

撤稿声明

撤稿文章名: 具有隐藏吸引子的广义Lorenz系统动力学分析
作者: 邓生文
* 通讯作者: 邮箱: dengsw1993@163.com
期刊名: 应用数学进展(AAM)
年份: 2019
卷数: 8
期数: 12
页码 (从X页到X页): 1979-1985
DOI (to PDF): <http://dx.doi.org/10.12677/AAM.2019.812227>
文章ID: 2621082
文章页面: <https://www.hanspub.org/journal/PaperInformation.aspx?paperID=33429>
撤稿日期: 2020-3-25

撤稿原因 (可多选):

- 所有作者
 部分作者:
 编辑收到通知来自于
 出版商
 科研机构:
 读者:
 其他:
撤稿生效日期: 2020-3-25

撤稿类型 (可多选):

- 结果不实
 实验错误
 数据不一致
 分析错误
 内容有失偏颇
 其他:
 结果不可再得
 未揭示可能会影响理解与结论的主要利益冲突
 不符合道德
 欺诈
 编造数据
 虚假出版
 其他:
 抄袭
 自我抄袭
 重复抄袭
 重复发表 *
 侵权
 其他法律相关:
 编辑错误
 操作错误
 无效评审
 决策错误
 其他:
 其他原因:

出版结果 (只可单选)

- 仍然有效.
 完全无效.

作者行为 失误(只可单选):

- 诚信问题
 学术不端
 无 (不适用此条, 如编辑错误)

* 重复发表: "出版或试图出版同一篇文章于不同期刊."

历史

作者回应:

是, 日期: yyyy-mm-dd

否

信息改正:

是, 日期: yyyy-mm-dd

否

说明:

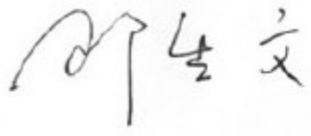
“具有隐藏吸引子的广义 Lorenz 系统动力学分析”一文刊登在 2019 年 12 月出版的《应用科学进展》2019 年第 8 卷第 12 期第 1979-1985 页上。由于作者另作他用需要撤稿, 编委会现决定撤除此重复稿件, 保留原出版出处:

邓生文. 具有隐藏吸引子的广义 Lorenz 系统动力学分析 [J]. 应用数学进展, 2019, 8(12): 1979-1985. <http://dx.doi.org/10.12677/AAM.2019.812227>

指导编委:

Firstname Lastname
(function e.g. EiC, journal abbreviation)

所有作者签名:



A large rectangular box containing a handwritten signature in Chinese characters, which reads '邓生文' (Deng Shengwen).

Dynamics Analysis of Generalized Lorenz System with Hidden Attractors

Shengwen Deng

School of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu
Email: dengsw1993@163.com

Received: Nov. 16th, 2019; accepted: Dec. 5th, 2019; published: Dec. 12th, 2019

Abstract

In this paper, a generalized Lorenz system with hidden attractors is introduced. The dynamic phenomena including periodic motion, chaotic state and transient chaos is observed when different initial states are given. It is found that the dynamic behavior of the generalized Lorenz system depends on the system parameters and initial states. Through a series of calculations, the Hamiltonian energy function of the system is given, and the energy conversion in different motion states is analyzed.

Keywords

Lorenz System, Hidden Attractor, Dynamics, Hamilton Energy

具有隐藏吸引子的广义Lorenz系统动力学分析

邓生文

兰州交通大学数理学院, 甘肃 兰州
Email: dengsw1993@163.com

收稿日期: 2019年11月16日; 录用日期: 2019年12月5日; 发布日期: 2019年12月12日

摘要

本文引入具有隐藏吸引子的广义Lorenz系统, 在给定不同的具体初始状态时, 观察到了周期运动、混沌状态和瞬态混沌等动力学现象, 并发现广义Lorenz系统动力学行为依赖于系统参数及初始状态。通过一系列的计算, 给出了系统哈密顿能量函数, 并分析了不同运动状态下的能量转换情况。

