## 灰色预测模型在碳排放预测中的应用

何金泽, 熊婧秋, 黎欣茹, 黄 婷, 余佳蔓

成都师范学院数学学院,四川 成都

收稿日期: 2023年12月10日; 录用日期: 2024年1月5日; 发布日期: 2024年1月12日

#### 摘要

当前,随着环境保护日益成为许多国家的战略重点,碳中和领域正迎来巨大的发展机遇。为了实现节能减排和实现双碳目标,我们需要有相关数据的支持,以为政策制定提供理论依据,并准确预测和分析碳排放量的情况。为此,我们的团队对数学模型在碳中和领域的应用方法及一些注意事项进行了研究,致力于降低计算门槛。我们主要采用邓氏灰色预测模型和其他数学模型来计算和预测碳排放量。研究结果表明,我们的灰色预测模型具有很高的预测精度,精度为0.03,达到了二级精度水平。

#### 关键词

碳排放,灰色预测模型,线性回归模型

# Application of Grey Prediction Model in Carbon Emission Forecasting

Jinze He, Jingqiu Xiong, Xinru Li, Ting Huang, Jiaman Yu

School of Mathematics, Chengdu Normal University, Chengdu Sichuan

Received: Dec. 10<sup>th</sup>, 2023; accepted: Jan. 5<sup>th</sup>, 2024; published: Jan. 12<sup>th</sup>, 2024

#### **Abstract**

Currently, as environmental protection increasingly becomes a strategic focus for many countries, the field of carbon neutrality is facing significant development opportunities. To achieve energy conservation, emission reduction, and dual carbon targets, we require relevant data to support policy formulation and accurately predict and analyze carbon emissions. To this end, our team has studied the application methods and considerations of mathematical models in the field of carbon neutrality, aiming to lower computational barriers. We primarily use Deng's Grey Prediction Model and other mathematical models to calculate and forecast carbon emissions. The research results show that our Grey Prediction Model has high predictive accuracy, with a precision of 0.03, reaching a secondary level of precision.

文章引用:何金泽,熊婧秋,黎欣茹,黄婷,余佳蔓.灰色预测模型在碳排放预测中的应用[J].应用数学进展,2024,13(1):84-90.DOI:10.12677/aam.2024.131011

#### **Keywords**

#### Carbon Emissions, Grey Prediction Model, Linear Regression Model

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



Open Access

#### 1. 灰色预测模型在碳排放预测中的运用以及优势

#### 1.1. 模型应用简介

全球气候变化给人类社会带来了严峻的挑战,碳排放是其中一个主要原因。在控制碳排放的过程中, 预测模型发挥了重要作用。灰色预测模型是中国学者邓聚龙[1]于 1982 年提出的一种模型,在碳排放预测 领域得到广泛应用。

#### 1.2. 模型应用优势

灰色预测模型具有以下三个优势:

**简洁性**:该模型不需要经过复杂的数据预处理,计算过程简单直接,易于理解和应用。

**适应性:** 灰色预测模型对数据需求较少,只需要有限的数据就能有效地进行预测,适用于数据稀缺的情况。

灵活性: 该模型强调非线性和不确定性的处理, 能够适应各种复杂情况。

灰色预测模型在碳排放预测方面得到广泛使用。通过使用该模型,我们能够更准确地预测未来的碳排放趋势,制定更有效的控制策略。同时,该模型为碳排放研究提供了新的视角和工具。总之,灰色预测模型在碳排放预测中的简洁性、适应性和灵活性等优势非常明显。依靠该模型,我们能够更好地理解碳排放趋势,为政策制定者提供依据,并评估各种控制策略的效果。灰色预测模型的应用推动了碳排放研究的发展,对应对全球气候变化挑战起到了重要作用。

#### 1.3. 灰色预测模型的基本原理及其计算方法

#### 1.3.1. 灰色预测模型的基本原理

灰色预测模型是一种用少量信息建立数学模型进行预测的方法。灰色预测模型通过分析系统因素之间的发展趋势的差异程度,即进行关联分析,并对原始数据进行生成处理,以找出系统变动的规律,并生成具有较强规律性的数据序列。然后,建立相应的微分方程模型,用以预测事物未来的发展趋势。该模型利用等时间间隔观测到的一系列数量值,反映预测对象的特征,构建灰色预测模型,以预测未来某一时刻的特征量,或者达到某一特征量的时间。与传统预测模型不同,灰色预测模型使用的是生成的数据序列,而不是原始数据序列。核心体系是灰色模型,它通过对原始数据进行累加生成,得到近似的指数规律,并进行建模。

