

基于新息约束的大规模系统的自适应事件触发故障估计

王靖雯, 郭鑫晨, 孙 雷

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2021年12月13日; 录用日期: 2022年1月3日; 发布日期: 2022年1月19日

摘 要

本文研究了具有测量输出量化的大规模系统的故障估计问题, 其中子估计器之间的通信拓扑与子系统的物理耦合结构相同。针对信道带宽有限的问题, 提出了一种新的自适应事件触发方案来控制子估计器之间的数据传输。利用李雅普诺夫分析方法, 得到了保证估计误差的动力学在均方意义下指数最终有界的充分条件。利用矩阵不等式技术, 得到了期望滤波器增益的解析表达式和滤波误差的最终界。最后, 通过一个数值例子验证了该设计方法的有效性。

关键词

故障估计, 大规模系统, 自适应事件触发机制, 新息约束, 最终界

Adaptive-Event-Triggered Fault Estimation for Large-Scale Systems via Innovation Constraints

Jingwen Wang, Xincheng Guo, Lei Sun

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Dec. 13th, 2021; accepted: Jan. 3rd, 2022; published: Jan. 19th, 2022

Abstract

This paper focuses on the fault estimation issues of large-scale systems with measurements output, where the communication topology among sub-estimators is the same with the physical coupling structure of subsystems. Considering the limited channel bandwidth, a novel adaptive event-triggered

scheme is proposed for governing the data transmission among sub-estimators. With the help of Lyapunov analysis approaches, sufficient conditions are derived to ensure that the dynamics of estimation errors is exponentially ultimately bounded in mean-square sense. Furthermore, an analytic formula of the desired filter gain and the ultimate bound of filtering errors are obtained through the utilization of matrix inequality techniques. Finally, one numerical example is given to testify the effectiveness of the proposed design approach.

Keywords

Fault Estimation, Large-Scale Systems, Adaptive Event-Triggered Mechanism, Innovation Constraints, The Ultimate Boundedness

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

大规模系统在工程实践中被广泛运用,包括配电系统、道路交网络网络和传感器、执行器网络[1]。在现有的事件触发方案中,通常采用一个恒定的阈值,该协议不能通过动态调整通信频率来提高系统性能。因此,自适应方案得到了越来越多的研究关注[2] [3]。在过去的几十年里,由于现代工业对安全性和可靠性的要求越来越高,故障检测技术一直受到研究关注,已有很多文献进行了大量研究[4],故障估计技术是准确跟踪故障大小、形状等信息的关键环节[5]。应该注意的是,量化方法一般分为均匀量化和非均匀量化。在[6]中,一个扇区边界方案被提出来处理反馈控制系统中的对数量化效应,对于含执行器饱和的系统的控制与滤波问题也已经有了一定的研究[7],而设计滤波器增益的波动可能对所开发的滤波器的动态行为有重大影响[8] [9]。

在现有的关于大规模系统故障估计的研究中,每个子系统的子估计器需要在每个时刻与所有邻居进行通信,这将消耗大量的通信资源,而在如今的大规模网络化通讯系统中网络资源尤为珍贵,频繁的数据交互势必会出现网络的负载饱和,甚至造成网络拥塞,有限的网络资源不可避免地会导致网络诱导现象,从而使系统性能低下。事件触发协议的一个基本特性是,只有当某个事件被激活时,信息才被优先传输。与其他协议相比,自适应的事件触发协议易于在应用层中设计和执行。引入的自适应规则通常是单调降低的,因此事件触发阈值越小,信息传递就越频繁。因此,当系统动态趋于稳定时,信息传输的频率不能降低,故应该设计一个自适应方案来消除现有方案的单调性。此外,考虑到固有的物理耦合,为大规模网络系统开发一个可扩展的算法也具有挑战性。因此,本文的主要动机之一是提出一种新的自适应规则来服务于大规模网络系统的故障估计问题。同时信号量化得到了广泛的关注,并有大量的研究成果被报道。实际上,执行器/传感器的饱和可能是实际控制系统中遇到的最常见的非线性,如果在控制器/滤波器设计中忽略这种非线性,可能会降低系统的性能,甚至导致不稳定。滤波技术由于在控制和信号处理中提供一些关键信息的优良能力,在电力系统、全球定位系统、工业过程监控、目标跟踪等领域得到了越来越多的应用。在实际工程中,即使滤波策略已设计良好,设计滤波器增益的波动可能在其实实现过程中发生。这些波动是由于数字信号处理中数值计算的舍入误差、滤波器中电子元件的参数偏差以及电路中的老化元件造成的。所有这些波动,尽管很小,但不应被忽略,我们应该设计对增益的波动或变化不敏感的滤波策略。因此,本文的研究很有意义。

本文的研究目标是利用自适应事件触发机制解决基于新息饱和的大规模系统的故障估计问题。本文的主要贡献有三个方面：1) 针对具有测量输出量化的大规模系统，提出了一种具有自适应机制的事件触发方案来控制子估计器之间的信息传输；2) 结合估计误差的界，得到了估计误差动力学在均方意义下指数最终有界的充分条件；3) 利用李雅普诺夫理论，建立了基于线性矩阵不等式的设计框架，以获得期望的增益。

2. 问题描述

我们考虑由 N 个耦合子系统组成的离散时间线性大规模系统：

$$x_{i,k+1} = A_{ii}x_{i,k} + \sum_{j \in S_i} A_{ij}x_{j,k} + D_i\omega_{i,k} + \alpha_k F_i f_{i,k} \quad (1)$$