关键词

Lorenz系统, 隐藏吸引子, 动力学, Hamilton能量



1. 引言

在非线性混沌电路系统中, 能量在电场和磁场之间的存储释放过程与电磁感应现象相一致。根据平均场理论与 Kirchhoff 定律, 可通过非线性振荡电路的动力学模型进一步研究混沌电路中的能量交换问题。在实际振荡电路中, 利用无量纲变换方法将电磁场方程转化为无量纲的非线性动力学方程, 从而进一步研究能量交换过程。此外, 非线性动力系统的状态变化总是伴随着电路中能量的吸收与释放过程。

人们也在寻求合适的工具来研究非线性系统中的能量变化情况。Sarasola 等[1]认为通过系统能量变换可进一步推断其动力学过程, 并提出了一种变量函数作为混沌系统的能量函数。随后, Sarasola 在 Hamilton 系统及一般 Hamilton 系统[2] [3] [4]中使用了 Hamilton 函数作为能量函数, 得到了一些经典混沌系统的 Hamilton 能量函数。Torrealdea 等[5] [6]人研究了 Hindmarsh-Rose 神经元的平均能量消耗问题, 并预测了该神经元在其信号活动期间的能量消耗情况。Moujahid 等[7]研究了一耦合神经元中的同步现象与能量变化问题。Wang [8] [9]等基于 Helmholtz 定理探究了一类微分动力系统中 Hamilton 能量的计算问题, 并给出了 Hamilton 能量的物理意义。他们将 Helmholtz 定理推广到了无量纲的动力系统, 这对能量变化研究及混沌控制有很大帮助。文献[10]中, Song 计算了 Hindmarsh-Rose 神经元的 Hamilton 能量函数, 进一步研究了其因放电模式转换所引起的能量变化现象, 表明混沌状态消耗大量能量进而引发尖峰发放状态。文献[11], Ma 讨论了三种类型的吸引子(无穷吸引子、无平衡点吸引子与隐藏吸引子), 设计了 Hamilton 能量函数并研究了能量变换问题, 发现 Hamilton 能量依赖于所有变量以及初始值, 同时非线性动力系统需要足够的能量来维持各种动力学行为。在论文[12]中, Li 基于 Chua 电路[13]设计了一种多涡卷吸引子混沌系统, 机制为利用正弦函数诱导多涡卷吸引子产生。同时, 其研究了该新系统的 Hamilton 能量, 发现随着吸引子数目的增加, 系统能量也在逐渐降低。因此更加复杂的动力学行为会消耗更多的能量, Hamilton 能量的值也会降低。进一步, 我们可以设计能量控制器, 使控制器达到预期的控制目标并降低能量消耗。

本文将引入一个具有隐藏吸引子的广义 Lorenz 系统, 研究其在不同的初始状态下的周期运动、混沌状态和瞬态混沌现象。通过一系列的计算, 给出了哈密顿能量函数, 并分析了不同运动状态下的能量转换问题。

2. 具有隐藏吸引子的广义 Lorenz 系统

定义 1 [14]: 如果一吸引子的吸引域与一不稳定平衡点的任意邻域相交, 则其为自激励吸引子。否则被称为隐藏吸引子。

自激周期与混沌振荡器并不能涵盖所有可能的振动类型, 例如远离不稳定平衡点的隐藏吸引子行为, 其分为无平衡点系统及无不稳定平衡点系统等类型。接下来, 我们将讨论广义 Lorenz 系统产生的隐藏吸引子情况。

广义 Lorenz 系统可从 Rabinovich 系统[15]转换而来, 形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = -a(x - y) - byz \\ \dot{y} = cx - y - xz \\ \dot{z} = -dz + xy \end{cases} \quad (1)$$

其中 a, b, c, d 表示常数, 其可以组成系统不同的状态。

3. 具有隐藏吸引子的广义 Lorenz 系统的 Hamilton 能量

这一部分, 进一步寻找相空间中的变量函数作为 Hamilton 能量函数。故将系统(1)改写为

$$\dot{x} = f(x) \tag{2}$$

其中 $x \in R^n$, $f(x)$ 为连续光滑函数。

应用 Helmholtz 理论, 系统(2)可用来讨论其能量变化问题, 将其分解为保守场 $f_c(x)$ 与耗散场 $f_d(x)$, 即

$$f(x) = f_c(x) + f_d(x) \tag{3}$$

能量变化来自于电场所做的功, 可将 $H(x, y, z)$ 作为 Hamilton 能量函数, 满足条件:

$$\nabla H^T f_c(x) = 0 \tag{4}$$

$$\dot{H} = \frac{dH}{dt} = \nabla H^T f_d(x) \tag{5}$$

对于系统(1), 有

$$f_c(x) = \begin{pmatrix} ay - byz \\ cx - xz \\ xy \end{pmatrix}, f_d(x) = \begin{pmatrix} -ax \\ -y \\ -dz \end{pmatrix} \tag{6}$$

