

应用型高校线性代数教学现状解析与提升策略

张涛*, 任泽民

重庆科技学院, 重庆

收稿日期: 2022年4月20日; 录用日期: 2022年5月17日; 发布日期: 2022年5月24日

摘要

应用型高校的目标是培养满足社会职业需求以及科技生产要求的高级应用型人才。线性代数是应用型高校的基础课程。当前, 线性代数课程教学存在学生主观能动性不足、教学内容抽象、教学方法单一、评价考核滞后等问题。针对这些不足, 从引入课程思政、添加应用案例、“线上”和“线下”教学方法、突出过程评价等方面, 提出解决对策, 突出线性代数课程的实用性, 提高学生解决实际问题的能力, 为应用型高校的人才培养提供技术支持。

关键词

应用型高校, 线性代数, 提升策略

Analysis and Upgrading Strategy of Linear Algebra Teaching in Applied University

Tao Zhang*, Zemin Ren

Chongqing University of Science & Technology, Chongqing

Received: Apr. 20th, 2022; accepted: May 17th, 2022; published: May 24th, 2022

Abstract

The goal of applied university is to cultivate high-level applied talents to meet the needs of social occupation and scientific and technological production. Linear algebra is a basic course in applied university. At present, there are some problems in the teaching of linear algebra courses, such as

*通讯作者。

insufficient subjective initiative of students, abstract teaching contents, single teaching method, and evaluation and assessment lag. In view of these deficiencies, from the introduction of ideological and political courses, adding application cases, “online” and “offline” teaching methods, and highlighting process evaluation, we propose solutions, highlight the practicability of linear algebra courses, improve students’ ability to solve practical problems, and provide technical support for talent training in applied university.

Keywords

Applied university, Linear Algebra, Upgrading Strategy

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

新工科是对老工科的升级革新,是新时代高等工程教育的新方向。2017年是我国高等工程教育的奇迹年。这一年,“复旦共识”、“天大行动”和“北京指南”吹响了新工科建设的号角,拉开了我国高等工程教育人才的大幕[1]。对应用型高校而言,在新形势下,改革教学模式,优化教学方法,以适应新工科对人才培养的要求成为当务之急。线性代数课程是理工类高校非数学专业的一门必修基础课。该课程在科学工程计算、人工智能、社会经济学等均有广泛应用,对于提高学生的思维能力,培养学生的数学应用能力具有重要作用。由于线性代数具有高度抽象性,传统板书式教学模式将导致教学效果不佳,学生提不起兴趣,教师无法获得成就感,因此研究有效提升“学”与“教”策略就具有重要意义。

2. 应用型高校线性代数课程教学现状解析

随着信息技术的高速发展,线性代数的理论、方法已经被大量应用到科学工程计算、数据科学等领域,根据前期调研与查阅文献,结合笔者教学经历,我们发现,目前应用型高校线性代数课程教学现状表现为以下四个方面。

2.1. 学生抽象能力不足,缺乏主观能动

应用型高校一个较为普遍的现实问题是生源质量不高,个体差异较大。线性代数的课程教学主要集中在大学二年级,学生刚完成了高等数学的学习,严密的逻辑性思维和抽象思维并未完全建立,而线性代数中存在大量抽象的定义、定理,如行列式的定义、线性方程组解的判定、向量组线性相关性的证明、矩阵相似的判定、线性空间的定义等,这些课程特性会导致学生产生畏惧心理,严重者还会失去学习兴趣。同一个教学班,往往聚集了不同学院、不同专业的学生,这些学生在课后,少有讨论、交流学习心得的机会。并且,线性代数的前后知识点关联度较大,例如线性方程组解的判定定理是学习向量组的线性相关性的基础工具,而向量组的线性相关性又是研究向量组的极大无关组、向量组的秩等概念的重要工具。因此,这些复杂情况给课堂教学带来了阻力。

2.2. 课程教学内容陈旧,缺乏应用案例

线性代数本身具备完整的知识结构,这些知识脉络具有高度的抽象性、严密的逻辑性以及广泛的应

用性。目前的教学内容主要是线性代数的理论部分。以工程数学线性代数第六版为例,教材很少有相关知识点的应用举例。课堂教学重理论、轻应用,忽略了相关应用案例,使知识停留在简单的理论传授层面,学生难以内化知识,造成了理论知识无法与实际应用结合,降低了课程教学的效果。同时,未对学生的专业能力和职业素养形成积极影响。