输出为

$$y_{i,k} = C_i x_{i,k} \quad (2)$$

其中 $x_{i,k} \in \mathbb{R}^n$ 和 $y_{i,k} \in \mathbb{R}^m$ 分别是子系统 i 的状态向量和测量输出。 A_{ii}, A_{ij}, D_i, F_i 和 C_i 是具有适当维数的已知的常数矩阵。耦合结构由一个图表 $\Gamma = (\nu, \tau)$ 来刻画，其中 $\nu = \{1, 2, \dots, N\}$ 是有限子系统集， $\tau \subseteq \nu \times \nu$ 是代表内在物理联系的边界集。 $S_i = \{j : (j, i) \in \tau, i \in \nu\}$ 表示子系统的邻居集， $\omega_{i,k} \in \mathbb{R}^n$ 表示满足 $\mathbb{E}\{\omega_{i,k}\} = 0$ 和 $\mathbb{E}\{\|\omega_{i,k}\|_2\} \leq \bar{\omega}$ 的有界过程噪音， $f_{i,k} \in \mathbb{R}^{n_f}$ 是一个未知的故障信号。如果 $A_{ij} \neq 0$ ，子系统 j 被称作是子系统 i 的邻居子系统。此外，对于子系统 i ，它的邻居子系统的数量记为 m_i ，它包含了子系统 i 。假设可以表示为如下形式的故障动力学：

$$f_{i,k+1} = A_{fi} f_{i,k} \quad (3)$$

其中 A_{fi} 是一个合适维数的已知矩阵。容易看到当 $A_{fi} \equiv I$ 时，故障是一个常数。随机变量 $\alpha_k \in \{0, 1\}$ ，描述了随机发生故障的现象，满足伯努利分布，取值 0 或 1

$$Prob(\alpha_k = 1) = \mathbb{E}(\alpha_k) = \bar{\alpha} Prob(\alpha_k = 0) = 1 - \bar{\alpha} \quad (4)$$

其中 $\bar{\alpha} \in [0, 1]$ 是一个已知标量。

在本文中，每个子系统通过使用对数静态和时不变量化器对测量输出 $y_{i,k}$ 进行量化。表示对称量化器为 $g(\cdot) = [g_1(\cdot) \ g_2(\cdot) \ \dots \ g_m(\cdot)]^T$ ，也就是说 $g_j(-v) = -g_j(v), j = 1, \dots, m$ 。量化过程的映射为

$$\bar{y}_{i,k} = g(y_{i,k}) = [g_1(y_{i,k}^{(1)}) \ g_2(y_{i,k}^{(2)}) \ \dots \ g_m(y_{i,k}^{(m)})]^T \quad (5)$$

对每个 $g_j(\cdot) (1 \leq j \leq m)$ ，量化等级的集合描述为

$$U_j = \{\pm \hat{\mu}_l^{(j)}, \hat{\mu}_l^{(j)} = \chi_j^l \hat{\mu}_0^{(j)}, l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}, 0 < \chi_j < 1, \hat{\mu}_0^{(j)} > 0 \quad (6)$$

其中 $\chi_j (j = 1, \dots, m)$ 称为量化密度。每一个量化层对应一个部分，这样量化器将整个部分映射到这个量化层。给出了如下的对数量化器

$$g_j(y_{i,k}^{(j)}) = \begin{cases} \hat{\mu}_l^{(j)}, & \frac{1}{1+\beta_j} \hat{\mu}_l^{(j)} \leq y_{i,k}^{(j)} \leq \frac{1}{1-\beta_j} \hat{\mu}_l^{(j)} \\ 0, & y_{i,k}^{(j)} = 0 \\ -g_j(-y_{i,k}^{(j)}), & y_{i,k}^{(j)} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\beta_j = (1 - \chi_j) / (1 + \chi_j)$ 。从上面的定义可以很容易地看出 $g_j(y_{i,k}^{(j)}) = (1 + \Delta_k^{(j)}) y_{i,k}^{(j)}$ ，其中 $|\Delta_k^{(j)}| \leq \beta_j$ 。根据上面讨论的变换，量化效应可以转化为扇形有界不确定性。定义 $\Delta_k = \text{diag}\{\Delta_k^{(1)}, \dots, \Delta_k^{(m)}\}$ ，具有量化效

应的测量可以表示为

$$\bar{y}_{i,k} = (I + \Delta_k) y_{i,k} = (I + \Delta_k) C_i x_{i,k} \tag{8}$$

通过定义 $\bar{\Delta} = \text{diag} \{ \beta_1, \dots, \beta_m \}$, $E_k = \Delta_k \bar{\Delta}^{-1}$ 。我们可以得到一个满足 $E_k E_k^T \leq I$ 的未知实值时变矩阵。

让我们看看通信网络。对于大规模系统的故障估计问题，子估计器的估计误差必须被传输到它们的耦合邻居，因此，如果在每个瞬间都执行数据传输，通信负担将大大增加。为了降低传输频率，减轻通信负担，提出了一种自适应的事件触发方案，事件触发发生器函数 $\zeta_i(\cdot, \cdot): \mathbb{R}^{n_f} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 定义如下：

$$\zeta_i(\varphi_{i,k}, \delta_{i,k}) = \varphi_{i,k}^T \Psi_i \varphi_{i,k} - \delta_{i,k} \tag{9}$$

其中 $\varphi_{i,k} = y_{i,k}^f - y_{i,k}$, $y_{i,k}^f$ 是最新的传输测量, $y_{i,k}$ 为当前测量值, Ψ_i 是一个预先给定的正定对称权矩阵, $\delta_{i,k}$ 为待设计的时变正标量。只要满足不等式

$$\zeta_i(\varphi_{i,k}, \delta_{i,k}) > 0 \tag{10}$$

就触发执行。

因此，事件触发的瞬间序列 $0 \leq k_0^i < k_1^i < \dots < k_d^i < \dots$ 可以递归地确定

$$k_{d+1}^i = \min \{ k \mid k > k_d^i, \zeta_i(\varphi_{i,k}, \delta_{i,k}) > 0 \} \tag{11}$$

为了实现自适应调节，设计了标量 $\delta_{i,k}$ 的自适应规则：

$$\delta_{i,k+1} = \min \left\{ \max \left\{ \delta_m, \delta_{i,k} \left(1 - \frac{2a}{\pi} \arctan \left[\left\| \varphi_{i,k} \right\| - b_i \right] \right) \right\}, \delta_M \right\} \tag{12}$$

其中 $\arctan(\cdot)$ 是反正切函数。 δ_M 和 δ_m (满足 $\delta_m \leq \delta_M$) 是两个提前给定的标量, $0 < a < 1$ 和 $b_i > 0$ 是两个用以调整 $\arctan(\cdot)$ 输出值的给定常数。此外，令 $\delta_{i,0} = \delta_m$ 。根据条件(12)，我们可以很容易地得到下面的引理。

引理 1: 对于有给定初始条件 $\delta_{i,0} = \delta_m > 0$ 的自适应事件触发条件(11)，标量 $\delta_{i,k}$ 对所有 $k \in \mathbb{N}$ 都满足 $\delta_m \leq \delta_{i,k} \leq \delta_M$ ，条件 $\varphi_{i,k}^T \Psi_i \varphi_{i,k} \leq \delta_M$ 总是成立。

