

# Evolution of the Relation between Mathematics, Science and Natural Philosophy

Hui Xiong

Department of Mathematics, Dongguan University of Technology, Dongguan  
Email: 375610596@qq.com

Received: Aug. 19<sup>th</sup>, 2013; revised: Aug. 24<sup>th</sup>, 2013; accepted: Aug. 27<sup>th</sup>, 2013

Copyright © 2013 Hui Xiong. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** In the present paper, the relation between the mathematics and natural philosophy, overlapping science and social science is firstly illustrated, and then discusses the evolution of the relation which changes from dominant to being dominated between mathematics and natural philosophy, combining with the history and the development of modern science.

**Keywords:** Mathematics; Science; Natural Philosophy; Evolution of the Relation

## 数学与科学、自然哲学的关系及其演变

熊 辉

东莞理工学院数学教研室, 东莞  
Email: 375610596@qq.com

收稿日期: 2013年8月19日; 修回日期: 2013年8月24日; 录用日期: 2013年8月27日

**摘 要:** 本文探讨了历史上数学与自然哲学、交叉科学、社会科学的关系, 并结合历史和现代科学的发展, 阐述了数学与自然哲学之间的主导与被主导关系的演变。

**关键词:** 数学; 科学; 自然哲学; 关系演变

### 1. 引言

数学的方法与应用遍及天文、地理、物理、化学、生物、考古、工程等科技领域, 且与经济、社会等科学也联系密切。数学为科学发展提供了必不可少之工具, 对于科学家理解、解释自然而言, 数学是不可替代的。广泛的应用性是数学的一个显著特征。近 50 年来, 随着应用数学分支的大量涌现, 数学已经渗透到几乎所有的科学部门。不仅物理学、化学等学科仍在广泛地享用数学的成果, 连过去很少使用数学的生物学、语言学、历史学等等, 也与数学结合形成了内容丰富的生物数学、数理经济学、数学心理学、数理

语言学、数学历史学等边缘学科。各门科学的“数学化”, 是现代科学发展的一大趋势。

### 2. 数学与其他科学的关系

如图 1 所示, 若用一栋多层建筑来比喻, 则黑色地基(1)表示数学, 外墙(6)表示初级哲学, 内墙、地板与天花板(7)表示宗教, 屋顶(5)表示高级哲学; 紧接着地基之楼层(2)表示自然科学, 包括物理学、天文学、音律学、计算机科学、化学、电子、通信、控制、土木、机械等工科学科; 自然科学之上层(3)表示联系自然科学与社会科学之交叉科学, 包括考古、生物、地

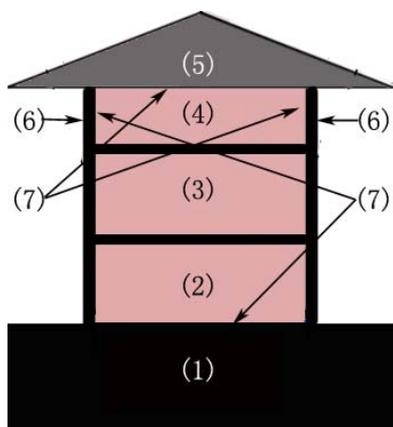


Figure 1. Chart of subject structure  
图 1. 学科结构图

质、物流、管理、会计等；再上层之(4)表示社会科学，其最接近哲学，这表明，科学家若想具有哲学思辨能力，必须具有较深之社会科学素养，特别是文学素养。祖冲之、华罗庚、丘成桐等，就是其中之佼佼者。

不妨想象：当人们处身于某栋封闭建筑之内时，看不见天、地，看不见屋顶、外墙，更看不见地基；能看见的，除室内物品外，就是内墙。这就是为什么其他学科人士无法领略数学之美、也不能很好地领悟高级哲学之根本原因。外墙表示普通哲学，因其显而易见，故说明绝大多数人都具有基本的哲学思考能力，都能说出一些“有道理”的话。

当人们因无法解释一些现象、不能理解一些事情而感到忧心时，就会去期待心灵安慰或寻求宗教之包容与指导。这体现在当人们在空荡荡的房间里独处时，多半会在墙角、窗边等地寻找依靠、脚踏实地。因此，内墙、地板等具有宗教性质。

九层之台，起于垒土，建筑物越高，地基就必须打造得越扎实越深厚，否则随时都有倒塌之可能。当自然科学蓬勃发展之同时，若数学不能被同步推广起来，则自然科学所获得之结论将很难存活。科学共产主义之创始人 Karl Marx 曾道：“一门科学，只有成功地应用到数学，才能达到完善的地步。”由此可见数学之重要性。而数学在应用于科学时，其简洁性与抽象性必将使得该应用过程充满了各种各样的美感。在科学史上，Copernicus 发现 Ptolemy 之地心说推理繁琐，单从数学简洁之角度，他就觉得应该推翻 Ptolemy。而百余年后，Kepler 也感觉到 Copernicus 数学美之不足，于是决定对行星采用椭圆型轨道。

