Advances in Applied Mathematics 应用数学进展, 2020, 9(12), 2176-2180
Published Online December 2020 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/aam
https://doi.org/10.12677/aam.2020.912253

Hans汉斯

数学的一些哲学观点

王巧纳，冯立超*，张春艳

华北理工大学，河北 唐山
Email: *3255356143@qq.com

收稿日期：2020年11月21日；录用日期：2020年12月14日；发布日期：2020年12月22日

摘　要

哲学中的三大规律是来自生活的总结。数学领域的众多知识与哲学有着紧密联系。本文从哲学的角度去讨论实数和复数、实随机变量和复随机变量、随机过程和复随机过程、线性脉冲微分系统和非线性脉冲微分系统，并用对立统一的思想去分析高等数学的一些概念。

关键词

随机变量，随机过程，对立统一

Some Philosophical Views on Mathematics

Qiaona Wang, Lichao Feng*, Chunyan Zhang

College of Science, North China University of Technology, Tangshan Hebei
Email: *3255356143@qq.com

Received: Nov. 21st, 2020; accepted: Dec. 14th, 2020; published: Dec. 22nd, 2020

Abstract

The three laws in philosophy come from the summary of life. Much knowledge in the field of mathematics is closely related to philosophy. This paper discusses the real number and complex number, real random variable and complex random variable, stochastic process and complex random process, linear impulsive differential system and nonlinear impulsive differential system from the philosophical point of view, and analyzes some concepts of Higher Mathematics with the idea of unity of opposites.

*通讯作者。

文章引用: 王巧纳, 冯立超, 张春艳. 数学的一些哲学观点[J]. 应用数学进展, 2020, 9(12): 2176-2180.
DOI: 10.12677/aam.2020.912253

Keywords

Random Variable, Random Process, Unity of Opposites

1. 引言

黑格尔是首先阐述哲学三大规律的人，他在《逻辑学》中阐述出来哲学三大规律，恩格斯后来则将哲学三大规律从《逻辑学》中总结出来和提炼出来，从此，哲学的三大规律变得越来越清晰了。本文参考了哲学三大规律的定义[1] [2]，并对三大规律进行了深入的理解，用三大规律来分析数学上的一些观点。很多学者已经从哲学的角度分析过数学领域的一些知识。如陶有德和吴娟等在[3] [4]中研究了有限与无限和局部与整体都是对立统一的关系，仲生仁在文献[5]中研究了微积分与哲学三大规律的关系。

本文在此基础上做了相关总结，即将无穷大和无穷小、连续和离散、积分和微分、局部与整体、有限与无限、线性脉冲微分系统与非线性脉冲微分系统用对立统一观点来进行深度的剖析，并且将随机观点也用哲学思想进行了分析。

2. 哲学知识

哲学三大规律分别是对立统一、量变质变、否定之否定，辩证唯物法的根本是对立统一，它揭示出自然界、社会和思想领域等领域的任何事物都包含着矛盾性，事物矛盾双方又统一又斗争推动事物的运动、变化和发展。能够揭示事物发展量变和质变的两种状态的是量变质变规律，意思是事物的量变发展到一定的程度时，事物内部的主要矛盾运动形式发生了改变，进而才能引发质变。否定之否定规律提示了事物发展的方向与道路，告诉人们事物发展的方向是前进，道路是曲折的。表明事物的发展不是直线式前进而是螺旋式上升的。

3.随机变量相关知识

随机变量：设 $(\Omega,\mathscr{F},P)$ 为一概率空间，定义在 Ω 上的单值实函数 $X(\omega)$，若对任意实数 x，$\{\omega: X(\omega)\le x\}$ 是一事件，即 $\{\omega: X(\omega)< x\}\in\mathscr{F}$，则称 $X(\omega)$ 为随机变量。

复随机变量：设 $X(\omega)$，$Y(\omega)$ 是定义在相同的概率空间上的两个实随机变量，则称 $Z(\omega)=X(\omega)+iY(\omega)$ 为一个复随机变量，其中 $i^2=-1$。