设 $\bar{x}_{i,k} = [x_{i,k}^T \ f_{i,k}^T]^T$ ，根据(1)~(3)，我们有

$$\begin{cases} \bar{x}_{i,k+1} = (\bar{A} + \bar{\alpha}_k \bar{F}_i) \bar{x}_{i,k} + \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \bar{A}_{i,j} \bar{x}_{j,k} + \bar{D}_i \omega_{i,k} \\ \bar{y}_{i,k} = (I + \Delta_k) (\bar{C}_i \bar{x}_{i,k} + \varphi_{i,k}) \end{cases} \tag{13}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} A_{ii} & \bar{\alpha} F_i \\ 0 & A_{fi} \end{bmatrix}, \bar{A}_{i,j} = \begin{bmatrix} A_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{F}_i = \begin{bmatrix} 0 & F_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{D}_i &= \begin{bmatrix} D_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C}_i = [C_i \ 0], \bar{\alpha}_k = \alpha_k - \bar{\alpha} \end{aligned}$$

在本文中，我们设计了如下的故障估计器：

$$\hat{x}_{i,k+1} = \bar{A}_i \hat{x}_{i,k} + \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \bar{A}_{i,j} \hat{x}_{j,k} + K_{ii} \text{Sat}(\bar{y}_{i,k} - \bar{C}_i \hat{x}_{i,k}) \tag{14}$$

其中 $\hat{x}_{i,k}$ 表示滤波器状态向量, K_{ii} 是待确定的滤波器参数。为了实现性能分析和增益设计，饱和函数 $\text{Sat}(\cdot): \mathbb{R}^{n_y} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ 可按预定的工作范围分解为一个线性部分和一个非线性部分之和。具体地说，我们有

$$\text{Sat}(\rho) = G_i \rho + h(\rho) \tag{15}$$

其中已知矩阵 G_1 满足 $G_1 \leq I$ ，非线性向量值函数 $h(\rho)$ 具有下列扇区有界条件：

$$h^T(\rho)(h(\rho) - G_2\rho) \leq 0 \tag{16}$$

其中 $G_2 \geq 0$ 是一个已知矩阵。定义局部估计误差 $e_{i,k} = \bar{x}_{i,k} - \hat{x}_{i,k}$ ，可以得到

$$\begin{aligned} e_{i,k+1} &= \bar{A}_i e_{i,k} + \tilde{\alpha}_k \bar{F}_i \bar{x}_{i,k} + \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \bar{A}_{i,j} e_{j,k} + \bar{D}_i \omega_{i,k} - K_{ii} \left\{ G_1 \left[\bar{C}_i e_{i,k} + \Delta_k \bar{C}_i \bar{x}_{i,k} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (I + \Delta_k) \varphi_{i,k} \right] + h \left(\bar{C}_i e_{i,k} + \Delta_k \bar{C}_i \bar{x}_{i,k} + (I + \Delta_k) \varphi_{i,k} \right) \right\} \\ &= (\bar{A}_i - K_{ii} G_1 \bar{C}_i) e_{i,k} + \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \bar{A}_{i,j} e_{j,k} + \bar{D}_i \omega_{i,k} + (\tilde{\alpha}_k \bar{F}_i - K_{ii} G_1 \Delta_k \bar{C}_i) \bar{x}_{i,k} \\ &\quad - K_{ii} G_1 (I + \Delta_k) \varphi_{i,k} - K_{ii} h(\zeta_{i,k}) \end{aligned} \tag{17}$$

其中 $\zeta_{i,k} \triangleq \bar{C}_i e_{i,k} + \Delta_k \bar{C}_i \bar{x}_{i,k} + (I + \Delta_k) \varphi_{i,k}$ 。

令 $\chi_{i,k} \triangleq [\bar{x}_{i,k}^T \ e_{i,k}^T]^T$ ，可以得到以下的动态系统：

$$\chi_{i,k+1} = (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} + \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} + \tilde{D} \omega_{i,k} + \bar{B}_i \varphi_{i,k} + \bar{K}_{ii} h(\zeta_{i,k}) \tag{18}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{i,k} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_i + \tilde{\alpha}_k \bar{F}_i & 0 \\ \tilde{\alpha}_k \bar{F}_i & \bar{A}_i \end{bmatrix}, \mathcal{B}_{i,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -K_{ii} G_1 \Delta_k \bar{C}_i & -K_{ii} G_1 \bar{C}_i \end{bmatrix}, \mathcal{A}_{i,j} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{i,j} & 0 \\ 0 & \bar{A}_{i,j} \end{bmatrix} \\ \tilde{D} &= \begin{bmatrix} \bar{D}_i \\ \bar{D}_i \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -K_{ii} G_1 (I + \Delta_k) \end{bmatrix}, \bar{K}_{ii} = \begin{bmatrix} 0 \\ -K_{ii} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

定义 1: 系统(18)在均方意义上是指最终有界的，如果存在一个函数 β_1 和一个正常数 θ_2 使

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{i=1}^N \|\chi_{i,k}\|^2 \right\} \leq \beta_1 \left(k, \mathbb{E} \left\{ \sum_{i=1}^N \|\chi_{i,0}\|^2 \right\} \right) + \theta_2 \tag{19}$$

本文的目标是为具有测量输出量化和事件触发通信协议的离散时间大规模系统(1)设计一组估计器(14)。具体地说，我们关注于寻找合适的估计参数 K_{ii} ，使得估计误差的动力学(17)在均方意义上是指最终有界的。

引理 2 (S-过程): H, M, N 和 L 是具有适当维数的实矩阵，若 L 和 M 满足 $L = L^T$ 和 $MM^T \leq I$ 。然后有 $L + HMN + N^T M^T H^T < 0$ ，当且仅当存在正标量 $\varepsilon > 0$ 使得 $L + \varepsilon^{-1} H H^T + \varepsilon N^T N < 0$ 或等价地

$$\begin{bmatrix} L & H & \varepsilon N^T \\ H^T & -\varepsilon I & 0 \\ \varepsilon N & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0$$