### 3. 数学与自然哲学的关系

历史上很多科学结论，虽然都被后来者推翻——如 Ptolemy 的地心说，Copernicus 的行星轨道圆型说等，但这些理论都在历史上存活了很多年。为什么？为什么可以存活那么多年才被推翻？道理很简单，因为这些理论在数学上具有很简洁的美。一个公式就能表示一种天体运动，如此简单，如此漂亮，如此地美，谁会愿意拒绝它们呢？

只有当数学发展起来后，才会有些天才人物以更高级的数学来发现以前那些科学论断的不足。Copernicus 发现 Ptolemy 的地心说推理繁琐，表达也不漂亮，单从数学美的角度，他就觉得应该推翻 Ptolemy。而百余年后的 Kepler 也感觉到 Copernicus 数学美的不足，于是决定对行星采用椭圆型轨道。

波兰的天主教神父、天文学家 Copernicus 和德国的天文学家 Kepler，他们当时仅仅为了一个具有数学优越性的理论而坚决地去推翻久已公认的天文学、力学的定律以及宗教信条。虽然，他们终生都在躲避教会的追杀，但他们始终信奉自己的理论并乐此不疲。Copernicus 《天体运行论》(1543)的发表和 Kepler 行星运动三大定理(约 1610)的发现，不异于一枚哲学思想和自然科学的重磅原子弹，把统治欧洲(或整个世界)长达 2000 年之久的 Aristotle-Ptolemy 的地心说和当时的教会教义轰炸得遍体鳞伤。

尽管如此，倘若科学仍然跟着以往的脚步前进，就很可能不会有近代科学的惊人成就，数学也就不会从中取得推动创造性工作的巨大力量。可在 17 世纪中，法国哲学家、数学家 Descartes 和意大利科学家 Galileo 两人针对科学活动的基本性质，进行了革命化。他们选定科学应该使用的概念，重新规定科学活动的目标，改变科学中的方法论。他们这样做，不仅使科学得到出乎意料和史无前例的力量，而且把科学和数学紧紧地结合起来。他们这个计划，实际上是要把理论科学归结到数学。Descartes 《世界体系》(1634)中漩涡理论的发表，是用来说明行星是如何转动不息而且保持在它们绕日的轨道中的。但他害怕教会的迫害，当时没有发表。1637 年，他出版了《更好地指导推理和寻求科学真理的方法论》，此书是文学和哲学的经典著作，包括三个著名的附录：几何，折光和陨星。其中的“几何”部分包括了他的关于坐标几何和

代数的思想。1644年，他发表了《哲学原理》，专论物理学，特别是运动定律和漩涡理论。1650年，他发表了《音乐概要》，这是用数学来阐述音乐原理的经典之作。Galileo 提倡 Copernicus 的日心说，1610年他出版了《恒星的使者》，并宣称自己是 Copernicus 的追随者。这极大地触怒了罗马宗教法庭，1616年他被召到罗马。教会谴责他对于日心说的传播，他不得不答应不再发表关于这个专题的东西。1632年他出版了经典著作《关于两大世界体系的对话》（即指 Copernicus 的日心说体系和 Aristotle-Ptolemy 的地心说体系）。1633年，罗马教皇法庭再次传唤他去。在刑具的威胁下，强迫他放弃对日心说的拥护，他再度被禁止发表东西并被软禁起来。虽然如此，1638年，他把他的著作《关于两门新科学的探讨和数学证明》秘密运到荷兰并在那里出版。

Descartes 说“科学的本质是数学……世界是可接近的，并可归结为数学。”Galileo 说“宇宙永远是放在我们面前的一部伟大著作，哲学就写于其中。但是，如果不先掌握它的语言和符号，就不能理解它。这部著作是用数学写的，它的符号是三角形、圆和其他图形。不借助于它们就一个字也看不懂，没有它们就只会是在黑暗的迷宫中踟蹰。”<sup>[1]</sup>