且 Hamilton 能量函数可表示为:

$$(ay - byz) \frac{\partial H}{\partial x} + (cx - xz) \frac{\partial H}{\partial y} + xy \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \tag{7}$$

其通解为:

$$H = \frac{1}{2} \left[x^2 - \frac{a}{c} y^2 + \left(b - \frac{a}{c} \right) z^2 \right] \tag{8}$$

Hamilton 能量随时间的变化情况为:

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \dot{x} - \frac{a}{2c} \cdot 2y \cdot \dot{y} + \left(\frac{b}{2} - \frac{a}{2c} \right) \cdot 2z \cdot \dot{z} \\ &= x \cdot \dot{x} - \frac{a}{c} \cdot y \cdot \dot{y} + \left(b - \frac{a}{c} \right) \cdot z \cdot \dot{z} \\ &= x[-a(x-y) - byz] - \frac{a}{c} \cdot y(cx - y - xa) + \left(b - \frac{a}{c} \right) \cdot z(-dz + xy) \\ &= -ax^2 + axy - bxyz - axy + \frac{a}{c} y^2 + \frac{a}{c} xyz - dbz^2 + bxyz + \frac{ad}{c} z^2 - \frac{a}{c} xyz \\ &= -ax^2 + \frac{a}{c} y^2 + \left(dbz^2 + \frac{ad}{c} \right) z^2 \\ &= x \cdot (-ax) + \left(-\frac{a}{c} y \right) \cdot (-y) + \left(b - \frac{a}{c} \right) \cdot z \cdot (-dz) \\ &= \nabla H^T f_d \end{aligned}$$

4. 广义 Lorenz 系统的数值模拟

进一步，将通过上一节 Hamilton 能量函数中定义的 Hamilton 能量讨论系统(1)的能量转移状况。

(a) 选取参数 $a = 10$ ， $b = 0$ ， $c = 24.5$ ， $d = 8/3$

系统(1)对应的数值模拟结果对应于图 1 与图 2。如图 1 所示，当时间 $t \in [0, 39]$ ，解曲线从初始状态开始，呈现出周期运动状态(蓝色曲线)。在图 2 中，关于状态变量 x 的时间响应同样可以观察到类似现象。曲线进一步延伸进入负值区域，然后经历一段混沌运动后进入周期轨道(如图 1(a))。随后，曲线在周期运动和混沌运动之间反复振荡(如图 1(b))。显然，周期轨道中出现了峰，并且周期轨道平缓地逐渐增加。系统一旦出现混沌(绿色曲线)，能量和时间响应的一些尖峰会同时出现。但更值得注意的是，振幅值越大，对应的能量值越小，这是因为混沌振荡消耗了大量的能量。例如，尖峰 p^+ 与 q^+ 拥有较小的能量值，而平均峰值 m^+ 拥有较大的能量值。图 1(a)中的三个点 (p^+ , q^+ , m^+) 分别对应图 1(b)中的三个点 (p^- , q^- 与 m^-)。