3. 主要结果

定理 1: 对于给定的正标量 $\delta_m, \delta_M, a, b_i, \varepsilon_s > 0 (s = 0, 1, 2, \dots, 6)$ ，还有矩阵 K_{ii}, Δ_k ，有自适应事件触发传输方案(9)~(12)的估计误差动力学(18)在均方意义上是指最终有界的，如果存在正定矩阵 P_i ，对于一切 $i, j \in \nu$ ，正标量 $\lambda_i (i \in \nu)$ 和一个正标量 $\varepsilon > 0$ ，使得下面的不等式成立

$$\Gamma \triangleq \begin{bmatrix} L_i & * & * \\ H_i^T & -\varepsilon I & * \\ \varepsilon N_i' & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \tag{20}$$

其中

$$L_i = \begin{bmatrix} \kappa_{2i} - P_i + \varepsilon_0 I & * & * & * \\ 0 & -\lambda_1 \Psi_i & * & * \\ \lambda_2 G_2 C_i' & \lambda_2 G_2 I & -2\lambda_2 I & * \\ \sqrt{o_1} \mathcal{A}_{i,k} & 0 & \sqrt{o_4} \bar{K}_{ii} & -P_i^{-1} \end{bmatrix}$$

$$H_{li} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda_2 G_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{o_3} (\bar{K}_{ii} \bar{G}_1)^T \\ 0 & 0 & \lambda_2 G_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{o_1} (\bar{K}_{ii} G_1')^T \end{bmatrix}^T$$

$$N_i' = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} C_i'' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Delta}'' & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Delta} & 0 & 0 \\ N_i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

此外, 如果上述不等式成立, 则估计误差动力学(18)的界为

$$\theta = \frac{\rho_0}{(\rho_0 - 1) \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i)} \theta_2 \tag{21}$$

其中

$$\theta_1 = \sum_{i=1}^N \mathbb{E} \{ \text{tr} \{ K_{3i} \} \}, \theta_2 = \sum_{i=1}^N \mathbb{E} \{ \theta_i + \lambda_1 \delta_{i,k} \}$$

其中 $\rho_0 > 1$, 有

$$\Psi_1(\rho) = -\varepsilon_0 \rho + (\rho - 1) \min_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i) \tag{22}$$

证明: 构造下面的李雅普诺夫函数

$$V_k = \sum_{i=1}^N \chi_{i,k}^T P_i \chi_{i,k} \tag{23}$$

然后沿着轨迹(18)计算 V_k 的差分, 并取数学期望

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \{ \Delta V_k \} &= \mathbb{E} \{ V_{k+1} - V_k \} = \sum_{i=1}^N \mathbb{E} \{ \chi_{i,k+1}^T P_i \chi_{i,k+1} - \chi_{i,k}^T P_i \chi_{i,k} \} \\ &= \sum_{i=1}^N \mathbb{E} \left\{ \left[(\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} + \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} + \bar{D} \omega_{i,k} + \bar{B}_i \varphi_{i,k} + \bar{K} h(\varsigma_{i,k}) \right]^T P_i \left[(\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} + \bar{D} \omega_{i,k} + \bar{B}_i \varphi_{i,k} + \bar{K} h(\varsigma_{i,k}) \right] - \chi_{i,k}^T P_i \chi_{i,k} \right\} \\ &\leq \sum_{i=1}^N \mathbb{E} \left\{ \chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i \left[(\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} + 2 \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} + 2 \bar{B}_i \varphi_{i,k} + 2 \bar{K} h(\varsigma_{i,k}) \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{i,j}^T P_i \left[\sum_{j \in \mathcal{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} + 2 \bar{B}_i \varphi_{i,k} + 2 \bar{K} h(\varsigma_{i,k}) \right] + \varphi_{i,k}^T \bar{B}_i^T P_i \left[\bar{B}_i \varphi_{i,k} + 2 \bar{K} h(\varsigma_{i,k}) \right] \right. \\ &\quad \left. + h^T(\varsigma_{i,k}) \bar{K}^T P_i \bar{K} h(\varsigma_{i,k}) - \chi_{i,k}^T P_i \chi_{i,k} + \text{tr} \{ \bar{D}^T P_i \bar{D} \omega \} \right\} \end{aligned} \tag{24}$$

基于基本矩阵不等式, 我们有

$$\begin{aligned} &2 \chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} \\ &\leq \varepsilon_1 \chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} + \varepsilon_1^{-1} \left(\sum_{j \in \mathcal{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{i,j}^T \right) P_i \left(\sum_{j \in \mathcal{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k} \right), \end{aligned} \tag{25}$$

$$2\chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i \bar{B}_i \varphi_{i,k} \leq \varepsilon_2 \chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} + \varepsilon_2^{-1} \varphi_{i,k}^T \bar{B}_i^T P_i \bar{B}_i \varphi_{i,k}, \quad (26)$$

$$2\chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}) \leq \varepsilon_3 \chi_{i,k}^T (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k} + \varepsilon_3^{-1} h^T(\varsigma_{i,k}) \bar{K}_{ii}^T P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}), \quad (27)$$

$$2\left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{j,i}^T\right) P_i \bar{B}_i \varphi_{i,k} \leq \varepsilon_4 \left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{j,i}^T\right) P_i \left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right) + \varepsilon_4^{-1} \varphi_{i,k}^T \bar{B}_i^T P_i \bar{B}_i \varphi_{i,k}, \quad (28)$$

$$2\left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{j,i}^T\right) P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}) \leq \varepsilon_5 \left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{j,i}^T\right) P_i \left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right) + \varepsilon_5^{-1} h^T(\varsigma_{i,k}) \bar{K}_{ii}^T P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}), \quad (29)$$

$$2\varphi_{i,k}^T \bar{B}_i^T P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}) \leq \varepsilon_6 \varphi_{i,k}^T \bar{B}_i^T P_i \bar{B}_i \varphi_{i,k} + \varepsilon_6^{-1} h^T(\varsigma_{i,k}) \bar{K}_{ii}^T P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}). \quad (30)$$

现在, 把(25)~(30)代入(24)可以得到

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_k\} \leq & \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{o_1 \left[(\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k}\right]^T P_i \left[(\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}) \chi_{i,k}\right] + o_2 \left(\sum_{j \in \Gamma_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right)^T P_i \left(\sum_{j \in \Gamma_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right)\right. \\ & \left. + o_3 (\bar{B}_i \varphi_{i,k})^T P_i (\bar{B}_i \varphi_{i,k}) + o_4 (\bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}))^T P_i (\bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k})) - \chi_{i,k}^T P_i \chi_{i,k} + \text{tr}\{\tilde{D}^T P_i \tilde{D} \bar{\omega}\}\right\} \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\begin{aligned} o_1 &= 1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad o_2 = 1 + \varepsilon_1^{-1} + \varepsilon_4 + \varepsilon_5 \\ o_3 &= 1 + \varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_4^{-1} + \varepsilon_6, \quad o_4 = 1 + \varepsilon_3^{-1} + \varepsilon_5^{-1} + \varepsilon_6^{-1} \end{aligned}$$