英国数学家、物理学家、科学家 Newton 开创性地发现，作用于物体的力和物体所经历的加速度可以用数学关系式来表达，以此来描述物体的运动。加速度是一个微妙的概念，是一个变量，更确切地说是一个变量的变量。距离可以用卷尺测量出来，距离的变量也可以，但距离的变量计算却很困难。这就是为什么人类花了很长的时间，最后才由天才 Newton 发现运动普遍定律得原因。为了解决变量的问题，Newton 和德国数学家、哲学家、思想家 Leibnitz 各自独立地开创了数学的一个新分支——微积分，改变了人类对地球等天体的理解。微积分是继 Euclid 几何之后，全部数学中最大的创造之一。这给数学家和物理学家带来了不同的启示。数学家们在此基础上创立了继几何和代数之后的第三大类数学分支——分析。这是一个非常庞大的数学体系，级数，实变函数，泛函分析，常微分方程，偏微分方程，泛函微分方程，复变函数，变分法，微分流形，微分几何，微分拓扑，调和分析，连续型随机变量的概率统计方法……而物理学家们

开始寻找其他能够以变量来解释自然现象的自然规律，他们发现了很多：热，声，光，流体动力学，弹力，电力和磁力，弱力和强力，核力……。

1687年，Newton 发表了他经过 20 年的思考、实验研究、大量的天文现象和无数次数学演算的结晶——《自然哲学之数学原理》。这是一部著作，即使是“经典”二字也无法形容它的强势影响力，只能说它改变了世界历史的进程。从 Galileo 以后，新的实验科学获得了地位，数学语言取代哲学思辨语言用于表达自然规律，成为时尚。但是宇宙体系问题还远远没有解决。Copernicus 的日心说虽然简洁优美，但在天文计算中却十分繁杂，而且行星轨道的圆型说也不正确。德国天文学家 Dycho 提出折衷方案：太阳和月亮围绕地球旋转，行星围绕太阳旋转。但是这并没有使问题变得简单些。Dycho 的助手兼学生 Kepler 认识到天文观测的重要性，因此一生孜孜不倦地观测天文，最终得出计算简洁而数学表达又极为优美的行星运动三定律，并建立了行星轨道椭圆型说。Newton 在 Kepler 行星运动定律的基础上，借助于微积分这个新型工具，进一步推算出万有引力公式<sup>[2]</sup>。

各种关于基本粒子的最深奥的现代理论都仍然是建立在数学这块强有力的基石之上，不过这些理论的阐明（以及在一定程度上，抽象的世界观）却发生了变化。

从古希腊时代起直到中世纪，数学因为它在考察自然中所起的作用而被评价为是头等重要的。天文学和音乐经常与数学相连接，而力学和光学更毫无疑问是数学的。天文学、力学和光学等在此恕不赘述，我们只谈谈音乐和数学的关系吧。公元前 11 世纪，周文王除了演绎八卦、潜心易经之外，还做了一件影响后人的事就是把古琴从五弦增加到了七弦。周文王所采用的原理虽然没有记载可考，但可以想象，一定是依照数学原理的。

当琴弦的长度和粗细程度、松紧度不一样的时候，发出音高和音频都是不一样的。这就需要有一个严格的数字理论，来控制构造和发声的关系。如果弦的材质、粗细和松紧度都一样的话，那么不同的长度将产生不同的音高。一般来讲，越长的弦发出的声音越低沉。这是因为弦越长的话，它被弹动时引起的振幅与弦长的比值就越小，根据弦振动理论我们知道，

该弦的传播速度越慢，它的动能也就越少，那么被转化成声音的能量也就越少，发出的声音也就越低沉。

公元前 550 年左右，古希腊的毕达哥拉斯(Pythagoras)学派认为，世界是严整的宇宙，整个天体就是和谐与数。现代的学者都认为，正是这个学派研究音乐时最早使用了数学。毕达哥拉斯学派认为两根同样材质同样粗细的弦，如果绷的松紧度一样的话，那么当长度之比为 1:2 时，两弦相差 8 度音；当长度之比为 2:3 时，两弦相差 5 度音；当长度之比为 3:4 时，两弦相差 4 度音，等等。

当琴弦的长度都一样或几乎一样的时候，为了达到不同的音高，对于同样松紧度的弦来说，可以通过改变他们的粗细程度或材质来做到，比如说吉他；而对于同样粗细和材质的弦来说，可以通过设置不同的松紧度来做到，如小提琴，琵琶等。这时，弦的截面半径占据着重要的地位。以吉他为例，若采取弹奏时所持的姿势，六根弦从下往上排列，半径是严格单调递增的。只要你现场听过吉他演奏，你就知道从下往上弦的声音越来越低。按通常的一种调弦规则，第一弦(即最下面那根弦)比第二弦高三度半音。数学告诉我们，当弦的截面半径越大，也就是它越粗的时候，它能被激起的振幅就越小(可以想象下抖动一根细铁丝和一根粗钢筋的情形)，那么根据弦振动理论，它被转化为声音的动能就越少，因此声音越低沉。至于弦乐器发音的数学原理建立一个数学模型恕不赘述。