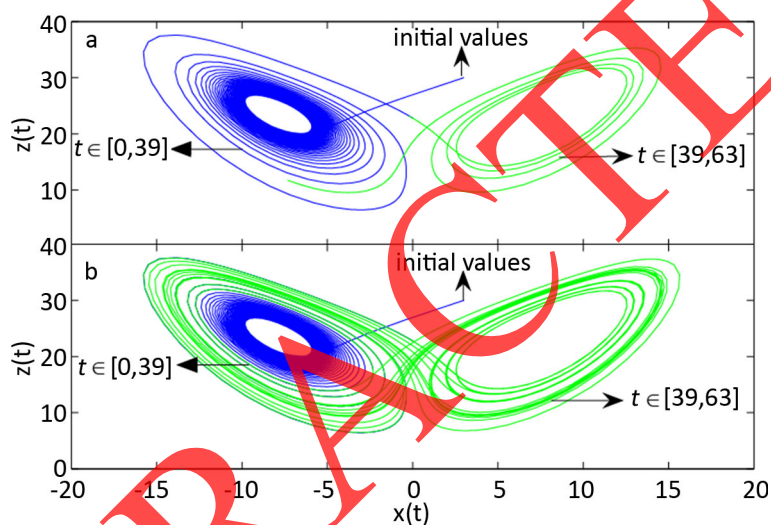


Figure 1. The evolution of chaotic attractors in system(1)
图 1. 系统(1)的混沌吸引子的演化

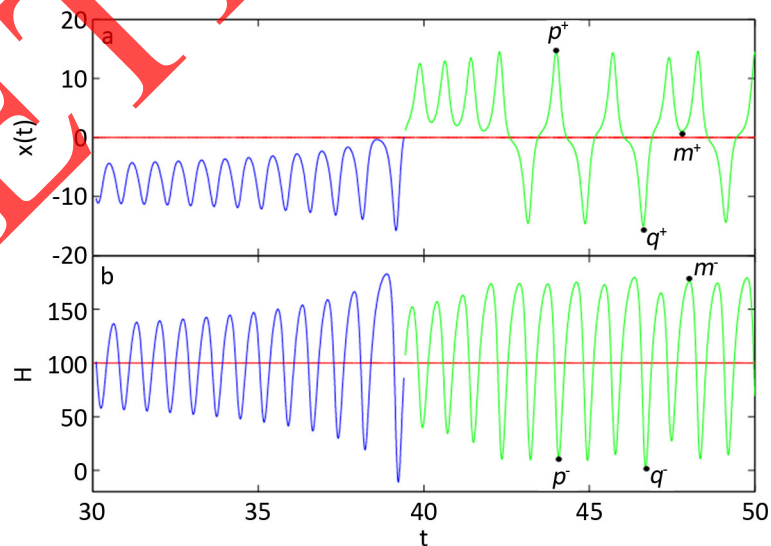


Figure 2. The time response of state variable $x(t)$ and Hamilton energy H
图 2. 状态变量 $x(t)$ 与 Hamilton 能量 H 的时间响应

(b) 选取参数 $a=1.5$, $b=-0.5$, $c=3$, $d=1$

状态变量 x 和 Hamilton 能量的时间响应如图 3 所示。图 3 中所对应的吸引子与时间响应图证明系统 (1) 最终是稳定的。若以固定常数 2.1094 上的稳定线作为基线, 则状态变量在第五个时间单位处出现尖峰, 然后能量函数值迅速减小。在一段周期运动状态之后, 系统 (1) 开始在第 15 个时间单元处逐渐稳定, 相应地, 能量函数也处于稳定状态。该现象可以解释系统 (1) 需要一定量的能量来维持稳定状态机制。

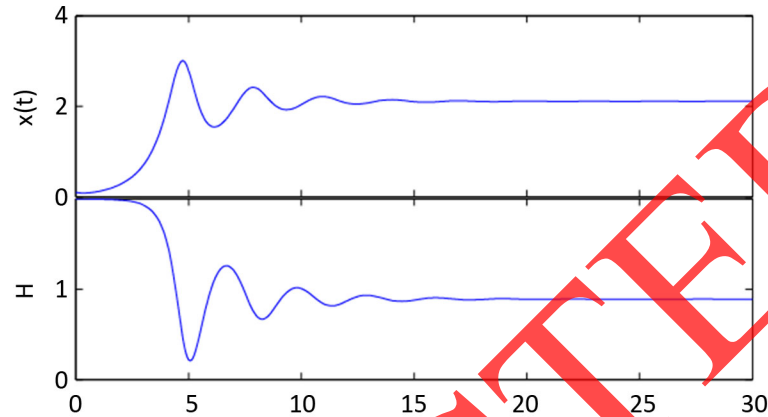


Figure 3. The time response of state variable $x(t)$ and Hamilton energy H
 图 3. 状态变量 $x(t)$ 与 Hamilton 能量 H 的时间响应