很容易得到

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{\left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right)^T P_i \left(\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right)\right\} \\ & \leq \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{m_i \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \chi_{j,k}^T \mathcal{A}_{j,i}^T P_i \mathcal{A}_{i,j} \chi_{j,k}\right\} \\ & = \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{\sum_{j \in \mathbb{S}_i} \chi_{i,k}^T \mathcal{A}_{j,i}^T m_j P_i \mathcal{A}_{j,i} \chi_{i,k}\right\} \end{aligned} \quad (32)$$

因此, 令 $\xi_{i,k} = [\chi_{i,k}^T \quad \varphi_{i,k}^T \quad h^T(\varsigma_{i,k})]^T$, 从(31)~(32)可以得出

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_k\} & \leq \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{\chi_{i,k}^T (\kappa_{1i} + \kappa_{2i} - P_i) \chi_{i,k} + o_3 \varphi_{i,k}^T \bar{B}_i^T P_i \bar{B}_i \varphi_{i,k} + o_4 h^T(\varsigma_{i,k}) \bar{K}_{ii}^T P_i \bar{K}_{ii} h(\varsigma_{i,k}) + \text{tr}\{\kappa_{3i}\}\right\} \\ & \leq \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{\xi_{i,k}^T \Gamma_1 \xi_{i,k} + \theta_1\right\} \end{aligned} \quad (33)$$

其中

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \kappa_{1i} + \kappa_{2i} - P_i & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{5i} & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_{4i} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{1i} &= o_1 (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k})^T P_i (\mathcal{A}_{i,k} + \mathcal{B}_{i,k}), \quad \kappa_{2i} = o_2 \sum_{j \in \mathbb{S}_i} \mathcal{A}_{j,i}^T m_j P_i \mathcal{A}_{j,i} \\ \kappa_{3i} &= \tilde{D}^T P_i \tilde{D} \bar{\omega}, \quad \kappa_{4i} = o_4 \bar{K}_{ii}^T P_i \bar{K}_{ii}, \quad \kappa_{5i} = o_3 \bar{B}_i^T P_i \bar{B}_i, \quad \theta_1 = \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\{\text{tr}\{\kappa_{3i}\}\} \end{aligned}$$

针对自适应事件触发机制和扇形有界条件(16), 引入两个正标量 λ_1, λ_2 , 有

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_k\} & \leq \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{\xi_{i,k}^T \Gamma_1 \xi_{i,k} - \lambda_1 (\varphi_{i,k}^T \Psi_i \varphi_{i,k} - \delta_{i,k}) - 2\lambda_2 h^T(\varsigma_{i,k}) (h(\varsigma_{i,k}) - G_2 \varsigma_{i,k}) + \theta_1\right\} \\ & \leq \sum_{i=1}^N \mathbb{E}\left\{\xi_{i,k}^T \Gamma_2 \xi_{i,k}\right\} + \theta_2 \end{aligned} \quad (35)$$

其中

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \kappa_{1i} + \kappa_{2i} - P_i & * & * \\ 0 & \kappa_{5i} - \lambda_1 \Psi_i & * \\ \lambda_2 G_2 (C'_i + \Delta_k C''_i) & \lambda_2 G_2 (I + \Delta_k) & \kappa_{4i} - 2\lambda_2 I \end{bmatrix} = \Gamma - \text{diag} \{ \varepsilon_0 I, 0, 0 \}$$

$$\theta_2 = \sum_{i=1}^N \mathbb{E} \{ \theta_1 + \lambda_1 \delta_{i,k} \}, C''_i = [\bar{C}_i \quad 0]$$

换句话说,

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \kappa_{1i} + \kappa_{2i} - P_i + \varepsilon_0 I & * & * \\ 0 & \kappa_{5i} - \lambda_1 \Psi_i & * \\ \lambda_2 G_2 (C'_i + \Delta_k C''_i) & \lambda_2 G_2 (I + \Delta_k) & \kappa_{4i} - 2\lambda_2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{36}$$

不难得到

$$\mathcal{B}_{i,k} = \bar{K}_{ii} G'_1 M_1 N_i, \bar{B}_i = \bar{K}_{ii} \bar{G}_1 M_1 \bar{\Delta}'', \bar{\Delta}_k = \bar{\Delta}' M_1 I$$

其中

$$G'_1 = [G_1 \quad G_1 \bar{C}_i], M_1 = \text{diag} \{ E_k, I \}, N_i = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} \bar{C}_i & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\bar{G}_1 = [G_1 \quad G_1], \bar{\Delta}'' = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} \\ I \end{bmatrix}$$

利用 Schur 引理, 很容易知道 $\Gamma < 0$ 等同于

$$L_{1i} + H_{1i} M_2 N'_i + (H_{1i} M_2 N'_i)^T < 0 \tag{37}$$

其中

$$L_{1i} = \begin{bmatrix} \kappa_{2i} - P_i + \varepsilon_0 I & * & * & * \\ 0 & -\lambda_1 \Psi_i & * & * \\ \lambda_2 G_2 C'_i & \lambda_2 G_2 I & -2\lambda_2 I & * \\ \sqrt{o_1} \mathcal{A}_{i,k} & 0 & \sqrt{o_4} \bar{K}_{ii} & -P_i^{-1} \end{bmatrix}, H_{1i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda_2 G_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{o_3} (\bar{K}_{ii} \bar{G}_1)^T \\ \lambda_2 G_2 & 0 & \lambda_2 G_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{o_1} (\bar{K}_{ii} G'_1)^T \end{bmatrix}^T$$

$$N'_i = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} C''_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Delta}'' & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Delta} & 0 & 0 \\ N_i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M_2 = \text{diag} \{ E_k, M_1, E_k, M_1 \}$$

通过引理 2, 由(37)可以得到

$$L_{1i} + \varepsilon^{-1} H_{1i} H_{1i}^T + \varepsilon (N'_i)^T N'_i < 0$$

也就是说

$$\Gamma = \begin{bmatrix} L_{1i} & * & * \\ H_{1i}^T & -\varepsilon I & * \\ \varepsilon N'_i & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0$$