2.3. 教学方法传统单一, 缺乏灵活多样

线性代数具有知识抽象、计算繁琐、性质与定理多,前后知识联系紧密等特点,而应用型高校课程教学一般是48学时,有些甚至压缩到32学时。因此,在有限的学时内,为了将这些复杂、抽象的知识传授给不同专业的学生,大多数应用型高校课堂教学主要以教师为中心,采用讲授方式,结合PPT课件和黑板展示。讲授法的优点是学生可以直接学习新知识,课堂教学效率较高;其缺点是学生被动接受,师生课堂互动较少,降低了学生独立思考能力以及自主探索能力,极易变为填鸭式或者灌输式教育。

2.4. 教学考核方式落后, 缺乏过程评价

目前应用型高校的考核成绩多采用平时成绩+期末考试成绩来评定。以重庆科技学院为例,平时成绩占总成绩的30%,包括:考勤10%、作业20%,期末考试卷面成绩占总成绩的70%。这种评价标准总体上属于总结性评价,难以对学习过程进行全面评价。一定程度上,总结性评价也能正面评价学生对知识的掌握,但这种掌握仅限于理论知识层次,无法对学生的应用能力进行有效评价,这偏离了应用型人才的培养要求。并且,高校普遍存在考前突击,应付考试的现象。因此,在现有的评价考核体系中,无法对学生的学习态度、解决实际问题能力、自主探索能力等方面的进行考核。

3. 应用型高校线性代数课程教学提升策略

基于以上这些现状,本文从激发求知欲,增加应用案例,“线上”与“线下”教学手段,突出过程评价等提升教学质量以及应用型人才的培育质量。

3.1. 引入课程思政, 激发求知欲

线性代数作为理工类专业的公共必修课,有授课人数多,覆盖面广等特点,同时,线性代数的知识体系中蕴含大量的思政元素。我国古籍九章算术以及九章算术注已描述了消元法求解线性方程组,比欧洲的高斯消元法早了一千多年。北魏数学家张丘建所著张丘建算经提出了最小公倍数与最大公约数的计算方法。“代数”这一名词,首次由清代数学家李善兰由英语“algebra”英译而来。遗憾的是,在新中国之前科学研究未受重视,以此鼓舞学生刻苦学习,用心专研。矩阵的初等变换、相似变换以及合同变换中,包含“变”与“不变”的哲学观点,矩阵的形式在变,但矩阵的秩、矩阵的迹、矩阵的正定性没有变[2]。向量组的线性相关与线性无关、线性方程组的有解与无解,体现了“对立”与“统一”的观点[3]。可以从历史人物以及代数学的哲学特性中挖掘隐含的思政观点,这些思政元素,不仅能增强信心以及爱国热情,还能从哲学,社会学等人文科学视野分解线性代数的抽象特征,激发学生的求知欲。

3.2. 增加应用案例, 抽象化具体

线性代数属于代数学的线性领域,其概念和定理都高度抽象,结合学生专业背景,选取适当应用案例引入课堂,提高学生的学习主动性和积极性,同时锻炼学生从应用问题中凝练数学问题的能力。

对于信息技术专业,著名的Hill加密问题:规定 $a=0$, $b=1$, ..., $z=25$,即26个英文字母对应0到25个数字。例如,从0到25个数字中选取数字构成一个加密矩阵

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

发送人甲已有矩阵 A 的信息, 经加密矩阵 B 处理, 得到矩阵 C , 最后将矩阵 C 发给接收人乙。那么接收人乙如何获取矩阵 A 的信息呢? 利用加密矩阵 B 可逆, 乙只需计算一次 $A = CB^{-1}$, 即可获得矩阵 A 的信息。这里面包含了矩阵乘法、求逆矩阵、解矩阵方程等内容。

对于化学化工专业, 考虑化学方程式配平问题: $x_1\text{CH}_4 + x_2\text{O}_2 \xrightarrow{\text{点燃}} x_3\text{CO}_2 + x_4\text{H}_2\text{O}$, 由质量守恒定律, 系数 $x_i (i=1,2,3,4)$ 形成一个齐次线性方程组

$$\begin{cases} 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_3 = 0 \end{cases}$$

根据线性方程组解的判定定理, 该线性方程组存在非零解, 即存在无穷多组解向量满足甲烷燃烧的化学方程式, 但从化学专业角度, 系数必须是最小正整数, 因此唯一非零解向量为

$$(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (1, 2, 1, 2)^T。$$

对于经济学专业, 考虑供货商最大利润问题[4]: 已知市场供应量分别为 a_1, a_2, a_3 , 对应的供货商需求函数为

$$\begin{cases} b_1 = 14 - 2a_1 - a_2 - a_3 \\ b_2 = 24 - 2a_1 - 4a_2 - 2a_3 \\ b_3 = 36 - 2a_1 - 4a_2 - 6a_3 \end{cases}$$

