

# 线性代数课程思政的探索与实践

刘瑞娟

上海工程技术大学数理与统计学院, 上海

收稿日期: 2022年7月14日; 录用日期: 2022年8月12日; 发布日期: 2022年8月19日

## 摘要

线性代数内容高度抽象且应用领域广泛, 将为后续一系列专业课程的顺利开展提供必要的基础知识储备, 本文聚焦大学数学课程融入课程思政的重点环节, 进行了线性代数课程思政的初步研讨。实践表明, 若能巧妙地将课程内容与思政元素二者有机结合, 在营造良好课堂学习氛围和提升学生学习能力的同时, 充分发挥其德育功能, 将对大学生的综合素质培养起着重要作用。

## 关键词

线性代数, 课程思政, 立德树人

# Exploration and Practice of Curriculum Ideology and Politics in the Course of Linear Algebra

Ruijuan Liu

School of Mathematics Physics and Statistics, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: Jul. 14<sup>th</sup>, 2022; accepted: Aug. 12<sup>th</sup>, 2022; published: Aug. 19<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

The content of linear algebra is highly abstract and has a wide range of applications, which will provide the necessary basic knowledge reserves for the smooth implementation of a series of subsequent professional courses. This paper focuses on the key links of integrating the college mathematics curriculum into the ideological and political education of the curriculum, and carries out a preliminary discussion on the ideological and political education of Linear Algebra Curricu-

lum. Practice shows that if we can skillfully combine the course content with ideological and political elements, we can not only create a good classroom learning atmosphere and improve students' learning ability, but also give full play to its moral education function, which will play an important role in the cultivation of College Students' comprehensive quality.

## Keywords

Linear Algebra Course, Ideological and Political Education, Morality and Talent Cultivation

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



## 1. 引言

2016年12月,习总书记在全国高校思想政治工作会议上强调,要用好课堂教学这个主渠道,各类课程都要与思想政治理论课同向同行,形成协同效应,推动“思政课程”向“课程思政”的立体化育人转型,实现全程育人、全员育人、全方位育人[1]。全国高校思政会议之后,各高校纷纷开启了一些课程的“课程思政”建设工作。线性代数是理工类、经管类等专业的必修课,同时也是硕士考试的必考内容之一。该课程概念多、理论性强、内容抽象,以往的教学改革更多的是探讨、研究课程内容的教学方法,如何让学生更容易接受、理解并掌握它。课程思政的提出,使得作为自然学科的线性代数的教学改革任务更加艰巨。本文作者结合自己的教学实践,从大学数学课程融入课程思政的重点环节入手,将线性代数课程思政建设实施的若干经验分享给大家,以期为提高该课程的教学效果贡献微薄之力。

## 2. 在概念的引入和理解中融入课程思政

数学的抽象首先是概念的抽象,它是对现实世界抽象的基础,数学正是通过建立概念之间的联系形成对现实规律的本质的认识,所以教学中要重视概念的理解。结合现实问题概念的对照,既有助于深入理解数学概念,又帮助理解现实本质,澄清现实中模糊认识和错觉。

例如,在行列式的发展史上,第一个对行列式理论做出连贯的逻辑的阐述,即把行列式理论与线性方程组求解相分离的人,是法国数学家范德蒙(A-T. Vandermonde, 1735~1796)。范德蒙自幼在父亲的指导下学习音乐,但对数学有浓厚的兴趣,后来终于成为法兰西科学院院士。特别地,他给出了用二阶子式和它们的余子式来展开行列式的法则。就对行列式本身这一点来说,他是这门理论的奠基人。1772年,拉普拉斯在一篇论文中证明了范德蒙提出的一些规则,推广了他的展开行列式的方法。从这些讲解中既可以让了解行列式的展开定理的重要性,加深学生对行列式的理解,还可以深刻体会数学家不断创新、不断克服危机、追求真理的科学精神。如介绍矩阵的秩时,系数矩阵的秩等价于在求解齐次线性方程组中实际起作用的方程数目,结合成语“滥竽充数”,鼓励学生应当认真学习,不虚度光阴,做真正有用的人,勇于承担起中华民族伟大复兴的光荣历史使命;如介绍向量空间时,2020年12月17日凌晨,嫦娥五号返回器携带月球样品,至此中国探月工程六战六捷,其中控制系统的输入和输出信号就依赖于函数的向量空间,通过展示中国航天科技的巨大进展,激发学生的民族自豪感,以及追求科学的探索精神;如介绍二次型变换时,二次型初始形态可能无法判断其几何形状,但化为标准形后,即可判断二次曲面的类型,马克思主义认识论强调透过现象看本质,现象和本质的对立统一是事物的客观辩证法,透