#### 1.3.2. 灰色预测模型适用范围

数据较少,无法运用传统的统计学方法进行建模;数据之间要存在一定的规律,有明显的趋势或者规律:数据没有明显的周期性变化。

#### 1.3.3. 灰色预测模型计算方法

灰色预测模型的计算方法[2]可以分为以下四个步骤:确定原始数据序列,通过累加生成新的数据序 列,建立灰色微分方程,并求解该方程得到预测模型,最后利用该模型进行预测。

确定原始数据序列: 在国家统计局、知网或国内统计年鉴等来源中寻找所需的数据, 并根据需要进 行筛选,然后按照一定的顺序排列,得到所需的原始数据。需要注意的是,不要选择过多的数据,以避 免过多的噪声或冗余信息。

通过累加生成新的数据序列:将确定的原始数据输入到 SPSS 或 Excel 等软件中,利用相应的公式计 算出经过累加后生成的新数据序列。

建立灰色微分方程:根据所需,建立相应的灰色微分方程,并将相关数据代入方程中,利用公式(通 常使用最小二乘法)计算出参数 a 和 b 的值。在得到模型后,可以将前面的数据代入模型进行验证,以判 断模型的准确性。  $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$  [3]。

最后使用建立出来的模型,对未来进行预测,得出相关结论。

#### 2. 灰色预测模型运算案例

#### 2.1. 运算程序

#### 2.1.1. 确定原始序列

定义 1: 
$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots x^{(0)}(n))$$
为原始序列[4]。

#### 2.1.2. 求取一阶累加数据

定义 2: 
$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots x^{(1)}(n))$$
为一阶累加序列。  
其中一阶累加计算公式如下:  $x^{(1)}(k) = x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + \cdots + x^{(0)}(k)$   
$$x^{(1)}(k) = x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + \cdots + x^{(0)}(k)$$
 (1)

#### 2.1.3. 计算均值序列

定义 3:  $z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n))$  为均值序列。 其中均值计算公式如下:

$$z^{(1)}(k) = \frac{\left[x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)\right]}{2} \tag{2}$$

#### 2.1.4. 给出均值形式

定义 4:  $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$  为模型的均值形式。 其中a,b为所设参数。

#### 2.1.5. 用最小二乘法估计参数

根据均值形式 
$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$
 设立矩阵  $Y, B$  ,其中  $Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$  ,  $B = \begin{bmatrix} -z^{(0)}(2) & 1 \\ -z^{(0)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$  。

参数的求解等式如下[5]:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$
 (3)

#### 2.1.6. 残差检验模型

定义 5:  $\hat{x}^{(1)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(n))$  为预测序列,残差序列为

$$\varepsilon^{(0)} = \left(x^{(0)}(1) - \hat{x}^{(0)}(1), x^{(0)}(2) - \hat{x}^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n) - \hat{x}^{(0)}(n)\right), \quad \text{$\sharp$ $\neq $$} \varepsilon^{(0)}(n) = x^{(0)}(n) - \hat{x}^{(0)}(n) \circ x^{(0)}(n) = x^{(0)}(n) \circ x$$

定义 6:  $\Delta = (\Delta(1), \Delta(2), \dots, \Delta(n))$  为相对误差序列, $\overline{\Delta}$  为平均误差[6]。

其中 $\Delta(k)$ 与平均误差计算公式如下:

$$\Delta(k) = \frac{\left| \varepsilon^{(0)}(k) \right|}{\left| x^{(0)}(k) \right|} \quad [7]$$

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta(i)}{n} \tag{5}$$

若给定  $a>0,\overline{\Delta}<\alpha$ ,且满足  $\Delta(n)<\alpha$ ,则该模型的残差被认为是合格的。 $\alpha$  为模型的精度项,可以分为四个等级, $\alpha=0.01,\alpha=0.05,\alpha=0.1,\alpha=0.2$  分别为一级精度,二级精度和三级精度以及四级精度。所求的精度值越小,代表模型的预测效果越好。