随机过程：设 S 是样本空间，P 是概率，$T\subset R$，如果对任何 $t\in T$，$X(t)$ 是 S 上的随机变量，则称 $\{X(t);t\in T\}$ 是 S 上的随机过程，T 称为参数集。

复随机过程：设 $\{Y(t),t\in T\}$ 和 $\{X(t),t\in T\}$ 是两个实随机过程，则称 $Z(t)=X(t)+iY(t)$ 为复随机过程，$i^2=-1$。

4. 脉冲微分系统相关知识

4.1. 线性跳脉冲微分系统概述

1) 考虑微分系统

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=f(t,x) \tag{1}$$

其中 $f:R_+\times\Omega\to R^n$，$\Omega\subset R^n$ 为开集，R^n 为 n 维欧式空间，$R_+=[0,+\infty)$；

2) 对任意 $t\in R_+$，存在两个集合 $M(t),N(t)\subset\Omega$；

3) 算子 $A(t):M(t)\to N(t),t\in R_+$。

假定 $x(t)=x(t,t_0,x_0)$ 是系统(1)中满足 $x(t_0)=x_0$ 的解。其会有如下特点：动点 $p_t(t,x(t))$ 起始于 (t_0,x_0) 并且沿着曲线 $\{(t,x)|t\ge t_0,x=x(t)\}$ 运动，当 $t=t_1>t_0$ 时，p_t 与集合 $M(t)$ 相遇，这时算子 $A(t)$ 将点 $p_{t_1}=(t_1,x(t_1))$ 作用到 $p_{t_1}^+=(t_1,x_{t_1}^+)\in N(t_1)$，其且 $x_{t_1}^+=A(t_1)x(t_1)$。点 p_t 从 $p_{t_1}^+=(t_1,x_{t_1}^+)$ 出发，然后继续沿解曲线运动，$t_2>t_1$ 的时候，又一次遇到集合 $M(t)$，点 $p_{t_2}=(t_2,x(t_2))$ 被 $A(t)$ 作用到 $p_{t_2}^+=(t_2,x_{t_2}^+)\in N(t)$ 上，有 $x_{t_2}^+=A(t_2)x(t_2)$。与前面类似，p_t 沿着系统(1)的解曲线 $x(t)=x(t,t_2,x_{t_2}^+)$ 继续运动，若系统(1)的解存在，那么 p_t 会一直运动下去，将具有上述运动过程的(1)~(3)综合起来，并称为脉冲微分系统，由 p_t 描述的曲线称为积分曲线，积分曲线代表的函数 $x(t)$，称之为脉冲微分系统的解，p_t 与集合 $M(t)$ 相遇的时刻 t_k，称之为脉冲时刻，假定脉冲微分系统的解在脉冲时刻是左连续的。

一个 n 维线性脉冲微分系统：

$$\begin{cases}\mathrm{d}x(t)=f(x(t),t)\mathrm{d}t,t\ge 0,t\ne\xi_i,i=1,2,\cdots\\ x(\xi_i)=b_i(\tau_i)x(\xi_i-),i=1,2,\cdots\\ x(0)=\xi\end{cases} \tag{2}$$

其中，$f:R^n\times[0,\infty)\to R^n$，$f(0,t)=0$，$b_i:G_i\to R^{n\times n}$，$\zeta\in R^n$，$\xi_i$ 为第 i 次脉冲跳 i 时刻，$\tau_i=\xi_i-\xi_{i-1}\in G_i=(0,g_i)$ 为第 $i-1$ 次脉冲跳到第 i 次脉冲跳的等待时间，$0<g_i\le\infty$，$\xi_0=0$，$x(\xi_i-)=\lim\limits_{t\to\xi_i\to 0}x(t)$。这里的线性指的是脉冲跳时是线性跳，而非 f 是非线性的。