过现象把握本质是认识的主观辩证法[2]。

### 3. 在理论和方法的理解和应用中融入课程思政

讲清理论和方法的思想内涵的同时，对照具体问题解释其现实含义，加深理论和方法的理解，并促进形成理论直觉。针对热点现实问题开展分析研讨，帮助理解现实。特别是针对中国社会主义建设发展的实践的现实问题分析，获得制度、道路的认同和自信。

#### 唯物辩证法是线性代数课程思政的重要切入点

##### 1) “变”与“不变”、从量变到质变的哲学思想

德国的数学家、逻辑学家和哲学家弗雷格认为“一个好的数学家，至少是半个哲学家”[3]，可见在数学方法中往往也蕴含着一定的哲学思想。辩证唯物主义认为，事物具有质和量两个方面，是质和量的统一体。在线性代数中，有许多研究对象的结果都有与其密切相关的量，当这些“量”改变到某种程度时，就能引起相应的“质”的改变，会产生质的飞跃，称之为“量变引质变”[4]。例如，行列式进行恒等变形，值不变；向量组进行初等行变换，向量组的秩及线性表示关系不变；在二次型的正定性判定中也包含着“量变引质变”的哲学思想，二次型  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x^T A x$  有对应的量： $A$  的秩  $R(A)$ 、正惯性指数  $p$ ，负惯性指数  $q$ ，当  $p = R(A) = n$  时，二次型正定；当  $p = R(A) < n$  时，二次型半正定；当  $q = R(A) = n$  时，二次型负定；当  $q = R(A) < n$  时，二次型半负定。 $n$  阶矩阵  $A$  对应的量：秩  $R(A)$  和行列式  $|A|$ ，当  $|A| = 0$  即  $R(A) < n$  时， $A$  不可逆；当  $|A| \neq 0$  即  $R(A) = n$  时， $A$  可逆。对于线性方程组  $Ax = B$ ，有对应的量：增广矩阵的秩  $R(A, B)$  和系数矩阵的秩  $R(A)$ ，当  $R(A, B) = R(A) = n$  时，方程组有唯一解；当  $R(A, B) = R(A) < n$  时，方程组有无穷多解；当  $R(A, B) \neq R(A)$  时，方程组无解。又如  $n$  个向量组成的向量组  $A$ ，当其秩  $R(A) < n$  时，向量组必线性相关；当  $R(A) = n$  时，向量组必线性无关，等等，以上这些都说明“量变引质变”。故在教学中，教师要善于引导学生去发现反映所研究对象质的量，并且对这个量变引起质变的临界值要特别重视，因为在实际应用时，可以辅助我们对未知参数进行讨论，来真正理解这个量影响研究对象的质的原因。“一切皆变，无物常在。”唯物辩证法认为，事物处于不断运动变化发展中，变是无条件的、绝对的；同时又认为，事物的变化不是杂乱无章的，而是有其相对的稳定性。在教学过程中挖掘抽象的概念和方法中所蕴含的哲学思想，不仅可以调动学生学习的积极性和主动性，而且可以帮助学生更好地梳理知识点，弄清知识的脉络内涵，从而提高学生的辩证思维能力。

##### 2) 理论之间存在着对立统一关系，内容之间既紧密联系，又互相渗透，在一定的条件下都可以相互转化

在线性代数讲到后面几章时，新概念新理论增多，这时要引导学生注意新旧知识的联系，对比、归纳、小结，以“旧”促“新”，加深对新知识的理解与对旧知识的记忆。如在讲完“方阵的行列式与其特征值的关系”的定理后，引导学生总结出以下十个矩阵可逆等价命题，他们是互为等价的：

$$\begin{aligned} &|A| \neq 0 \Leftrightarrow A \text{ 可逆} \Leftrightarrow R(A) = n \Leftrightarrow A \text{ 的特征值全不为 } 0 \Leftrightarrow A \text{ 的列(行)向量线性无关} \\ &\Leftrightarrow Ax = 0 \text{ 只有零解} \Leftrightarrow Ax = b \text{ 有唯一解} \Leftrightarrow \bar{A}A \text{ 是正定阵} \Leftrightarrow A \cong E \\ &\Leftrightarrow A = P_1 P_2 \cdots P_s, P_i \text{ 是初等阵} \Leftrightarrow \text{存在 } n \text{ 阶矩阵 } B, \text{ 使得 } AB = BA = E. \end{aligned}$$

不仅单个概念之间存在着对立统一关系，就是整个数学内容，这部分内容与那部分内容之间也存在着对立统一关系。数学内容的各个部分既紧密联系，又互相渗透，在一定的条件下都可以相互转化。数学与哲学辩证法之间始终存在着千丝万缕的联系，在线性代数教学中充分运用和体现这一哲学思想，使之成为一种培养学生科学素质的根本和有效的方法。

