

# 基于GM(1,1)模型的山西省人均可支配收入现状分析及预测

王沛田

上海工程技术大学, 上海

收稿日期: 2022年5月13日; 录用日期: 2022年6月1日; 发布日期: 2022年6月15日

---

## 摘要

一个地区的人均可支配收入不仅代表了当地居民的生活水平, 也代表了这个地区的经济发展状况。2021年山西省GDP在全国的排名为第二十名, 人均可支配收入绝对额在全国31个省市的排名为第二十二名, 文章基于山西省统计局的2021统计年鉴数据, 利用GM(1,1)模型分析了山西省2011~2020年的人均可支配收入状况, 预测山西省2021~2025年的人均可支配收入为2.7452万元, 2.9568万元, 3.1848万元, 3.4304万元, 3.6949万元。通过以上分析结果, 最后给出了一些建议, 希望可以为山西省相关政府部门在以后制定经济和社会发展方面的政策提供些许的参考。

## 关键词

人均可支配收入, GM模型, 预测

---

## Analysis and Forecast of per Capita Disposable Income in Shanxi Province Based on GM(1,1) Model

Peitian Wang

Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: May 13<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jun. 1<sup>st</sup>, 2022; published: Jun. 15<sup>th</sup>, 2022

---

## Abstract

The per capita disposable income of a region not only represents the living standard of local residents, but also represents the economic development of the region. In 2021, the GDP of Shanxi Prov-

ince will be ranked 20th in the country, but the absolute amount of per capita disposable income will be ranked 22nd among 31 provinces and cities across the country. Using the GM(1,1) model to analyze the per capita disposable income of Shanxi Province from 2011 to 2020, it is predicted that the per capita disposable income of Shanxi Province from 2021 to 2025 will be 27,452, 29,568, 31,848, and 34,304, 36,949 yuan. Through the above analysis results, some suggestions are finally given, hoping to provide some reference for the relevant government departments of Shanxi Province in the future economic and social development policies.

## Keywords

Per Capita Disposable Income, GM Model, Forecast

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



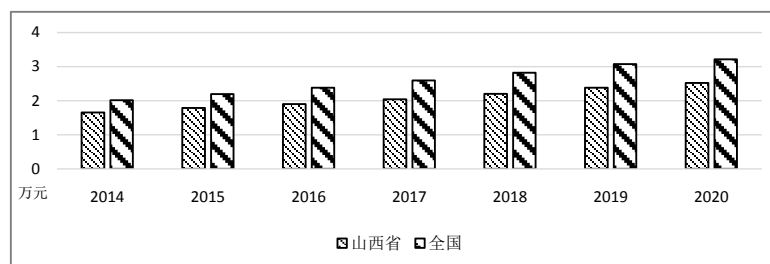
Open Access

## 1. 引言

改革开放以来,中国经济一直保持着较快增长的态势,并在2010年一跃成为世界第二大经济体。从中长期看我国的经济仍将保持继续增长,但是当前中国经济发展确实面临一些挑战,并且在十九大以来人民日益增长的美好生活需要与不平衡不充分的发展之间的矛盾越来越突出,我国居民的人均可支配收入,尤其是中西部地区人均可支配收入水平较低。2021年,山西省全体城乡居民人均可支配收入为2.7426万元,比上一年增长了8.8%,全年增幅在全国排名第十八。但从总量看,山西省全体城乡居民人均可支配收入在全国排名第二十二,2021年山西省GDP在全国排名为第二十名,可见山西省的人均可支配收入还有很大的提升空间。通过在网上查阅山西统计局的官方数据,得到了2011到2020年间山西省的人均可支配收入数据,然后利用GM(1,1)模型,预测了未来五年的山西省人均可支配收入,通过分析结果,最后提出了一些建议,相信此研究可以为以后山西省相关政府部门制定经济社会方面的政策提供一定的依据。

## 2. 山西省人均可支配收入现状分析

如图1所示,虽然山西省居民人均可支配收入在逐年上升,但是一直都低于全国居民的平均水平,并且这种差距在逐步扩大,想要快速地提升山西省的人均可支配收入,并且缩小与全国居民的人均可支配收入差距,还需要一段较长的时间。在2017年之前山西省的人均可支配收入从来没有超越过2万元,而全国人均可支配收入在2014年就已经达到该数值,可见山西省居民生活水平还有待进一步提高。



**Figure 1.** Comparison of per capita disposable income data of residents in Shanxi Province and the whole country (Data source: “2021 Shanxi Statistical Yearbook”, “2021 China Statistical Yearbook”)

**图 1.** 山西省、全国居民人均可支配收入数据对比(数据来源:《2021 山西省统计年鉴》,《2021 中国统计年鉴》)

### 3. GM(1,1)灰色模型的构建

灰色系统理论是邓聚龙教授 1982 年 3 月份在国际上首先提出来的, 灰色系统理论就是通过少量的、不完全的信息, 建立灰色微分预测模型, 对事物发展规律作出模糊性的长期描述[1]。在灰色理论中, 利用较少的或者不确切的表示灰色系统行为特征的原始数据序列作为生成变换后建立的[2], 用以描述灰色系统内部事务连续的过程, 便是灰色模型[3]。