#### 2.1.7. 预测未来数据

根据以下公式计算预测数据。

$$x^{(0)}(k) = \left(\frac{2-a}{2+a}\right)^{k-1} \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) \left(\frac{2a}{a-2}\right)$$
 (6)

得出最终预测数据。

#### 2.2. 模型的求解与结论

#### 2.2.1. 确定原始序列

选取中国碳排放量为指标,2012 年~2022 年各年份为对象,构建原始序列。其中 2012 年~2022 年碳排放量的原始序列为  $x^{(0)}=\left(x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\cdots,x^{(0)}(11)\right)$ 。原始序列数据如下见表 1:

**Table 1.** Original sequence data table 表 1. 原始序列数据表

	中国碳排放量(亿吨)
2012	93.65
2013	96.13
2014	96.64
2015	96.52
2016	96.56
2017	98.68
2018	100.43
2019	101.90
2020	102.43
2021	118.9
2022	114.8

#### 2.2.2. 求取一阶累加数据

根据公式(1), 计算上述原始数据序列的一阶累加数据[8]。计算结果如表 2 所示, 这些数据表示了原始数据序列经过一阶累加后的结果。

**Table 2.** First-order accumulated data table of original sequence

#### 表 2. 原始序列的一阶累加数据表

累加值	$x^{(1)}(1)$	$x^{(1)}(2)$	$x^{(1)}(3)$	$x^{(1)}(4)$	$x^{(1)}(5)$	$x^{(1)}(6)$	$x^{(1)}(7)$	$x^{(1)}(8)$	$x^{(1)}(9)$	$x^{(1)}(10)$	$x^{(1)}(11)$
中国 碳排放量	93.65	189.78	286.42	382.94	479.5	578.18	678.61	780.51	882.94	1001.94	1116.74

#### 2.2.3. 求取均值数据

将上述得到的一阶累加数据代入公式(2), 计算均值数据。计算结果保留两位小数, 结果见表 3, 这些数据表示了一阶累加序列经过计算得到的均值数据。

Table 3. Average data table

#### 表 3. 均值数据表

均值	$z^{(1)}(1)$	$z^{(1)}(3)$	$z^{(1)}(4)$	$z^{(1)}(5)$	$z^{(1)}(6)$	$z^{(1)}(7)$	$z^{(1)}(8)$	$z^{(1)}(9)$	$z^{(1)}(10)$	$z^{(1)}(11)$
中国 碳排放量	141.72	238.10	334.68	431.22	528.84	628.40	729.56	831.73	942.44	1059.34

#### 2.2.4. 设定均值形式为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$

#### 2.2.5. 用最小二乘法估计参数

根据公式(3)与所设立的矩阵 Y, B 计算出参数 a, b。参数 a, b 保留两位小数, 数据如下(表 4):

Table 4. Data of parameters a, b 表 4. 参数 a, b 数据

	а	b
中国碳排放量	-0.02	89.07

#### 2.2.6. 残差检验

结合给定的原始序列和计算公式(1),(2),(3),(4),(5),可以进行模型检验并比较精度。根据实际情况进行评估,以确定模型的检验情况。

数据保留两位小数,检验结果如下(表 5):

**Table 5.** Residual test results 表 5. 残差检验结果

	$\Delta(n)$
中国碳排放量	0.03

结果表明通过残差检验

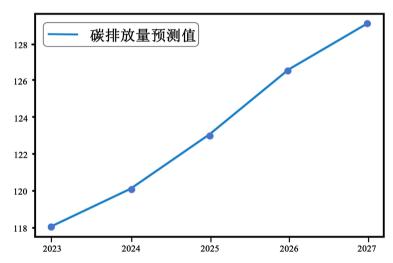
#### 2.2.7. 预测未来碳排放量

根据原始数列,通过使用计算公式(1),(2),(3),(6),得出预测结果见表 6,结果保留两位小数,预测结果的具体数值请参见对应年份的数据。

**Table 6.** Carbon emission forecast table 表 6. 碳排放预测表

年度	碳排放量预测值(亿吨)
2023	118.21
2024	120.92
2025	123.68
2026	126.50
2027	129.38

将预测结果可视化,可直观体现碳排放量走向见图 1:



**Figure 1.** Carbon emission forecast chart **图 1.** 碳排放量预测图

### 3. 预测结果分析

通过使用灰色预测模型对 2023~2027 年中国碳排放量的预测结果分析显示:根据模型和原始序列, 我们成功预测了 2023~2027 年中国的碳排放量。这一预测结果对于制定碳控制策略提供了重要的参考, 在此基础上,我们制作了碳排放趋势图表,更直观展示预测结果。