4.2. 非线性跳脉冲微分系统概述

设 $M(t)$ 表示一列曲面 $\{M_k|M_k=\{(t_k,x),x\in\Omega\}\}_{k=1}^{\infty}$，其中 $t_k<t_{k+1}$ 且 $\lim\limits_{k\to+\infty}t_k=+\infty$。设算子 $A(t)$ 仅在 t_k 处有定义，满足

$$A(t_k):\Omega\to\Omega,x\to A(t_k)x=x+I_k(x),$$

其中 $I_k:\Omega\to\Omega$。因此，$N(t)$ 仅与 t_k 有关且 $N(t_k)=A(t_k)M(t_k)$。这时非线性脉冲微分系统可以写成

$$\begin{cases}\mathrm{d}x=f(t,x)\mathrm{d}t,t\ne t_k,k\in Z_+\\ \Delta x=I_k(x),t=t_k\end{cases} \tag{3}$$

其中 $\Delta x(t_k)=x(t_k^+)-x(t_k)$，$x(t_k^+)$ 表示 $x(t)$ 在 $t=t_k$ 处的右极限[6]。

5. 用哲学的角度来分析数学的一些观点

5.1. 用否定之否定规律来分析随机观点

在马克思主义哲学中可知，人们对事物的认识总是螺旋式上升的。1637 年法国数学家笛卡尔率先提出“实数”、“虚数”这两个概念，而用 i 表示虚数的单位是欧拉提出来的，在这两个成果的基础上，后人提出将实数与虚数结合起来，称为复数，记为 $a+bi$。实数域里有很多的结论，在实数域里很难证明，有的人在想，能不能将实数域里的问题推广到复数域，用复数域里的一些简单的结论来给出证明，其中最常见的一种手段是傅里叶变换，傅里叶变换能够将实数域里面的问题变换成复数域里面的问题，复数

域里面的问题有时在复数域里面很容易解决，在通过傅里叶反变换将在复数域已经解决的问题，拿回来去解决实数域的问题。

复随机变量的引入也是这个思想，随机变量是定义在实数域里面，随机变量也有着很难解决的问题，比如说在实数域里寻找随机变量函数或者是随机向量函数对应的分布时很难找到，它借鉴了复数与实数之间的这种关系，通过傅里叶变换将实随机变量里面的分布问题转换成复随机变量里面的特征函数问题，从而引入复随机变量，求复随机变量里的对应分布就变得很简单了，再通过傅里叶反变换将这个复随机变量对应的特征函数问题再变换到实随机变量里面对应的分布问题。

Table 1. Comparison of random variable and complex random variable
表 1. 随机变量与复随机变量的比较

类型	随机变量	复随机变量
方差	$D(X)=E\left[(X-m_X)^2\right]$	$D(Z)=E\left[(Z-m_Z)(Z-m_Z)^*\right]=D[X]+D[Y]$
协方差	$\operatorname{cov}(X,Y)=E\left[(X-E(X))(Y-E(Y))\right]$	$C_{Z_1Z_2}=\operatorname{cov}(Z_1,Z_2)=E\left\{(Z_1-m_{Z_1})(Z_2-m_{Z_2})^*\right\}$

Table 2. Comparison of stochastic process and complex random process
表 2. 随机过程与复随机过程的比较

类型	随机过程	复随机过程
方差函数	$D[X(t)]=E\left[(X(t)-m(t))^2\right]$	$D_Z(t)=E\left\{\lvert Z(t)-m_Z(t)\rvert^2\right\}=D_X(t)+D_Y(t)$
协方差函数	$\operatorname{cov}(X(s),X(t))=E\left\{[X(s)-m(s)][X(t)-m(t)]\right\}$	$C_Z(s,t)=\operatorname{cov}\left(Z(s),\overline{Z(t)}\right)$ $=E\left\{[Z(s)-m_Z(s)]\overline{[Z(t)-m_Z(t)]}\right\}$

从表 1 和表 2 可以看出来随机变量系统进行自我完善，从随机变量到复随机变量，和随机过程到复随机过程，是同一水平的自我完善，辩证否定哲学有两种基本形式，其中有一种就是自我完善式的否定，即事物在不改变自身存在状态下的否定，只是对自身不断完善的否定。同时又增添了新的内容，在上面的复随机变量求方差和协方差时与随机变量有点不同，复随机变量求方差和协方差时后一项变成了求解共轭，复随机过程求协方差函数与随机过程也略有不同，复随机过程求解协方差函数时后一项变成求其共轭，从随机变量到随机过程是螺旋式上升的过程。

