 - 福州	提高客座率、票价	呼和浩特 - 西安	提高客座率、票价
福州 - 临沂 - 天津	提高客座率、票价		

### 3. 问题二：基于飞机利用率最大化的航班优化

#### 3.1. 建模分析

模型的思想主要是传统上飞机排班是分步完成的方法，即在机型指派基础上，筛选出同一机型的航班，构建航班环，并指派具体飞机，让其中一架飞机在以起始地相同的航线中选择已有航线所占时间段，使得这一架飞机一天内剩余时间最小，然后在各航段所占用的时间中再为第二架飞机优选个时间段，最后将剩余时间段较长的飞机进行一下航线的整合，达到优化航线安排的目的。

#### 3.2. 模型的建立与求解

考虑以出发地的飞机到站后继续返航，从多个具有相同起始地的航线中利用表一中已经给出的个航班的总往返航时间与滞留时间的综合  $T$ ，利用 lingo 实现第一架飞机空余时间最少，然后第二架飞机……，由于一个往返航程过后飞机再次起飞需要两次终途停留时间与两次中途停留时间(有中途停留的飞机)。由航班延误的分析与对策[3]，通常过站航班经停时间为 30~45 min，回程航班经停 50 min 以上。取常过站航班经停时间为 40 min，程航班经停，60 min。往返航线两次中途停止需要加上 80 min (有中途停留的飞机)，两次终途停留时间需要加上 2 h。针对国内航线网络和航班计划的特点综合考虑机型指派路线选择以及尾号指派，建立成本最小化飞机数量排班一体化 0~1 整数规划模型。

目标函数：

$$Z_{\min} = 24 - \sum_{i \in L} a_i x_i \quad x_i : 0-1 \text{ 决策变量,}$$

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{飞机路线 } i \text{ 被选中} \\ 0 & \text{飞机路线 } i \text{ 未被选中} \end{cases}$$

约束条件：

$$\begin{cases} \sum_{i \in L} a_i x_i < 24 \\ \sum_{i \in L} x_i = 1 \end{cases},$$

考虑到 A320 西安到呼和浩特入座率 41.71%，A180 = 75 < 160，试图用 E190 机型代替。

E190 型飞机的选择

model:

sets:

wp/wl..w4/:a,a;

```

endsets
data:
a=10.438, 10.212, 10.064,4.87;
enddata
min=24-@sum(wp:a*a);
@for(wp:@bin(a));
@sum(wp:a*a)<24;
    
```

以下  $w_1, w_2, \dots$  中的时间是在往返时间的基础上都加了两个小时作为终途停留时间。

W1——西安 - 长沙 - 汕头往返总时间；

W2——西安 - 武汉 - 福州往返总时间；

W3——西安 - 天津 - 沈阳往返总时间；

W4——A320 机型中亏损的西安-呼和浩特往返总时间。

假定中途停留 40 min，终点站停留 1 h，编程时每个往返总时间都加了 2 h。

计算结果如表 2 所示。

**Table 2.** The solution of problem 2

**表 2.** 问题二的求解结果

第一架 E190 飞机	西安 - 长沙 - 汕头	汕头 - 长沙 - 西安	西安 - 武汉 - 福州	福州 - 武汉 - 西安		
第二架 E190 飞机	天津 - 黄山 - 海口	海口 - 黄山 - 天津	天津 - 郑州 - 南宁	南宁 - 郑州 - 天津		
第三架 E190 飞机	天津 - 郑州 - 桂林	桂林 - 郑州 - 天津	天津 - 三亚	三亚 - 天津		
第四架 E190 飞机	天津 - 温州	温州 - 天津	天津 - 阜阳 - 厦门	厦门 - 阜阳 - 天津		
第一架 A320 飞机	西安 - 昆明	昆明 - 西安	西安 - 桂林	西安 - 桂林	西安 - 贵阳 - 三亚	三亚 - 贵阳 - 西安
第二架 A320 飞机	西安 - 南充 - 三亚	三亚 - 南充 - 西安	西安 - 南京	南京 - 西安	西安 - 重庆	重庆 - 西安
第三架 A320 飞机	西安 - 南昌 - 厦门	厦门 - 南昌 - 西安	西安 - 天津 - 沈阳	沈阳 - 天津 - 西安		
第四架 A320 飞机	天津 - 宁波	宁波 - 天津	天津 - 上海	上海 - 天津	天津 - 武汉 - 三亚	三亚 - 武汉 - 天津
第五架 A320 飞机	天津 - 杭州	杭州 - 天津	天津 - 厦门	厦门 - 天津	天津 - 临沂 - 福州	福州 - 临沂 - 天津
第六架 A320 飞机	天津 - 桂林	桂林 - 天津	天津 - 成都	成都 - 天津	天津 - 重庆	重庆 - 天津