最能反映音乐和算术的关系的乐器除了丝弦乐器之外，就要数竹乐器了，如横笛，竖笛，洞箫之类。我们以中国最经典的江南横笛构造为例。不管你是否吹过笛子，只要你随便拿起一根非次品的笛子来看，你就会发现，发音的那六个孔不是均匀排列的。经典式的江南竹笛一般是十个孔，其中两个孔的开凿方向和另外八个孔相反，这两个孔在同一截面排列，处在笛子一端的末尾，是用来挂装饰的缀子用的，对发音不起明显的调节作用。从这一端往上连续数六个孔，它们是用来发音的，再往上数一个，是用来贴笛膜的(北方梆笛有的不需要贴笛膜，因此没这个孔)，最上面一个就是吹气孔。我们主要来讨论发音的那六个孔，笛子的发明史我们在这可以完全忽略它。

可以想象，第一个制造笛子的人肯定是为了那发音六孔的排列问题大伤过脑筋。也许他最开始采用的

是均匀分布(这种笛子现在市面上还有出现)，但他很快就会发现均匀分布的发音不准。然后他根据某个孔的发音误差是偏高还是偏低来决定这个孔该上移点还是下移点。这当然需要很强的音乐听力，但我们有理由相信他完全胜任这一工作，否则他根本就不会去想着制造什么笛子。至于其他乐器，在此恕不赘述。

#### 4. 现代数学与科学、哲学的关系

数学对自然哲学的关系，在几个方面由于 17 世纪的工作而改变了，由主导地位渐渐地向支配地位演变。

第一方面，因为被大大扩展的科学已被 Galileo 指导去使用量的公理和数学的演绎，所以由科学直接激发的数学活力就变的占支配地位了。

第二方面，Galileo 指令去寻求数学的描述而不是去探索因果关系的解释，导向了接受像万有引力那样的概念。对于万有引力，唯一可靠的认识是数学的认识，所以数学变成了科学理论的实体。造反的 17 世纪发现了一个质的世界，他的研究要辅助以数学的抽象，而遗留下一个数学的量的世界，它把物质世界的具体性统归在它的数学定律之下。

第三方面，当希腊人在他们的科学中自由地使用数学时，对数学来说，只要 Euclid 基础得到满足，那么，在数学和科学之间就存在着明显的差别。Plato 和 Aristotle 都把这两者区分开来，虽然是通过不同的方法。而 Archimedes 特别清楚哪些是数学建立起来的，哪些是物理地认识的。但是，在数学的领域扩张时，数学家不仅依靠物理意义去理解他们的概念，而且还因为数学的论点给出正确的物理结论而接受这些论点。这时，数学和科学之间的界限就变得模糊了。反过来说，当科学变得越来越依仗数学来产生它的物理结论时，数学也变得越来越依赖于科学的成果，来证实自己做法的正确性。

数学家华罗庚曾经说过：宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，日用之繁，无处不用数学<sup>[3]</sup>。这是对数学与生活的精彩描述。在数学教学中，教师应该紧密联系学生的生活实际，让教学贴近生活，让学生在生活感受到数学，看到数学，摸到数学，发现生活中的数学，从而使体会到数学就在身边，体验到数学的魅力，更好的提高学习效率，

喜欢数学，更好地认识周围世界。

虽然，今天，数学被很多人不理解甚至贬低其功能，然而多年的数学研究告诉我：只有先学会欣赏数学那令人窒息的美，才能领略大自然至深的奥妙。中国有句古话，叫“世事洞明皆学问，人情练达即文章”，这句话也可以用来形容数学的功用。人类的历史渊远流长，自从盘古开天地、三皇五帝到人间，大自然以它那天工鬼斧的神力将我们雕塑成上万个民族。在这太阳系存在着智能生命的蓝色星球上，我们以形形色式的语言，千姿百态的文字创造了个人风采。可是，当我们乘着现代文明的交通工具在小小的飞机上蜿蜒的时候，我们就会惊奇地发现 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0 这十个神奇的数字是联系我们五大洲四大

洋的共同纽带。神奇的数学，宇宙的诗篇，美妙的数字动人心弦，开创一个又一个人类新时代。当现代文明的分分秒秒中千千万万的双手敲打电脑键盘的时候，谁会想到，就是这普普通通的十个手指，揭开了我们数字文明的第一幕。数学，是探索宇宙真谛的共同语言；数学，是人类文明的象征。

### 参考文献 (References)

- [1] Morris Kline. 古今数学思想[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1979.
- [2] I. Newton. Philosophiae naturalis principia mathematica. London: The Royal Society, 1687.
- [3] 华罗庚. 大哉数学之为用[M]. 北京: 科学出版社, 2010.