从预测结果来看:

年均增长: 2022~2027 年这五年中国的碳排放量将增长约 14.58 亿吨,即年均增长 2.916 亿吨。这是一个相对较大的增长幅度。

排放量分析:中国的碳排放量将从 2022 年的 114.8 亿吨增长到 2027 年的约 129.38 亿吨,总体增长约 12.7%。这表明中国面临的碳排放压力持续增加。

若要在 2030 年前实现中国的碳排放峰值,根据预测结果,从 2023 年开始,需要在四年内扭转碳排放量上升的趋势。这无疑是一个巨大的挑战。

政策影响:预测结果可能反映了近年来环保政策和能源结构对碳排放的影响。如果中国能够有效改善能源结构、提高能源利用效率或实施更加严格的环保政策,有可能有助于抑制碳排放量的上升趋势。因此,政策和结构的改变对于控制碳排放具有重要的影响。

#### 4. 评价与建议

本文所使用的灰色预测模型具有简单、易于理解和方便操作等特点。我们可以直接使用 Excel 等工具进行计算,而且即使在历史数据较少的情况下,该模型也能够进行良好的预测。此外,灰色预测模型对于碳排放量这种不可控、非随机、容易发生突变并且具有不规则性的数据也是适用的。

在预测非线性序列方面,灰色预测模型具有良好的性能。相对于传统的线性回归模型,在处理涉及非线性关系的数据时,灰色预测模型通常具有更高的预测精度。然而,灰色预测模型也存在一些局限性。例如,在长期预测方面可能会出现准确性下降的情况,同时对于复杂的碳排放系统可能无法进行准确地预测。因此,我们建议在使用灰色预测模型时,应结合其他预测方法,以提高预测的准确性。同时,还需要进行进一步的研究和改进,使灰色预测模型更好地适用于碳排放预测。我们可以通过将灰色预测模型与回归分析、时间序列分析等常用的预测方法进行比较,评估其在预测精度、适用范围等方面的优势和劣势。

未来,我们将致力于改进和拓展传统的灰色预测模型,从而提高其预测精度和适用范围。一种可能 的改进方式是将灰色预测模型与其他模型进行结合,例如神经网络、支持向量机等,以实现混合预测碳 排放的目标。通过引入这些新的技术和方法,我们可以进一步提高预测的准确性,并更好地适应复杂的 碳排放数据。这将为未来的碳排放预测研究提供更多的可能性和发展空间。

#### 基金项目

- 1) 四川省大学生创新创业项目(S202214389070 数学模型在碳排放测算与预测中的应用领域研究);
- 2) 四川省大学生创新创业项目(双减背景下民族地区乡村教育的现状研究 S202214389165)。

#### 参考文献

- [1] 中国科学引文数据库显示: 邓聚龙的灰色系统理论被引用次数居全国第一[J]. 华中理工大学学报, 1998(2): 48.
- [2] 刘思峰. 灰色系统理论及其应用[M]. 第 5 版. 南京: 南京航空航天大学出版社, 2020: 10.
- [3] 李德昌, 董坚峰, 苏佳旺, 等. 基于灰色预测 GM(1,1)模型的情报学热点关键词与主题发展预测[J]. 技术与市场, 2023, 30(8): 137-142.
- [4] 王奉伟, 周世健, 周清, 等. 基于原始序列的灰色预测模型[J]. 测绘科学, 2016, 41(6): 34-39.
- [5] 王安, 杨雨. 基于最小二乘法的灰色组合预测模型及其应用[J]. 数学的实践与认识, 2018, 48(22): 291-299.
- [6] 程培峰, 郑婉. 基于改进残差灰色模型预测路面使用性能的研究[J]. 中外公路, 2014, 34(3): 60-63.
- [7] Yang, M., Li, K.W., Feng, W., *et al.* (2023) Integration of Residual Terrain Modelling and the Equivalent Source Layer Method in Gravity Field Synthesis for Airborne Gravity Gradiometer Test Site Determination. *Remote Sensing*, **15**, Article 5190.
- [8] 吴正鹏, 陈见柯, 柴剑平. 复数阶累加的灰色系统模型[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2021, 28(6): 39-46.