由航班时刻表可知，只要 10 架飞机就能使航空公司的收益达到最大。

#### 4. 考虑飞机正常维修的航班优化

为满足飞机维修需要，即每架飞机累计飞行 130 个小时就必须在维修基地停车场维修一次，每次停车场时间为 24 小时，则需要引进不同型号的飞机若干架，来维持航空公司的正常运营。

由航班时刻表可知，每架飞机的日飞行时间均不等，那么其达到需要维修的天数就不等。因此当第一架飞机需要维修时，则必须从外引进一架同型号的飞机 B 来替换需要维修的飞机，一天过后，飞机便可重新投入使用，飞机 B 便停止使用，以便替换下一架需要维修的飞机。由于 A320 飞机的座位数要多于 E190 飞机，所以当先引进的是 A320 飞机，则 E190 需要维修时可不用再引进 E190 飞机，用先引进的 A320 飞机去替换。但不能用 E190 飞机去替换 A320 飞机。

在知晓了每架飞机的日飞行时间后，可确定每架飞机在维修后可以正常运营的天数。

分析步骤：以西安为例

1、西安的 A4 航线和 A6 航线的飞机在第 12 天同时维修，则必须引进两架 A320 的飞机执行这两条航线任务，第 13 天这两个航线的飞机重新投入运营，而引进的两架飞机则用来等待下一个替换。

2、A5 航线的飞机在第 14 天进行维修，用待用的两架飞机之一执行该航线任务，第 15 天 A5 航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

3、A7 航线的飞机在第 18 天进行维修，用待用的两架飞机之一执行该航线任务，第 19 天 A7 航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

4、A3 航线的飞机在第 20 天进行维修，不需要额外引进 E190 的飞机，可直接用待用的两架 A320 飞机之一执行该航线任务，第 21 天 A3 航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

5、同 4，A1 航线的飞机在第 21 天进行维修，用待用的两架飞机之一执行该航线任务，第 22 天 A1 航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

6、同 4，A2 航线的飞机在第 23 天进行维修，用待用的两架飞机之一执行该航线任务，第 24 天 A2 航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

7、A4 航线和 A6 航线的飞机在第 24 天再次同时维修，使用待用的两架飞机替换，第 25 天这两个航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

8、A5 航线的飞机在第 28 天进行维修，用待用的两架飞机之一执行该航线任务，第 29 天 A5 航线的飞机重新投入运营，引进的飞机继续待用。

此时，这个月不会再有飞机需要维修。同时引进的飞机在待用的时间段里可以随时进行维修，所以引进的飞机不需要额外的时间进行维修。

因此，西安的 7 条航线只需引进 2 架 A320 飞机，便可满足飞机维修的需要。同理，天津的 10 条航线需引进 2 架 A320 飞机和 1 架 E190 飞机，便可满足飞机维修的需要。

## 5. 航班优化的鲁棒性分析

结合延误统计表，利用公式  $p_j = 1 - \prod_{r=1}^n (1 - q_r)$  结合问题二已经排出的飞机时刻表，得到各架飞机的延误概率，如表 3 所示。

Table 3. Aircraft delay rate

表 3. 飞机延误率

飞机名称	T190 第一架 飞机	T190 第二架 飞机	T190 第三架 飞机	T190 第一架 飞机	A320 第一架 飞机	A320 第二架 飞机	A320 第三架 飞机	A320 第四架 飞机	A320 第五架 飞机	A320 第六架 飞机
延误率	0.88	0.82	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.82	0.915

保守起见取 1.5 小时作为一定的裕度时间。故此假设一架飞机一天最多占用时间为  $24 - 1.5 = 22.5\text{h}$ ，剩余的一小时作为裕度时间。

