

新时代下《近世代数》课程思政元素的挖掘 ——以群的定义为例

付雪荣, 高东杰

菏泽学院数学与统计学院, 山东 菏泽

收稿日期: 2022年7月4日; 录用日期: 2022年8月3日; 发布日期: 2022年8月9日

摘要

本文基于对分课堂教学创新模式, 以群的定义为例, 在具体教学设计中结合学生专业特点, 深入挖掘课程思政元素, 把育人元素自然融入到专业知识的教学中, 实现立德树人的效果。

关键词

近世代数, 思政元素, 立德树人, 单位元式人物

Exploration of Ideological and Political Elements in “Abstract Algebra” in the New Era

—Taking the Definition of a Group

Xuerong Fu, Dongjie Gao

College of Mathematics and Statistics, Heze University, Heze Shandong

Received: Jul. 4th, 2022; accepted: Aug. 3rd, 2022; published: Aug. 9th, 2022

Abstract

Based on the innovative teaching mode of divided classes, this paper takes the definition of group as an example, combines the characteristics of students' major in the specific teaching design, deeply excavates the ideological and political elements of the curriculum, naturally integrates the educational elements into the teaching of professional knowledge, and achieves the effect of establishing morality and cultivating people.

Keywords

Abstract Algebra, Ideological and Political Elements, Morality Education, Unit Character

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《近世代数》课程主要讲解群、环、域基本内容,分为五部分,第一部分学习近世代数的基本概念,包括集合、映射、代数运算、运算律、同态与同构、等价关系与集合分类等;第二部分学习群的基本理论,主要包括群的定义及性质、子群、循环群、变换群、置换群、正规子群与商群、群同态与群同构基本定理等;第三部分主要学习环与域,包括环的定义及性质、环的分类、除环、域、理想、商环与环同态基本定理等;第四部分主要学习整环里的因子分解,包括相伴元、不可约元、唯一分解整环、主理想整环和欧氏环等;第五部分学习域的扩张,包括素域、扩域、代数扩域、有限域等。它是现代数学的一个重要分支,是研究多种代数结构的一门学科,共计48课时,3学分。它的内容对中学代数教学有指导意义,它的思想方法已经渗透到数学的多个分支,它的结果已经应用到众多学科领域,如理论物理、计算机学科等。其研究方法和观点,对其他学科产生了越来越大的影响。它讲授代数中典型的代数系统:群、环、域。

代数的发展共经历三个发展阶段:初等数学时期、变量数学或高等数学时期(高等代数)、现代数学时期(近世代数)。从学生熟悉的“数”及其加、减、乘、除四则运算开始引入,进一步启迪学生,回忆高等代数研究对象,即矩阵、向量、线性变换等,其运算方法类似于数的四则运算,但又有区别。运用启发式思考教学方法,让学生在逐一复习回顾的同时,思维空间由具体上升到抽象,润物细无声的从内心深处感知代数理论知识的博大精深。最后,步入现代数学时期,这里研究对象是集合,涵盖了高等代数中的研究对象,是一种更高度的抽象,其计算方法为集合与集合之间映射的运算。一个集合,如果赋予其一种或数种代数运算就称为是一个代数系统。由于代数系统中运算个数以及对运算所要求的附加条件的不同,产生了各种不同的代数系统,其中最重要的也是最基本的是群、环和域。

本门课的概念和定理不仅多,而且抽象。学生在学习起来很难理解记忆。教师要教会学生学会学习、学会思考和理解记忆。比如:把学习的这门课形象的比作一棵树,那么每章便是这棵树上的一个树枝,每节就是这个树枝的一个分叉,这个小分叉上的叶子便是这节课具体的小的知识点(定义、性质、定理、推论等)。“冰冻三尺非一日之寒”。因此,为了能完整的完成这幅树图,就需要同学们认真学好每一个章节,归纳学习,内化吸收。

本文基于对分课堂[1]教学创新模式,以群的定义为例,在具体教学设计中结合学生专业特点,深入挖掘课程思政元素,把育人元素自然融入到专业知识的教学中,实现立德树人的效果。

2. 结合本课程特点,具体教学设计中挖掘思政元素

本节课选取的群的定义这节课在整门课程中属于重要且关键的一节,将以多媒体电子课件为主,板书为辅,并配以线上学习视频与MOOC资源、与线下分组任务的混合式教学方法,提供群的定义学习交流平台,如学习通、钉钉群、QQ群。以提问抢答的方式让学生跟随老师的思路思考问题,激发学习主动

性的启发式教学。基于课前(线上)自学观看阿贝尔励志成长小视频, 激发学生对科学的求知欲望, 不畏困难、积极探索、刻苦钻研的科学精神。

本次课对分课堂设计主要在课堂的留白、练习、讨论、总结四个方面进行着力设计。

具体的教学设计如下:

2.1. 数学文化, 提升学生的文化修养, 调动学习热情等思政元素的挖掘

这门课程概念、定理及其证明较多, 内容抽象性极强, 理论性较高, 它是线性代数和高等代数的高度提升。因此, 根据国内外学者教授这门课程的经验, 结合笔者自身实际, 现就“群的定义”这节课教学设计中的思政元素进行深度挖掘。

以雨后彩虹和秋天菊花两幅美丽图片引入色彩美, 展示制作的 VR 视频, 启发学生思考美丽的色彩蕴含代数的抽象美, 激发学生学习兴趣。

回顾第一章学过的集合与代数运算, 强调集合与代数运算的一般性(抽象性), 分别具体举出整数集、有理数集和数域 F 上 n 阶满秩方阵[2]集, 以及普通的四则运算法则、矩阵运算和根据需要定义的新的运算等, 带有代数运算的集合称为代数系统, 常见的代数系统有群、环、域。接下来学习的群将是大家接触的第一个抽象的代数系统。

2.2. 家国情怀, 培养学生的奉献精神, 激发爱国情怀等思政元素的挖掘

阿贝尔完整的证明了一般的 5 次及 5 次以上代数方程是没有求根公式的。在解决这一问题时, 引入了群的思想方法。此为对分课堂设计留白方面, 在选取学生线上自学内容时, 根据学生学习水平和本节学习内容, 选取了观看阿贝尔励志成长小视频, 作为留白自学。让学生带着目标和任务去进行自学, 有针对性、指向性和启发性, 而不是盲目自学。这个新的思想方法直到后来由伽罗瓦给出具体的定义, 即“群”。同时向学生展示一张纪念阿贝尔的邮票, 并观看小视频阿贝尔的励志成长故事。通过提问: 了解了年轻数学家阿贝尔的励志成长故事, 你有何感想? 融入思政元素: 科学家精神。

通过提问, 巧妙激发学生兴趣, 培养学生独立思考能力及问题意识培养能力, 启迪学生学习刻苦钻研、追求真理的科学精神, 树立正确的人生观、价值观和世界观。

2.3. 团队合作精神、思维创新能力、发扬雷锋精神等思政元素的挖掘

从熟悉的整数集出发, 引导学生归纳总结出整数集关于加法运算有下面三个性质, 这三个性质分别对应群定义中的三个条件。

设计引例: 设 Z 是整数集, 则加法运算是 Z 上的代数运算, 且满足

加法运算满足结合律;

存在 $0 \in Z$, 使得 $0 + a = a + 0$, $\forall a \in Z$ 。

$\forall a \in Z$, 存在 $-a \in Z$, 使得 $a + (-a) = 0 = (-a) + a$ 。

然后把整数集关于加法运算满足的这三个性质抽象出来, 得到群的定义, 进而引入新概念。

定义 1 [3] [4] 设 G 是一个非空集合, \circ 是 G 上的一个代数运算, 满足下列条件:

\circ 满足结合律, 即对 $\forall a, b, c \in G$, 有 $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$;

团队合作, 有时能起到事半功倍的效果。启发学生思考团队合作的重要性。以抗击疫情为例, 启迪学生“众志成城, 同舟共济”, 打好疫情防控战。(注: 也可在课堂总结“亮闪闪”部分融入)

在 G 中存在一个元素 e , 叫做 G 的左单位元, 它对 G 中每个元素 a 都有 $e \circ a = a$;

引导学生做单位元式人物, 发扬钉子精神(雷锋精神), 哪里需要就去哪里, 做一个有理想有抱负的社

会主义青年。特别是在今年河南特大洪涝灾害中,涌现出很多青年志愿者,哪里有患者需要就去哪里。(注:也可在课堂总结“亮闪闪”部分融入)

对 G 中每个元素 a , 在 G 中都有元素 a^{-1} , 叫做 a 的左逆元, 使 $a^{-1} \circ a = e$, 则称 G 对这个代数运算作成一群。

挖掘课程中蕴含的唯物辩证法。引导学生思考由具体到抽象、由特殊到一般、由个性到共性、由具体数学到抽象公理化数学知识升华的辩证关系。

强调定义中的三个性质与引例中相对应, 这里的代数运算是学生熟悉的数的运算的推广。

提问: 你知道“群”的英文表达吗? 通过板书 G : Group 群。

注重启发学生在学习的过程要学以致用, 融会贯通及数学符号的严谨性。

接下来, 通过分组任务, 引导学生发挥团队合作和追求真理精神, 分别验证下面三个例子。此为对分课堂设计课堂练习方面, 要能体现自学部分的重难点内容, 还要让学生在课堂有限时间, 掌握基本内容。

例 1 [3] 1) 非零有理数集 Q 对数的普通乘法能否作成群?