(c) 选取参数 $a=2.98$, $b=-0.438$, $c=6.8$, $d=1$

当初始状态为 $x(0)=10, y(0)=10, z(0)=10$ 时, 进一步分析系统的 Hamilton 能量变化情况。状态变量 x 和 Hamilton 能量的时间响应如图 4 所示。显然, 可以发现瞬态混沌现象, 即系统在第 35 个时间单位之前轨线围绕一个平衡点作周期运动(绿色曲线), 然后在时间单元 35 至 62 其围绕两个平衡点出现混沌振荡现象(红色曲线), 最终在第 62 时间单位运动状态逐渐稳定(蓝色曲线)。在图 5(e) 中观察到了瞬态混沌演化现象, 曲线的颜色与图 4(a) 中的颜色一致。图 5(d) 显示了系统 (1) 不同运动状态时的能量变化情况。在第 35 个时间单位, 曲线突破周期形态进入混沌状态, 同时在状态变换的临界时刻需要消耗更多能量, 如点 p^1 (对应于点 d) 所示。在第 58 个时间单位, 运动轨迹具有相对最小振荡幅度, 因此消耗相对较少的

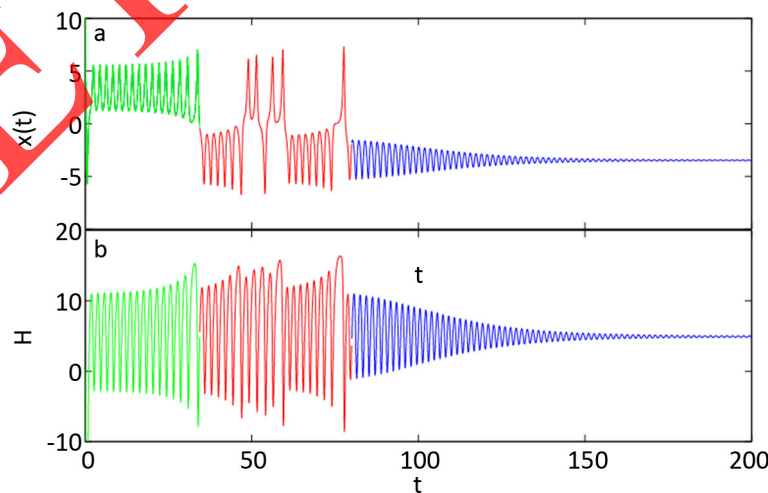


Figure 4. The time response of state variable $x(t)$ and Hamilton energy H
 图 4. 状态变量 $x(t)$ 与 Hamilton 能量 H 的时间响应

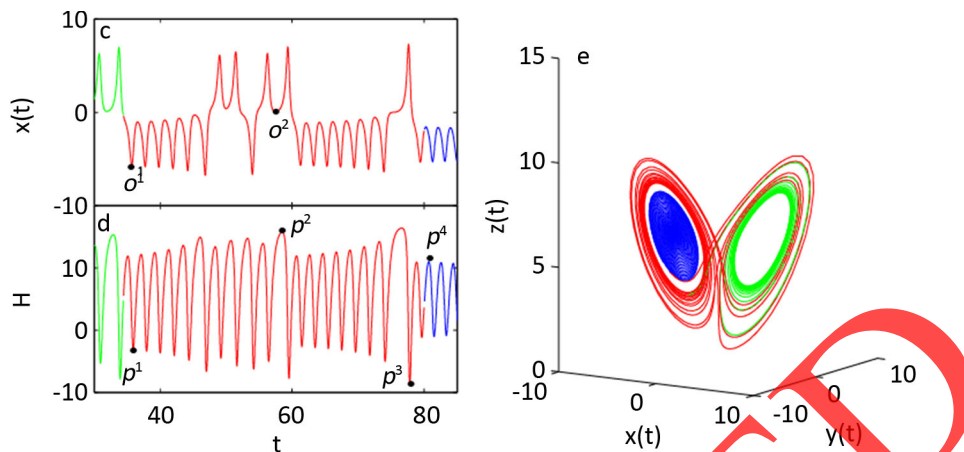


Figure 5. The part enlarged picture of Figure 4 and evolution process of system (1)
图 5. 图 4 的局部放大图与系统 1 的演化