关于鲁棒性的评价标准确定，假设航班发生相同的延误即  $D_1 = D_2 = D_3$ ，同时考虑理想临界条件： $A_1 = A_2 = A_3$ ， $S_1 = S_2 = S_3$ ，依题意制定相同的时间裕度即  $L_1 = L_2 = L_3 = 60 \text{ min}$ ，则  $L_{4\text{标}} = (1 + 1/2 + 1/3) + (1 + 1/2) + 1 \approx 4.33$ 。问题二中所列的航班计划，单架飞机还会在一天中执行 6 个和 8 个航班任务，同理可得鲁棒性函数及对应标准值

$$\begin{cases} L6 = \sum k_{i,j} (j > i, j = 2, 3, \dots, 6, i \text{ 为整数}) & L6 = 10.7 \\ L8 = \sum k_{i,j} (j > i, j = 2, 3, \dots, 8, i \text{ 为整数}) & L8 = 13.74 \end{cases} \quad (5.9)$$

则评价标准如下

$$\begin{cases} L < L_{\text{标}}, \text{鲁棒性较好} \\ L = L_{\text{标}}, \text{鲁棒性合适} \\ L > L_{\text{标}}, \text{鲁棒性不好} \end{cases}$$

由问题二中确定的航班计划，列出每架飞机各自的航班计划，根据航班延误的统计分布，计算出航班计划在某一点延误发生后对后续航班的延误影响系数分别与对应标准值比较。统计所有飞机执行航班任务的鲁棒性之后即可以得到整个航班计划中鲁棒性较好的飞机数，此数越大则代表系统内满足鲁棒性的航班条数越多即为系统的鲁棒性越好[4]。

考虑鲁棒性的航班时刻安排，能较好地吸收延误，但是在飞机利用率上会有所下降。调整后的航班时刻表会增加运营的飞机数，考虑单架飞机日飞行时间限制，一架 E190 无法完成天津 - 三亚和天津 - 温州的往返航班任务，需要增加一架飞机。

由上面的分析可得时间裕度越长越好，但时间裕度过长会导致航班计划不能完成且不满足航班计划制定的原则——提高飞机利用率，因此需要找到一个合适的时间裕度，在完成航班计划的前提下，使系统的鲁棒性更好。

## 6. 结论

航班计划的运行会受到各种因素的干扰，从而导致航班延误的发生。面对航班延误，非正常航班恢复策略显得尤为重要。而通过鲁棒性设计降低航班延误的概率、或提升航班的恢复效率，也是处理航班延误的重要方面。在回顾已有研究成果的基础上[5] [6]，结合航空公司的运营环境和流程，本文首先研究了航班计划鲁棒性的评价方法，鲁棒性设计的复杂性，和鲁棒性设计的一般思路和方法。其次，本文以延误传播树为概念，构建了控制延误传播为目的的航班时刻优化模型，并对模型进行了算例分析和验证。本文特别研究了机型指派的鲁棒性设计问题；通过分析机型指派对飞机维修和航班运行的影响，分析了机型指派鲁棒性设计的可行性，并阐述了常见的机型指派鲁棒性设计思路和方法。

## 基金项目

2016 年度湖南省大学生研究性学习和创新性实验计划项目，项目编号：184。

## 参考文献

- [1] 2015 年湖南省研究生数学建模竞赛 A 题[EB/OL]. <http://www.mcm.edu.cn/>
- [2] 姚泽清. 全国大学生数学建模竞赛赛题与优秀论文评析[M]. 北京: 国防工业出版社.
- [3] 靖德果. 航空公司航班延误的分析与对策[D]: [博士学位论文]. 北京: 中国科学院大学, 2012.
- [4] 接婧. 国际学术界对鲁棒性的研究[J]. 系统工程学报, 2005, 20(2): 153-159.
- [5] 姚韵. 航空公司不正常航班管理和调度算法研究[D]: [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
- [6] Petersen, D., Sölveling, G., Clarke, J.-P., Johnson, E.L. and Shebalov, S. (2012) An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery. *Transportation Science*, 46, 482-500. <https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0414>

**知网检索的两种方式：**

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>  
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2324-7991，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>  
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[aam@hanspub.org](mailto:aam@hanspub.org)