

基于灰色预测模型GM(1,1)安徽省城镇职工基本养老保险参保人数预测

李瞳鸿, 刘芳

上海工程技术大学管理学院, 上海

收稿日期: 2022年3月14日; 录用日期: 2022年4月8日; 发布日期: 2022年4月18日

摘要

基于安徽省2010~2020十年间城镇职工基本养老保险参保人数相关数据, 通过建立GM(1,1)模型对参保人数进行预测, 探讨未来参保人数; 通过模型预测发现日后几年城镇职工基本养老保险参保人数仍持续增长, 对此提出建议进一步完善养老保障体系, 对扩大养老保障覆盖面, 建立可持续、多层次的社会保障体系提供借鉴意义。

关键词

城镇职工, 基本养老保险, 参保人数, 灰色预测模型

A Forecasting of the Number of Urban Employees Participating in Basic Endowment Insurance in Anhui Province Based on GM(1,1) Gray System

Tonghong Li, Fang Liu

School of Management Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: Mar. 14th, 2022; accepted: Apr. 8th, 2022; published: Apr. 18th, 2022

Abstract

Based on the relevant data of the number of urban employees participating in the basic endowment insurance in Anhui Province from 2010 to 2020, the number of the insured was predicted by

the GM(1,1) model, and the number of the insured in the future was discussed. Through the prediction of the model, it is found that the number of urban employees participating in the basic endowment insurance will continue to increase in the next few years. In this regard, suggestions are put forward to further improve the endowment security system, providing reference for expanding the coverage of the endowment security and establishing a sustainable and multi-level social security system.

Keywords

Urban Workers, Basic Endowment Insurance, The Number of People Participating in Insurance, Grey Prediction Model

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

根据国家统计局第七次全国人口普查数据显示,我国 60 周岁及以上人口为 26,402 万人,占总人口的比重为 18.7%,其中 65 周岁及以上人口为 19,064 万人,占总人口的比重为 13.5%;全国老年人口抚养比为 19.7% [1]。我国人口老龄化已呈现出“超大规模、超快速度、超高水平和超级稳定”的“四超”现状[2];养老呈现“高龄化、失能化、慢性病化、空巢化”等特征,养老负担日益加重。十九大报告指出要全面建成可持续的多层次的社会保障体系,城镇职工基本养老保险是组成社会保障体系的关键一部分,其可持续性受到了各界审视的目光。以安徽省为例基于对参保人数预测可为扩大养老保障覆盖面,建立可持续、多层次的社会保障体系提供借鉴意义。

2. 灰色预测模型构建

灰色系统理论认为,人们对客观事物的认识具有广泛的灰色性,即信息的不完全性和不确定性,因而由客观事物所形成的部分信息已知、部分信息未知的系统是一种灰色系统,人们对被评价事物的认识也具有灰色性,因而可以借助于灰色系统理论中的相关方法来研究综合评价问题,灰色系统为结构庞杂、少信息和贫信息系统的分析提供了很好的方法,灰色系统理论是研究解决灰色系统分析、建模、预测、决策和控制的理论,可以处理不确定量,使之量化[3]。计算步骤如下:

2.1. GM(1,1)模型的建立

灰色预测 GM(1,1)模型,是基于灰色系统的理论思想,将离散变量连续化,用微分方程代替差分方程,用生成数序列代替原始时间序列,弱化原始时间序列的随机性,建立微分方程形式的模型,其建模的实质是建立微分方程的系数。灰色模型预测建模和求解过程如下。

2.1.1. 原始数据累加

设定原始数列为 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(k) | k = 1, 2, \dots, n\}$, 对原始数据序列进行一阶累加生成处理,累加数列克服了原始数列的波动性和随机性,转化为规律性较强的递增数列。

$$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n$$

得到生成数列: $X^{(1)} = (X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)) = (X^{(1)}(1), X^{(1)}(1) + X^{(0)}(2), \dots, X^{(1)}(n-1) + X^{(0)}(n))$ 。

2.1.2. 参数识别

GM(1,1)模型的微分方程(白化方程)为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (1)$$

其中 a , u 为待定参数; a 为发展系数; u 为灰作用量。

设 \hat{a} 为待估参数向量, 用最小二乘法求解 \hat{a} :

$$\hat{a} = [a \ u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

求微分方程, 可得预测模型(时间相应序列)为

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{ak} + \frac{u}{a}, (k=1, 2, 3, \dots, n-1) \quad (3)$$

2.1.3. 预测值还原

将 $k=1, 2, \dots, n-1$ 代入公式(3)可得模型的计算值 $\hat{X}^{(1)}$, 通过公式(4)将预测值还原。

$$\hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k) (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (4)$$