设原始数据序列  $x(0) = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ ,  $n$  为数据个数。

1) 通过对原始数据的累加来弱化随机序列的波动性和随机性, 得到新数据序列:

$$x(1) = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)),$$

计算公式:

$$x^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^t x^{(0)}(k), \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

2) 构造矩阵  $B$  与向量  $Y_n$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Y_n = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))^T \quad (3)$$

3) 用最小二乘法求解参数  $a$  和  $u$

$$\begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (4)$$

4) 建立模型

$$x^{(1)}(t+1) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (5)$$

5) 原始数据序列的预测值公式

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = x^{(1)}(t+1) - x^{(1)}(t) = (1 - e^a) \left[ x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at} \quad (6)$$

根据 2021 年山西省统计年鉴得到 2011~2020 年山西省人均可支配收入, 所以初始数列为:

$$x(0) = (1.1959, 1.3592, 1.512, 1.6538, 1.7854, 1.9049, 2.042, 2.199, 2.3828, 2.5214)$$

由(1)得累加数列:

$$x(1) = (1.1959, 2.5551, 4.0671, 5.7209, 7.5063, 9.4112, 11.4532, 13.6522, 16.035, 18.5564)$$

由(2)、(3)式得:

$$B^T = \begin{bmatrix} -1.88 & -3.31 & -4.89 & -6.61 & -8.46 & -10.43 & -12.55 & -14.84 & -17.30 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y_n = [1.36 \ 1.51 \ 1.65 \ 1.79 \ 1.90 \ 2.04 \ 2.20 \ 2.38 \ 2.52]^T$$

由(4)式得:

$$\begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.07 \\ 1.27 \end{bmatrix}$$

由(5)式可得模型为:

$$x^{(1)}(t+1) = 18.24568e^{0.07t} - 17.0498$$

由(6)式可得预测值, 预测值如表 1 所示:

**Table 1.** Forecast table of per capita disposable income in Shanxi Province  
**表 1.** 山西省人均可支配收入预测表

年份	单位: 万元
2021	2.7452
2022	2.9568
2023	3.1848
2024	3.4304
2025	3.6949

#### 4. 检验模型可靠性

##### 1) 残差检验

残差:

$$E(t) = x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t) \quad (7)$$

相对误差:

$$e(t) = \frac{[x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)]}{x^{(0)}(t)} \quad (8)$$

平均相对误差:

$$e(avg) = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n |e(t)| \quad (9)$$

当平均相对误差  $e(avg) < 0.2$  时, 模型通过残差检验。

由(7)、(8)可得相对误差为:

$$(0.035, 0.002, 0.013, 0.015, 0.006, 0.001, 0.001, 0.007, 0.011)$$

由(9)可得平均相对误差为:

$$e(avg) = 0.0102$$

故模型通过残差检验。

##### 2) 后验差检验和模型等级评定

$$S_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [x^{(0)}(t) - \bar{x}]^2} \quad (10)$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n [E(t) - \bar{E}]^2} \quad (11)$$

$$\text{后验差比值: } C = \frac{S_2}{S_1}$$

$$\text{小误差概率: } P = \{ |E(t) - \bar{E}| < 0.6745S_1 \}$$

**Table 2.** Model classification condition table

**表 2.** 模型等级划分条件表

精度等级	相对误差	C	P
优秀	≤0.01	≤0.35	≥0.95
合格	0.01~0.05	0.36~0.50	0.80~0.94
勉强合格	0.05~0.10	0.51~0.65	0.70~0.79
不合格	0.10~0.20	>0.65	<0.70

由(10)、(11)得:

$$S_1 = 0.4374, S_2 = 0.0241$$

故后验差比值  $C = 0.0551$ , 小误差概率  $P = 1$ 。

综上, 对照表 2 模型等级划分条件表可以看出预测模型的预测精度等级为优秀, 拟合效果良好。

## 5. 结论与建议

本文基于 GM(1,1)灰色模型对山西省人均可支配收入进行了预测, 预测年限为 2021~2025 年。通过相对误差检验、均方差检验和小误差概率检验, 可以发现文章中构建的灰色模型精度较高, 预测准确, 该模型预测得到的未来五年内的是可靠的。根据山西省统计年鉴得到的 2011~2020 年的居民人均可支配收入数据, 可预测得到山西省 2021~2025 年的人均可支配收入分别为 2.7452 万元, 2.9568 万元, 3.1848 万元, 3.4304 万元, 3.6949 万元, 预测的 2021 年山西省居民人均可支配收入为 2.7452 万元, 而山西省 2021 年国民经济和社会发展统计公报公开的是 2.7426 万元, 两者基本一致, 这就证明模型设计是合理的, 根据预测结果可以看出, 山西省居民人均可支配收入处于不断缓慢上升的趋势, 这也标志着山西省居民的生活水平在未来的几年内也将逐步上升, 但是与全中国居民人均可支配收入相比仍有差距。居民人均可支配收入的发展受到诸多因素影响, 如整个国家和当地的经济水平、产业布局、人口结构等因素, 这些因素的不确定性, 给人均可支配收入的预测的准确性带来了影响[4]。基于灰色 GM(1,1)模型, 虽然对未知信息的预测提高了精度和准度, 但受政策性、突发事件性的影响, 灰色模型很难完全准确预测, 这就需要在人均可支配收入方面进行持续不断的研究, 减少预测的不准确性。为缩小山西省与整个国家人均可支配收入的差距, 山西省要全方位推动高质量发展, 注重产业转型, 健全体制机制, 不断提高整体经济发展, 才能够提高本省的人均可支配收入水平。

### 5.1. 建议

#### 5.1.1. 加快经济发展方式的转变

大量文献研究均表明, 经济的发展有利于带动居民的人均可支配收入提升。经济发展方式不单是指经济增长的内容, 还包括收入分配、区域结构、产业结构等方面的内容, 加快经济发展方式的转变, 是提高经济发展能力的必然要求。第一, 加快推进自主创新, 不仅要注意高新技术的开发, 抓住科技革命

带来的机遇,也要注意建设创新科技人才队伍,寻求长期的创新发展[5]。第二,加快推进经济结构调整,按照需求、供给、要素投入结构的要求,合理调整收入分配结构,加快推进城镇化,区域结构的平衡发展。第三,加快推进农业发展方式的转变,突破科学技术的发展,积极引进、创新技术,加速农业科技成果转化,推进农业科技进步,突破传统经营机制的束缚,积极研究和推广放活土地使用权的运行机制,有效地加快农业集体化、规模化、产业化经营进程。

### 5.1.2. 提高居民的工资收入

随着经济的持续发展,财富不断积聚,居民财产收入占比本应该持续提高,但事实上我国城镇居民财产性收入占比一直不高,相比于许多发达国家,城镇居民的财产性收入占比较高且稳定,所以推动资本市场健康发展,鼓励民众财产投资对提高居民财产性收入对提高人均可支配收入具有重要意义[6]。山西省是农业大省,要提高居民的工资收入,农民这一群体的收入提升非常关键,首先要给予政策支持促进收入,农业是双重风险的产业,要想增加收入不仅需要农民自身的努力,还需要政府的支持。二是加大“三农”投入,完善农业补贴政策,继续实行种粮农民的各种补贴政策,新增补贴向粮食主产区倾斜,促进农民增产增收。最后是进一步理顺农产品价格,防止“谷贱伤农”现象的出现,在市场价格低于目标价格时按差价补贴生产者,切实保证农民收益。

### 5.1.3. 招商引资

吸引外商投资不仅可以给当地带来新的技术、管理、文化,还能够为当地提供就业岗位,吸引人才,促进经济增长,自从我国加入世贸组织,成为成员国之一以后,外商投资持续增长,这也成为我国经济持续快速发展的重要原因,外商直接投资对地区经济的发展和人均可支配收入提高也具有重要作用,山西省地处中原地带,外资注入相比于沿海城市较少,因此山西省应该积极推行税收优惠、投资补贴等政策手段吸引外商,积极改善投资环境,加强山西省的基础设施建设,降低企业发展成本[7]。另一方面,山西省市场化程度不高,需要进一步提高市场化水平,加快政府职能转换,促进政企分开,提高企业活力。最后,鼓励创新,加强居民人力资本积累,带动区域经济发展,提高城镇居民人均可支配收入。

## 参考文献

- [1] 张荣. 宁夏水库移民人均可支配收入预测[J]. 水利规划与设计, 2018(12): 21-22+74.
- [2] 卢懿. 灰色预测模型的研究及其应用[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江理工大学, 2014.
- [3] 师梅芸. 陕西省城镇居民人均可支配收入预测[J]. 纳税, 2018, 12(22): 212.
- [4] 赵笑蕾. 山西区域经济发展路径探究[J]. 山西师大学报(社会科学版), 2013, 40(6): 54-57.  
<https://doi.org/10.16207/j.cnki.1001-5957.2013.06.023>
- [5] 李新朋. 基于 ARIMA 模型的上海城镇居民人均可支配收入预测研究[J]. 经济研究导刊, 2019(10): 149+165.
- [6] 高见, 邬晓霞. 山西资源型经济转型突破发展的支持政策研究[J]. 经济问题, 2018(9): 17-21.  
<https://doi.org/10.16011/j.cnki.jjwt.2018.09.003>
- [7] 安树伟, 闫程莉. 山西经济发展的功能定位与战略思路[J]. 经济问题, 2017(10): 1-7.  
<https://doi.org/10.16011/j.cnki.jjwt.2017.10.001>