成本函数为 $c = 2(a_1 + a_2 + a_3) + 3$, 求供货商的最大利润。设总利润 $d = b_1a_1 + b_2a_2 + b_3a_3 - C$, 利用极值必要条件 $\partial d / \partial a_i = 0 (i=1,2,3)$, 求出极值点, 如何判断该极值点是否为极大值点? 利用该问题的 Hessian 矩阵在极值点为负定矩阵, 由二次型知该极值点即为极大值点。更多的应用案例可以参考相关文献[4] [5] [6]。

3.3. “线上”和“线下”教学方法, 独唱变合唱

单纯的讲授式, 以教师为中心。教学应该以学生为中心[3], 推荐采用“线上”和“线下”结合的教学方法。这种教学方法即可以充分发挥教师监督与引导作用, 又能发挥学生的主动性。“线上”包括: 课前预热、课堂测试和课后拓展。课前预热以简短为原则, 推荐中国大学 MOOC 平台的满分线性代数, 其特色是每段视频时长在 5 分钟左右, 内容简洁, 通俗易懂, 充分利用碎片时间了解线性代数的基本内容。课堂测试以实用性为原则, 推荐雨课堂平台, 师生互动, 活跃课堂气氛, 并根据测试结果及时调整教学内容。课后拓展以对知识巩固与提升为原则, 推荐 MOOC 平台推出的线性代数课程, 例如, 实用大众线性代数(MATLAB 版) [6]等, 线上课程包含了教学的重难点, 对课堂教学有一定的补充与延展。同时, 学生所有“线上”记录都可作为过程评价的一部分。“线下”教学即为课堂教学, 根据教学内容, 设计课堂教学, 采用讲授、讨论等教学方法, 引导学生积极思考, 激励学生主动融入课堂。由于为代数与几何联系紧密, 特别在低维情形, 代数概念几乎都能找到其几何意义(表 1), 因此将几何观点引入课堂十分有益。并且, 几何描述可将抽象知识形象化, 学生更容易理解、掌握。

Table 1. Geometric implications of linear algebra definitions**表 1.** 线性代数概念的几何意义

线性代数概念	几何意义
二阶、三阶行列式	平行四边形面积、平行六面体体积
二元、三元线性方程组的解	平面直线、空间平面位置关系
矩阵乘法	压缩、旋转、投影等几何变换
两向量、三向量线性相关性	向量位置关系
三元二次型	球面、旋转面、柱面等二次曲面

3.4. 突出过程考核, 应试变素质

传统的评价标准以期末考试成绩为主, 忽略了学生的学习过程, 几乎变成了应试教育, 无法全面反馈学生对线性代数抽象知识的理解能力与应用能力。在新的评价标准中, 学习过程成绩占 60%, 期末卷面成绩只占 40%。过程成绩包括出勤 10%, “线上”成绩 35%, 课程报告 15%。期末考试采用闭卷形式, 考核学生对基础知识掌握。“线上”成绩, 根据“线上”软件, 导出后台数据, 包括学习时间、学习时长、测试成绩, 评论区发言次数等, 设置适当权重, 计算其成绩。课程报告成绩, 以小组形式提交报告, 由报告完成度(70%)以及现场答辩(30%)确定。报告内容可以是教师布置的数学建模题, 或者学生自己搜集的专业应用题。通过突出过程评价, 提高学生的学习兴趣和学习效率, 并能充分训练学生处理专业应用问题的能力, 培养形成好的学习习惯, 杜绝“考前突击”。

4. 结论

借助新的教学理念和互联网技术, 提升课堂教学质量, 培养更多、更好的高级应用型人才, 已成为应用型高校的立校之本。在新的科技革命和产业变革下, 学生的需求不仅是理论知识的收获, 更关注理论知识的实际应用, 传统的教学模式已经难以满足新时代的教育需求了。本文从学生现状、教学内容、教学方法、考核方式等角度, 分析了应用型高校线性代数课程教学现状, 并从引入课程思政、增加应用案例、多样化教学方法、突出过程评价等角度发展了提升策略, 供广大应用型高校教育工作者参考。

参考文献

- [1] 佚名. 新工科建设指南(“北京指南”)[J]. 高等工程教育研究, 2017(4): 20-21.
- [2] 杨威, 陈怀琛, 刘三阳, 等. 大学数学类课程思政探索与实践——以西安电子科技大学线性代数教学为例[J]. 大学教育, 2020(3): 77-79.
- [3] 杨威, 李隐峰, 高淑萍. “以学生为中心”基于多平台的线性代数在线教学探索与实践[J]. 高等数学研究, 2021, 24(1): 95-98.
- [4] 郭文艳, 王小侠, 李灿, 等. 线性代数应用案例分析[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
- [5] 陈怀琛. 实用大众线性代数(MATLAB 版)[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2014.
- [6] 薛定宇. 薛定宇教授大讲堂(卷 III): MATLAB 线性代数运算[M]. 北京: 清华大学出版社, 2019.