2.2. GM(1,1)模型检验

对灰色预测进行必要的残差检验、关联度检验与后验差检验。

2.2.1. 残差检验

按预测模型进行计算 $\hat{X}^{(1)}(i)$, 并将 $\hat{X}^{(1)}(i)$ 累减生成 $\hat{X}^{(0)}(i)$, 然后计算原始数列 $X^{(0)}(i)$ 与 $\hat{X}^{(0)}(i)$ 的绝对误差序列和相对误差序列。

$$\Delta^{(0)}(i) = |X^{(0)}(i) - \hat{X}^{(0)}(i)|, i=1, 2, \dots, n$$

$$\varphi(i) = \frac{\Delta^{(0)}(i)}{X^{(0)}(i)} \times 100\%, i=1, 2, \dots, n$$

平均残差:

$$\Phi(\text{avg}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n |\Delta(i)| \quad (5)$$

GM(1,1)的建模精度: $p = (1 - \Phi(\text{avg})) \times 100\%$, $\Phi(\text{avg})$ 越小越好, p 越大模型越好。

2.2.2. 关联度检验

关联系数:

$$\omega(i) = \frac{\Delta i^{(0)}(\min) + p \Delta i^{(0)}(\max)}{\Delta i^{(0)} + p \Delta i^{(0)}(\max)} \quad (6)$$

关联度:

$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{0i}(i) \quad (7)$$

用关联度计算方法计算出 $\hat{X}^{(0)}(i)$ 与原始序列 $X^{(0)}(i)$ 的关联系数, 然后计算出关联度。当 $\rho=0.5$ 时, 关联度 r 大于 0.6 表明关联度满意。

2.2.3. 后验差检验

原始序列标准差:

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum [X^{(0)}(i) - \bar{X}(0)]^2}{n-1}} \quad (8)$$

绝对误差的标准差:

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum [\Delta^{(0)}(i) - \bar{\Delta}(0)]^2}{n-1}} \quad (9)$$

方差比:

$$C = S_2/S_1 \quad (10)$$

评判标准如下:

Table 1. GM(1,1) model accuracy test grade table

表 1. GM(1,1)模型精度检验等级表

精度等级	$\varepsilon(\text{avg})$	P	C
1 级(优秀)	≤ 0.01	$> 95\%$	< 0.35
2 级(良好)	≤ 0.10	$> 80\%$	< 0.5
3 级(合格)	≤ 0.20	$> 70\%$	< 0.65
4 级(不合格)	> 0.20	$< 70\%$	> 0.65

由表 1 可检验本文构建的 GM(1,1)模型精度, 将 2.2.1 残差检验章节中具体阐述。

3. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数实证分析

3.1. 构建 GM(1,1)模型

由表 2 统计数据可得安徽省城镇职工基本养老保险参保人数原始数列为

$$X^{(0)} = (729, 783.7, 811.3, 829.1, 857.8, 892.2, 1078.39, 1141.5, 1217.06, 1283.5)$$

Table 2. Number of urban workers participating in basic endowment insurance in Anhui Province

表 2. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数, 万人

年份(年)	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
参保人数	669.5	729	783.7	811.3	829.1	857.8	892.2	1078.39	1141.5	1217.06	1283.5

数据来源: 安徽省统计年鉴(2010~2020)。

对 $X^{(0)}$ 作光滑检验: $\varepsilon = X^{(0)}(k+1)/X^{(1)}(k)$, 结果见表 3。

Table 3. A sequence table of one-time accumulation generation and mean generation of the number of urban workers participating in the basic old-age insurance in Anhui Province

表 3. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数的一次累加生成和均值生成序列表

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$X^{(0)}$	669.5	729	783.7	811.3	829.1	857.8	892.2	1078.39	1141.5	1217.06	1283.5
$X^{(1)}$	669.5	1398.5	2182.2	2993.5	3822.6	4680.4	5572.6	6650.99	7792.49	9009.55	10,293.05
ε	1.09	0.56	0.37	0.28	0.23	0.19	0.19	0.17	0.16	0.14	
$Z^{(1)}$		1034	1790.35	2587.85	3408.05	4251.5	5126.5	6117.95	7221.74	8401.02	9651.3

$$B = \begin{bmatrix} -1034 & 1 \\ -1790.35 & 1 \\ -2587.85 & 1 \\ -3408.05 & 1 \\ -4251.5 & 1 \\ -5126.5 & 1 \\ -6117.95 & 1 \\ -7221.74 & 1 \\ -8401.02 & 1 \\ -9651.3 & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 729 \\ 783.7 \\ 811.3 \\ 829.1 \\ 857.8 \\ 892.2 \\ 1078.39 \\ 1141.5 \\ 1217.06 \\ 1283.5 \end{bmatrix}, \hat{a} = [a \ u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.0677 \\ 626.6315 \end{bmatrix}$$