现在, 我们来揭示估计误差动力学的界。因为 $\Gamma < 0$, 不难由(20)和(36)得到下面的不等式成立:

$$\mathbb{E}\{\Delta V_k\} \leq -\varepsilon_0 \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} + \theta_2 \tag{38}$$

然后, 很容易得到

$$\min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i) \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} \leq \mathbb{E}\{V_k\} \leq \max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i) \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} \tag{39}$$

在下面引入一个标量 $\varrho > 1$, 并结合李亚普诺夫函数(23), 我们可以计算

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\varrho^{k+1}V_{k+1} - \varrho^kV_k\} &= \varrho^{k+1}\mathbb{E}\{V_{k+1} - V_k\} + \varrho^k(\varrho - 1)\mathbb{E}\{V_k\} \\ &\leq -\varepsilon_0\varrho^{k+1}\mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} + \varrho^{k+1}\theta_2 + \varrho^k(\varrho - 1)\max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i) \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} \\ &\leq \psi_1(\varrho)\varrho^k \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} + \varrho^{k+1}\theta_2 \end{aligned} \tag{40}$$

其中

$$\psi_1(\varrho) = -\varepsilon_0\varrho + (\varrho - 1)\max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i)$$

把(39)的两边从 0 到 $s-1$ 对 k 求和得到

$$\mathbb{E}\{\varrho^sV_s\} - \mathbb{E}\{V_0\} \leq \psi_1(\varrho) \sum_{k=0}^{s-1} \varrho^k \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} + \frac{\varrho(1-\varrho^s)}{1-\varrho}\theta_2 \tag{41}$$

我们可以看到存在一个标量 $\varrho_0 = \frac{\max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i)}{\max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i) - \varepsilon_0}$, 使得 $\psi_1(\varrho_0) = 0$ 。那么, 由(39)可知:

$$\mathbb{E}\{\varrho^sV_s\} - \mathbb{E}\{V_0\} \leq \frac{\varrho(1-\varrho^s)}{1-\varrho}\theta_2 \tag{42}$$

另一方面, 很容易发现

$$\mathbb{E}\{V_0\} \leq \max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i) \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,0}\|^2\right\} \tag{43}$$

和

$$\{\varrho^kV_k\} \geq \varrho^k \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i) \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} \tag{44}$$

把这两个条件考虑进去, 可以得到

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,k}\|^2\right\} \leq \frac{\max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i)}{\varrho_0^k \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i)} \mathbb{E}\left\{\sum_{i=1}^N \|\mathcal{X}_{i,0}\|^2\right\} + \frac{\varrho_0^k - 1}{\varrho_0^{k-1}(\varrho_0 - 1) \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i)} \theta_2$$

根据定义 1, 我们可以得出系统(18)是均方意义上指数最终有界的, 其最终界为:

$$\theta = \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{\varrho_0^k - 1}{\varrho_0^{k-1}(\varrho_0 - 1) \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i)} \theta_2 = \frac{\varrho_0}{(\varrho_0 - 1) \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i)} \theta_2 \tag{45}$$

这个定理的证明就完成了。

定理 1 关注估计器的性能分析, 为有测量输出量化和事件触发通信协议的离散时间大规模系统(1)开发所需的估计器设计方案奠定了基础。因此, 我们可以考虑有测量输出量化和事件触发通信协议的离散时间大规模系统(1)的估计器设计问题。

现在我们准备提出滤波器增益 K_{ii} 的一个可行设计方案。

定理 2: 自适应事件触发传输方案(9)~(12)下的估计误差动力学(18)是均方意义下指数最终有界的, 如果存在正定矩阵 P_i , 对所有 $i, j \in \nu$ 存在正标量 $\lambda_i (i=1, 2)$ 和一个正标量 $\epsilon > 0$, 满足下面的不等式

$$\Gamma^* = \begin{bmatrix} L_{2i} & * & * & * \\ H_{2i}^T & -\epsilon I & * & * \\ \epsilon N_i' & 0 & -\epsilon I & * \\ U_{li}' & 0 & 0 & U_{2i}' \end{bmatrix} < 0 \tag{46}$$

其中

$$L_{2i} = \begin{bmatrix} -P_i + \epsilon_0 I & * & * & * \\ 0 & -\lambda_1 \Psi_i & * & * \\ \lambda_2 P_i G_2 C_i' & \lambda_2 G_2 I & -2\lambda_2 I & * \\ \sqrt{o_1} P_i A_{i,k} & 0 & \sqrt{o_4} W_{ii} & -P_i^T \end{bmatrix}, H_{2i}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \lambda_2 G_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{o_3} (W_{ii} \bar{G}_1)^T \\ 0 & 0 & \lambda_2 G_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{o_1} (W_{ii} G_1^T)^T \end{bmatrix}$$

$$U_{li}' = \begin{bmatrix} \sqrt{o_2} P_i A_{1,i} & 0 & \cdots & 0 \\ \sqrt{o_2} P_i A_{2,i} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{o_2} P_i A_{N,i} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, U_{2i}' = \begin{bmatrix} -m_1^{-1} P_i^T & * & * & * \\ 0 & -m_2^{-1} P_i^T & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ 0 & 0 & \cdots & -m_N^{-1} P_i^T \end{bmatrix}$$

其中 $W_{ii} = P_i \bar{K}_{ii}$ 。

此外, 增益参数可以通过 $\bar{K}_{ii} = P_i^{-1} W_{ii}$ 得到。进一步, 估计误差动力学(18)的上界可以由(21)得到。

证明: 根据 Schur 引理, 由(20)可得

$$\Gamma \triangleq \begin{bmatrix} L_1 & * & * & * \\ H_1^T & -\epsilon I & * & * \\ \epsilon N_2 & 0 & -\epsilon I & * \\ U_1 & 0 & 0 & U_2 \end{bmatrix} < 0 \tag{47}$$

其中 $U_{li} = \begin{bmatrix} \sqrt{o_2} A_{1,i} & 0 & \cdots & 0 \\ \sqrt{o_2} A_{2,i} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{o_2} A_{N,i} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, U_{2i} = \begin{bmatrix} -(m_1 P_i)^{-1} & * & * & * \\ 0 & -(m_2 P_i)^{-1} & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & * \\ 0 & 0 & \cdots & -(m_N P_i)^{-1} \end{bmatrix}。$