2) 正有理数集 Q_+ 对数的普通乘法能否作成群?

例 2 [3] 数域 F 上全体 n 阶满秩方阵对矩阵的普通乘法能否作成群?

例 3 [3] 设 G 为整数集, 试问 G 对运算 $a \circ b = a + b + 4$ 是否作成群?

学生分组代表进行展示验证结果, 教师进行归纳总结:

之前学过的很多代数对象, 如数集、矩阵、向量空间等关于相应的代数运算都能作成群。

引导学生思考:

集合相同, 代数运算不同, 是否都能作成群呢?

集合不同, 代数运算相同, 是否都能作成群呢?

集合和代数运算是否可根据需要人为定义?

启发学生思考一般到特殊的辩证关系, 具体的、特殊的是抽象化、一般化的源泉, 以此训练学生的抽象思维能力。让学生在通过观察 - 抽象 - 探究 - 猜测 - 验证的科研学习方法过程中, 引导学生探索现代科技背后的数学原理, 激发学生学习的激情和求知欲, 进而培养学生初步的科研意识和创新实践能力。

针对学生验证结果, 对一些熟知的集合和代数运算作成的群, 给出特有的称呼: 非零有理数乘群、正有理数乘群、数域 F 上的一般线性群 $GL_n(F)$ 。注记: G : general 一般的, L : Linear 线性的。

数学概念、符号、公式, 处处体现了数学的严谨、规范、简洁, 学生耳濡目染, 对于培养学生的严肃认真、踏实务实的良好品德起到潜移默化的作用。

定义 2 [3] [4] 如果对群 G 中任意两个元素 a, b 均有 $a \circ b = b \circ a$, 即 G 的代数运算满足交换律, 则称 G 为交换群或 Abel 群。此为对分课堂设计讨论方面, 通过学生相互讨论, 激发学生讨论热情。通过交换群概念引入与讨论, 启迪学生进行交换位置, 换位思考。

2.4. 迎难而上、追求真理、奋发图强、激发爱国情怀等思政元素的挖掘

运用对分课堂教学模式, 让学生通过“亮收获”“考疑问”“帮解答”进行课堂总结, 进而达到知识的升华。此为对分课堂设计课堂总结方面, 以知识总结与学生提问总结为主。借助 RGB 色彩模式, 通过制作的 VR 视频, 启发学生善于发现大自然中群的例子, 达到学以致用学习效果! 最后, 通过布置预习任务与课后作业:

回顾中小学数学和大学数学知识, 请问你还能举出哪些群的例子, 它们是 Abel 群吗?

预习新课, 登录超星学习通平台线上自学下一节“半群”, 并完成课前自测!

“不积跬步无以至千里”启迪学生思考知识是需要不断积累的, 当知识储备达到一定量时, 便可运用自如, 融会贯通。启发学生刻苦学习、追求真理、不畏艰难、迎难而上、奋发图强, 为祖国的建设发展贡献自己的力量!

3. 课后反思

本节课是基础理论课, 在具体讲授中, 注重理论联系实际, 通过年轻数学家阿贝尔的励志成长故事, 引入群的定义, 激发学生学习理论知识的兴趣, 同时培养学生的雷锋精神和团队合作意识; 通过分组任务, 让学生熟悉群的定义, 并潜移默化地教会学生刻苦钻研、追求真理精神; 课堂反思, 既让学生掌握本节课的知识点, 又能建立与交换群等知识之间的联系; 注重课程思政建设, 数学概念、符号、公式, 处处体现了数学的严谨、规范、简洁, 学生耳濡目染, 潜移默化地培养学生的严肃认真、踏实务实的良好品德; 启发学生思考一般到特殊的辩证关系, 具体的、特殊的是抽象化、一般化的源泉, 训练了学生的抽象思维能力。

教师需要深入挖掘代数学知识的德育内涵, 找准时机, 合理融入, 契合学生成长发展的需要和期待, 在教学的各个环节中实现“课程承载思政, 思政寓于课程”的相融相合。比如: 在确立教学目标时, 要加强对价值观的培育和塑造并给出合理清晰的描述。

致 谢

本文衷心感谢审稿人提出的宝贵修改意见。

基金项目

本文受山东省自然科学基金(ZR2020QA002)资助。

参考文献

- [1] 张学新. 对分课堂: 中国教育的新智慧[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
- [2] 黄廷祝. 线性代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2021.
- [3] 杨子胥. 近世代数(第四版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- [4] 刘绍学. 近世代数基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.