求得 $a = -0.677$, $u = 626.6315$, $u/a = -9254.9248$ 。

代入公式(3)得灰色预测 GM(1,1)安徽省城镇职工基本养老保险参保人数模型为:

$$\hat{X}(k+1) = 9924.4248e^{0.067707894k} - 9254.924822$$

3.2. 对构建的 GM(1,1)模型进行检验

3.2.1. 残差检验

根据表 4 计算出 2011~2020 年安徽省城镇职工基本养老保险参保人数的预测值计算绝对误差和相对误差, 由公式(5)计算结果可知, 平均残差为: 0.03747%, 建模精度 p 为: 96.25% > 95%, 结合表 1 可得出预测模型精度高。

Table 4. Residual test form for the number of urban workers participating in basic endowment insurance in Anhui Province

表 4. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数残差检验表

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
实际值	669.5	729	783.7	811.3	829.1	857.8	892.2	1078.39	1141.5	1217.06	1283.5
预测值	669.5	695.23	743.94	796.05	851.82	911.49	975.34	1043.67	1116.78	1195.01	1278.72
残差	0	33.77	39.76	15.25	22.72	53.69	83.14	34.72	24.72	22.05	4.78
相对误差	0	0.046	0.051	0.019	-0.027	-0.063	-0.093	0.032	0.022	0.018	0.004

3.2.2. 关联度检验

根据最小差: $\alpha = \min \left\{ \left| \hat{X}^{(0)}(i) - X^{(0)}(i) \right| \right\} = 0$ 以及最大差: $\beta = \max \left\{ \left| \hat{X}^{(0)}(i) - X^{(0)}(i) \right| \right\} = 83.14$ 代入公式(6), 求得关联系数如表 5 所示。

Table 5. Table of correlation coefficient of the number of urban workers participating in basic endowment insurance in Anhui Province

表 5. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数关联系数表

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ω	1	0.552	0.511	0.732	0.647	0.436	0.333	0.545	0.627	0.653	0.897

取 $\rho = 0.5$, 根据公式(7)求得关联度 $r = 0.632856$ 大于 0.6 表明检验程度满意。

3.2.3. 后验差检验

首先根据公式(8)求得原始序列 $X^{(0)}$ 的均值和均方差 $\bar{X} = 935.73$, $S_1 = 198.71$;

再根据公式(9)求得残差 $\hat{X}^{(0)}$ 的均值和均方差 $\bar{Y} = 1.41$, $S_2 = 37.621$;

根据公式(10), 求得方差比 $C = S_2/S_1 = 0.1893 < 0.35$ 说明模型精度好。

4. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数 GM(1,1)模型预测

根据灰色预测 GM(1,1)模型对安徽省 2021~2024 镇职工基本养老保险参保人数进行预测, 结果见表 6。灰色预测 GM(1,1)安徽省城镇职工基本养老保险参保人数模型为:

$$\hat{X}(k+1) = 9924.4248e^{0.067707894k} - 9254.924822$$

$$\hat{X}(11+1) = 1368.3, \hat{X}(12+1) = 1464.15, \hat{X}(13+1) = 1566.72, \hat{X}(14+1) = 1676.48$$

Table 6. Prediction of the number of urban workers participating in basic endowment insurance in Anhui Province

表 6. 安徽省城镇职工基本养老保险参保人数预测值

年份(年)	2021	2022	2023	2024
参保人数	1368.3	1464.15	1566.72	1676.48

5. 结束语

灰色预测是一种经济、可靠且预测精度很高的时间序列模型预测, 对于参保人数来说, 随着时间的推移, 未来人口结构、劳动力流动、延迟退休政策等, 将会不断对系统造成影响, 因此对于 GM(1,1)模型的有预测意义的数据仅为原始数据后的一两个数据, 更远的数据受系统扰动因素影响[4]。根据上述分析发现城镇职工基本养老保险参保人数不断增加, 参保人数增加有以下几点意义: 1) 参保人数不断增加, 养老保险有效覆盖面进一步扩大。若要保持或继续增加, 就必须做好新增就业人员和流动就业人员的参保工作。2) 优化参保人员结构。参保人数增加有利于降低职工养老保险负担系数, 稳定并优化人员结构, 部分缓解人口老龄化对养老保险制度的冲击。

参考文献

- [1] 国家统计局. 第七次全国人口普查公报(第五号) [EB/OL]. http://www.stats.gov.cn/tjsj/tjgb/rkpcgb/qgrkpcgb/202106/t20210628_1818824.html, 2021-05-11.

- [2] 原新. 积极应对人口老龄化是新时代的国家战略[J]. 人口研究, 2018(3): 3-8.
- [3] 廉同辉. 基于灰色系统 GM(1,1)模型的安徽入境游客预测[J]. 合肥学院学报, 2012, 22(1): 26-30.
- [4] 环小敏, 王灵芝. 灰色 GM(1,1)模型在城镇职工参保人数预测中的应用[J], 经济研究导刊, 2018(5): 119-121.