5.2. 正用对立统一规律来分析数学中的概念

对立统一是关于事物矛盾运动的规律，对立统一的例子在数学领域有很多，比如无穷大和无穷小、连续和离散、积分和微分、局部和整体、有限和无限、线性脉冲微分系统和非线性脉冲微分系统等。

1) 无穷大即在数轴上对数轴两端无限延伸，无穷小即为对 0 这个特殊点的无限逼近，二者看起来似乎不相关，但实际上二者是可以相互统一、相互转化的，$\infty^{-1}=0$，这个式子将无穷大与无穷小相互联系起来。

2) 连续与离散也是对立统一的关系，区间$[0,1]$是连续的，向其中投放离散点，当离散点趋于无穷多时，可以近似看成连续的，体现了二者可以相互转化，且二者同属于一个数轴空间上。

3) 局部与整体，是客观事物普遍联系的一种形式，二者为对立统一的关系，并有着严格的界限，同一个事物，由其各个部分组成整体，离开了部分，整体就不复存在了，部分是整体的部分，离开了整体，部分就不成其为部分。整体的功能状态及其变化也会影响到部分。因此二者不可分割，均以对方存在为

前提，二者相互影响，在一定条件下可以相互转化，对于无限集部分可以等于整体。

4) 微分和积分是矛盾的两个对立方面，同时也是统一的，二者同属于微积分学，牛顿莱布尼兹公式 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\big|_a^b$， $F'(x)=f(x), x\in[a,b]$，将微分与积分联系起来，实现二者可以相互转化。

5) 有限与无限是对立矛盾的又是统一的整体,由这个式子 $s=10+1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots=\frac{100}{9}$，可以看出有限可以用来表示无限，无限又由有限组成，且二者在一定情况下可以转化。

6) 线性脉冲微分系统与非线性脉冲微分系统是对立统一的关系。线性脉冲跳时更强调的是纵向增长，非线性脉冲跳时更强调的是空间上的增长。线性脉冲微分系统与非线性脉冲微分系统二者同属于脉冲微分系统，二者又各不相同，相互区别。故线性脉冲微分系统与非线性脉冲微分系统是对立统一的关系。

6. 结束语

数学和哲学在很大程度上是紧密联系的，二者具有相同的特点，逻辑的严密性，高度的抽象性和广泛的应用性，历史上有的人既是数学家又是哲学家，如笛卡尔、莱布尼兹、希尔伯特等，当遇到问题时，应该以哲学的角度去辩证剖析问题，用数学的逻辑思维去分析问题和解决问题。在以后的研究工作中，可以从哲学的角度去剖析随机微积分中的理论。

基金项目

教育部产学合作协同育人项目(No. 201902141007)，河北省高等学校科学研究项目(No. QN2017116)，唐山市科学技术研究与发展计划项目(No. 19130222g)，华北理工大学研究生教育教学改革项目(No. J1905)。

参考文献

[1] 张文梁，黄子苡，沈方龙．用唯物辩证法三大规律指导高校安全管理工作探讨[J]．教育教学论坛，2017(49): 15-17.

[2] 坚毅．论唯物辩证法三大规律立体化[J]．江西行政学院学报, 2004(3): 61-63.

[3] 陶有德，王霞，路振国．哲学思想在高等数学中的体现及应用[J]．高师理科学刊, 2011, 31(5): 87-90.

[4] 吴娟，梁娟英，崔艳．哲学思想在高等数学教学中的应用[J]．山东农业工程学院学报, 2017, 34(4): 106-107+110.

[5] 仲生仁．微积分教学中数学理论和哲学思想的联系[J]．数学学习与研究, 2014(1): 6-7.

[6] 宋新宇，郭红建，师向云．脉冲微分方程理论及其应用[M]．北京：科学出版社, 2011: 3-5.