能量, 如点 p^2 (对应于点 o^2) 所示。在临界时刻, 通过在点 p^3 和点 p^4 中看到了能量的快速跳跃变换。最后, 当系统(1)逐渐达到稳态时, 能量具有相对的稳定值。

根据观察和能量守恒定律, 当系统(1)具有更复杂的振荡时, 能量振荡伴随着较大的振幅。例如, 混沌运动比具有较小振幅值的周期运动消耗更多能量, 并且在能量函数中拥有更加稳定的振幅。

5. 结束语

本文引入具有隐藏吸引子的广义 Lorenz 系统, 在给定不同的具体初始状态时, 观察到了周期运动、混沌状态和瞬态混沌等动力学现象, 并发现广义 Lorenz 系统依赖于系统参数及初始状态。通过一系列的计算, 给出了系统哈密顿能量函数, 并分析了不同运动状态下的能量转换情况。

参考文献

- [1] Sarasola, C., Torrealdea, F.J., Anjou, A., Moujahid, A. and Graña, M. (2004) Energy Balance in Feedback Synchronization of Chaotic Systems. *Physical Review E*, **69**, Article ID: 011606. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.011606>
- [2] Arnold, V.I. (1989) *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer, New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-2063-1>
- [3] Li, J.B. (1994) *Generalized Hamiltonian Systems Theory and Its Applications*. Science Press, Beijing.
- [4] Sira-Ramirez, H. and Cruz-Hernandez, C. (2001) Synchronization of Chaotic Systems: A Generalized Hamiltonian Systems Approach. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, **11**, 1381-1395. <https://doi.org/10.1142/S0218127401002778>
- [5] Torrealdea, F.J. and Anjou Graña, M. (2006) Energy Aspects of the Synchronization of Model Neurons. *Physical Review E*, **74**, Article ID: 011905. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.011905>
- [6] Torrealdea, F.J., Sarasola, C. and Anjou, A.D. (2009) Energy Consumption and Information Transmission in Model Neurons. *Chaos Solitons & Fractals*, **40**, 60-68. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2007.07.050>
- [7] Moujahid, A., Anjou, A.D., Torrealdea, F. and Torrealdea, F.J. (2012) Energy Cost Reduction in the Synchronization of a Pair of Nonidentical Coupled Hindmarsh-Rose Neurons. *Trends in Practical Applications of Agents and Multiagent Systems*, **22**, 657-664. https://doi.org/10.1007/978-3-642-12433-4_77
- [8] Ma, J., Wu, F.Q. and Ren, G.D. (2017) A Class of Initials-Dependent Dynamical Systems. *Applied Mathematics and Computation*, **298**, 65-76. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2016.11.004>
- [9] Wang, C.N., Wang, Y. and Ma, J. (2016) Calculation of Hamilton Energy Function of Dynamical System by Using Helmholtz Theorem. *Acta Physica Sinica*, **65**, 30-35.
- [10] Song, X.L., Jin, W.Y. and Ma, J. (2015) Energy Dependence on the Electric Activities of a Neuron. *Chinese Physics B*, **24**, Article ID: 128710. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/24/12/128710>

-
- [11] Ma, J., Wu, F.Q., Jin, W.Y., Zhou, P. and Hayat, T. (2017) Calculation of Hamilton Energy and Control of Dynamical Systems with Different Types of Attractors. *Chaos*, **27**, 481-495. <https://doi.org/10.1063/1.4983469>
- [12] Li, F. and Yao, C.G. (2016) The Infinite-Scroll Attractor and Energy Transition in Chaotic Circuit. *Nonlinear Dynamic*, **84**, 2305-2315. <https://doi.org/10.1007/s11071-016-2646-z>
- [13] Bilotta, E., Blasi, G.D. and Stranges, F. (2015) A Gallery of Chua Attractors. VI. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **17**, 49-51.
- [14] Leonov, G.A., Kuznetsov, N.V. and Mokaev, T.N. (2015) Homoclinic Orbits, and Self-Excited and Hidden Attractors in a Lorenz-Like System Describing Convective Fluid Motion. *European Physical Journal Special Topics*, **224**, 1421-1458. <https://doi.org/10.1140/epjst/e2015-02470-3>
- [15] Rabinovich, M. (1978) Stochastic Autooscillations and Turbulence. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, **125**, 123-168. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0125.197805g.0123>

RETRACTED