对(47)分别左乘右乘 $\text{diag}\{I, I, I, P_i, I, I, I, I, I, I, P_i, \dots, P_i\}$ 和其转置, 可得

$$\Gamma^* = \begin{bmatrix} L_2 & * & * & * \\ H_2^T & -\epsilon I & * & * \\ \epsilon N_2 & 0 & -\epsilon I & * \\ U_1' & 0 & 0 & U_2' \end{bmatrix} < 0 \tag{48}$$

滤波器增益可由 $\bar{K}_{ii} = P_i^{-1} W_{ii}$ 得到, 这就完成了证明。

4. 数值仿真实例

在本节中, 给出一个数值例子来验证所提出方法的有效性。取目标系统的参数分别为:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.45 & 1 \\ 0 & -0.84 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} -0.45 & 0.9 \\ 0 & -0.66 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0 & -0.4 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.04 \\ 0.02 & -0.01 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0.24 & -0.36 \\ 0.15 & -0.5 \end{bmatrix}, C_1 = [1 \quad 0.25], C_2 = [1 \quad 0.2], F_1 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.3 \end{bmatrix}, F_2 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.7 \end{bmatrix}$$

对于每个子系统, 状态初始值为 $x_{1,0} = [1.28, 1.39]^T$, $x_{2,0} = [1.09, 1.19]^T$, $\hat{x}_{1,0} = \hat{x}_{2,0} = 0$ 。人为饱和约束水平设为 0.3, 扇形有界条件的参数设为 $G_1 = I$, $G_2 = \text{diag}\{0.2, 0.2\}$, 自适应事件触发阈值和可调参数为 $\delta_m = 0.15$, $\delta_M = 0.3$, $a = 0.35$, $b_1 = 0.66$, $b_2 = 0.69$, $b_3 = 0.83$, $b_4 = 1.23$ 。此外, 事件触发的加权矩阵为 $\Psi_1 = 0.35I$, $\Psi_2 = 0.24I$, $\Psi_3 = 0.28I$, $\Psi_4 = 0.37I$ 。预先给定的参数为 $\varepsilon_1 = 0.1$, $\varepsilon_2 = 0.021$, $\varepsilon_3 = 0.23$, $\varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0.01$, $\mu = 0.001$ 。

根据定理2, 使用带有LMI工具箱的Matlab软件, 可以得到期望估计增益为

$$\bar{K}_{11} = \begin{bmatrix} -0.00007 \\ 0.00005 \\ -0.00001 \\ 0.000048 \end{bmatrix}, \bar{K}_{22} = \begin{bmatrix} -0.02046 \\ 0.04617 \\ -0.00511 \\ 0.03737 \end{bmatrix}$$

实际故障及其故障估计曲线见图 1 和图 2, 估计误差图见图 3, 子系统事件触发图见图 4。

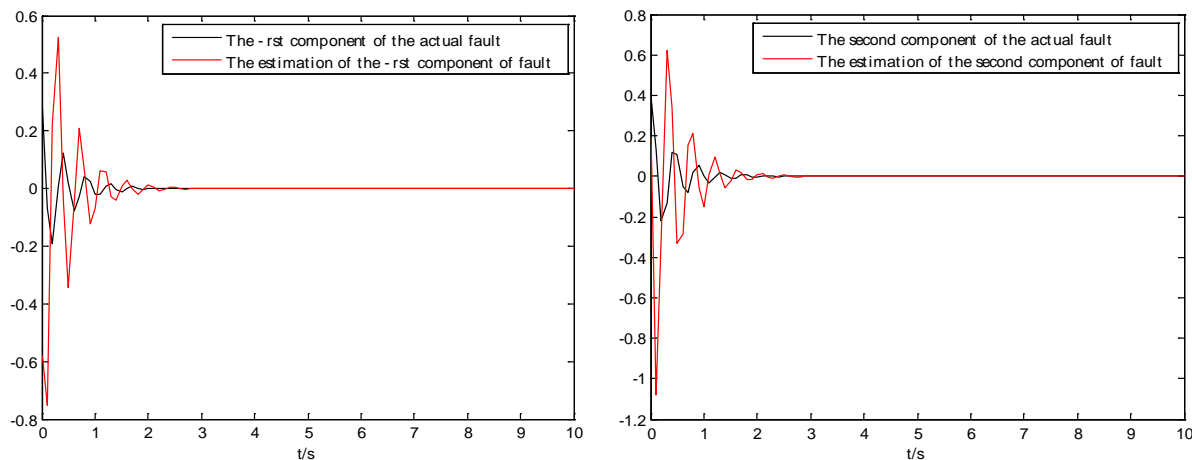


Figure 1. Actual fault and its estimation

图 1. 实际故障及其估计

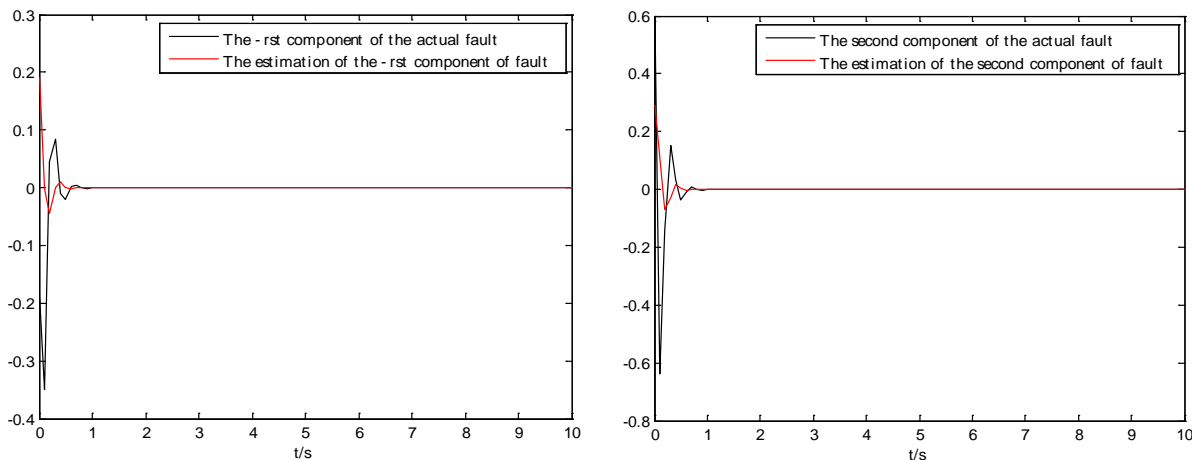


Figure 2. Actual fault and its estimation

图 2. 实际故障及其估计

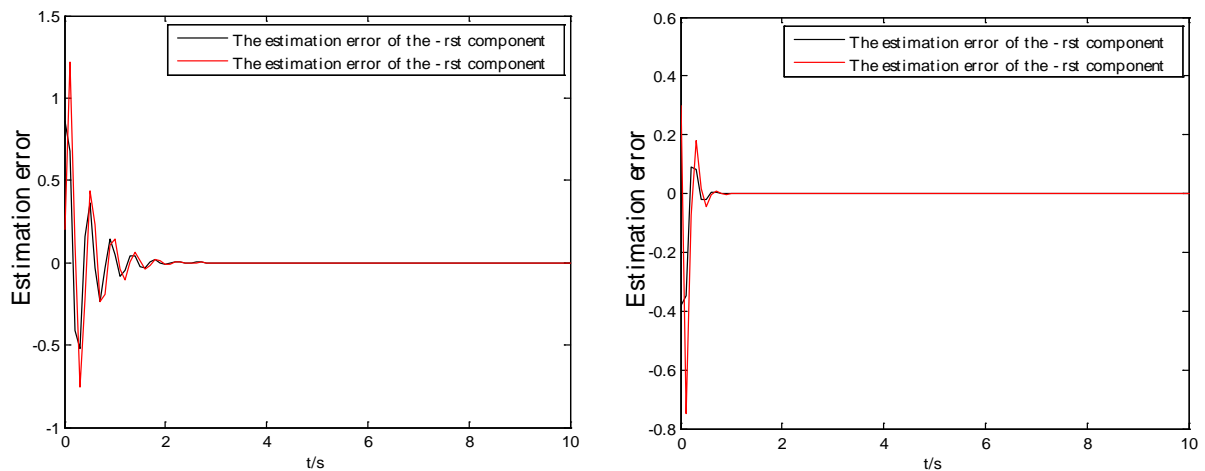


Figure 3. The evolution of errors

图 3. 估计误差

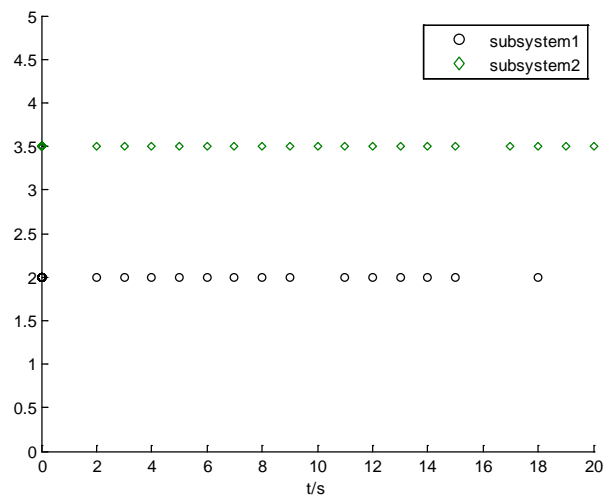


Figure 4. Subsystem event-triggered graph

图 4. 子系统事件触发图

5. 总结

本文研究了带有测量输出量化和新息饱和的离散时间大规模系统的故障估计问题。对于大规模系统，本文利用自适应事件触发协议减少了子系统间不必要的信息传输。假定过程噪声是有界的，随机变量 α_k 描述了随机发生的故障且满足伯努利分布，针对饱和引入一个滤波器来估计故障的情况，利用李雅普诺夫函数和线性矩阵不等式方法获得了估计器增益的参数。最后通过一个算例验证了该方法的有效性。此外，在本文研究的基础上，下一步将考虑基于新息约束、欺骗攻击的大规模系统的事件触发故障检测问题的研究。

参考文献

- [1] Lin, C., Wu, G., Yu, C., *et al.* (2016) Clustering and Splitting Charging Algorithms for Large Scaled Wireless Rechargeable Sensor Networks. *Journal of Systems and Software*, **113**, 381-394. <https://doi.org/10.1016/j.jss.2015.12.017>
- [2] Peng, C., Yang, M., Zhang, J., *et al.* (2017) Network-Based H^∞ Control for T-S Fuzzy Systems with an Adaptive

Event-Triggered Communication Scheme. *Fuzzy Sets and Systems*, **329**, 61-76.

<https://doi.org/10.1016/j.fss.2016.12.011>

- [3] Xiao, H.C., Ding, D.R., Dong, H.L. and Wei, G.L. (2020) Adaptive-Event-Triggered State Estimation for Large-Scale Systems Subject to Deception Attacks. *Science China Information Sciences*.
<https://engine.scichina.com/doi/10.1007/s11432-020-3142-5>
- [4] Li, Z., Wang, Z., Ding, D. and Shu, H. (2015) H^∞ Fault Estimation with Randomly Occurring Uncertainties, Quantization Effects and Successive Packet Dropouts: The Finite-Horizon Case. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **25**, 2671-2686. <https://doi.org/10.1002/rnc.3221>
- [5] Ju, Y.M., Wei, G.L., Ding, D.R. and Liu, S. (2019) Finite-Horizon Fault Estimation for Time-Varying Systems with Multiple Fading Measurements under Torus-Event-Based Protocols. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **29**, 4594-4608. <https://doi.org/10.1002/rnc.4640>
- [6] Fu, M. and Xie, L. (2005) The Sector Bound Approach to Quantized Feedback Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **50**, 1698-1711. <https://doi.org/10.1109/TAC.2005.858689>
- [7] Dong, H.L., Wang, Z.D., James, L. and Gao, H.J. (2014) Distributed Filtering in Sensor Networks with Randomly Occurring Saturations and Successive Packet Dropouts. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **24**, 1743-1759. <https://doi.org/10.1002/rnc.2960>
- [8] Sun, Y., Ding, D.R., Dong, H.L. and Liu, H.J. (2021) Event-Based Resilient Filtering for Stochastic Nonlinear Systems via Innovation Constraints. *Information Sciences*, **546**, 512-525. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.08.007>
- [9] Shahid, M.I. and Ling, Q. (2020) Event-Triggered Distributed Fault Detection and Control of Multi-Weighted and Multi-Delayed Large-Scale Systems. *Journal of the Franklin Institute*, **357**, 6041-6082.
<https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.03.043>