##### 3) 矩阵初等变换的核心地位

线性代数课程具有大量的公式和概念，许多内容相互交叉、联系和渗透。教师所面临的比较严峻的

问题就是怎样让学生们更好的理解相关定义概念，我们可以采取一些比较独特的方法，例如，可以将解线性方程组的方法当作本课程的一条主要思路，而矩阵初等变换就是这样的方法之中最为基础的。利用这样的一个逻辑关系就可以将这一条主要思路完全掌握。通过对线性方程组的相关问题的探讨，由线性方程组的性质，在系数矩阵和增广矩阵中完全可以观察到，还可以利用一系列的矩阵变换来对这些线性方程组进行求解，也就是说它们进行变换的过程就是求解的全过程。在教学中，我们应把握好矩阵初等变换的核心地位。关于矩阵的初等变换及其应用还有其他方面：求矩阵的秩、向量组的秩、矩阵的逆矩阵、解矩阵方程、求方阵的特征值和特征向量；化二次型为标准形等。矩阵初等变换是线性代数课程的一个重要组成部分，在该课程中有着特殊的地位与作用，其思想贯穿于线性代数的始终，是研究和学习该课程的一个重要工具和手段，在矩阵的理论研究中占有非常重要的地位。这样的现象就促使了在数学领域内矩阵被普遍的应用，并依据其相关的算法规则，进行初等变换。在讲授这一思想时，我们可以向学生传授“政治意识、大局意识、核心意识、看齐意识”[5]。习近平总书记提出“四个意识”的主要内容，其中“核心意识”作为四个意识中的重要组成部分，具有重要的现实意义。教育学生必须要有正确、坚定的马克思主义科学信仰和爱国、爱党精神，以正确的舆论科学引导学生，把对大学生党员的“核心意识”影响结合到课堂教学实践中，指出大学生党员是我党未来事业坚定的建设者和优秀的接班人，是党员队伍发展壮大的有力补充。

#### 4. 在练习和扩展性资源学习中融入课程思政

练习和扩展性资源学习是学生自主学习的主要环节和方式，广泛的跨学科和现实问题背景提炼的问题，极大扩展学生的知识面和数学视野、数学应用能力。线性代数在各种代数分支中占据首要地位，几乎涵盖了所有的工程技术应用领域，在数学、物理学、计算机、自动化、电子信息等一系列学科中都有着举足轻重的地位，尤其是计算机高速发展的今天，无不以线性代数作为它们理论研究和实际应用的基础。线性代数课程的特点是公式多，式子大，符号繁，但规律性强，从内容上看虽然纵横交错，但前后联系紧密，环环相扣，相互渗透，此外课程内容也比较抽象，需要学生具备一定的抽象思维能力，逻辑推理能力，分析问题能力和动手解决实际问题的能力。

例如，在矩阵的学习中可以结合机器学习来介绍，将模型拟合到一组由数字组成的类似表格的数据集上，其中每一行代表一个观测结果，每一列代表该观测值的特征。这些数据实际上是一个矩阵：是线性代数中的一种关键的数据结构。你处理的每个图像本身就是一个表结构，对于黑白图像，每个单元格中有一个宽度和高度以及一个像素值，而彩色图像每个单元格中有三个像素值。在图像压缩上，比如说，有一副  $512 \times 512$  的图片(方阵才有特征值)，这个图片可以放到一个矩阵里面去，根据矩阵对角化，对角阵的对角线上是从大到小排列的特征值，我们只保留前面 50 个的特征值(也就是最大的 50 个，其实也只占了所有特征值的百分之十)，其它的都填 0，重新计算矩阵后得到的矩阵，进行恢复图像，效果仍然与原图像差不多，这就是特征值分解在图像压缩的应用。

在 2022 年上半年的线性代数教学中，本文作者对文中所述的具体案例和实施办法进行了实践。学期末进行了问卷调查，从结果来看，84% 的同学认为线性代数课程思政教学环节的融入对该课程的学习非常有帮助，认为有帮助的占 13%，比较有帮助的同学占 3%。同学们对课程思政持欢迎和肯定的态度，并促进了专业知识的学习和理解。本学期学生的总评成绩也显著提高，本学期及格率 95%，优良率高达 71%，所以，适合的课程思政有利于提高教学质量。

#### 基金项目

上海工程技术大学教学研究项目《线性代数课程思政建设》(项目编号 c202221002)。

---

## 参考文献

- [1] 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调:把思想政治工作贯穿教育教学全过程开创我国高等教育事业发展新局面[EB/OL]. <http://dangjian.people.com.cn/n1/2016/1209/c117092-28936962.html>, 2020-07-01.
- [2] 何亮田, 谢建强. 课程思政背景下的“线性代数”教学实践[J]. 合肥学院学报(综合版), 2021, 38(5): 128-133.
- [3] 纪念弗雷格诞辰 160 周年[J]. 科学文化评论, 2008, 5(6): 48-51.
- [4] 梁琪, 连冬艳. 高等代数课程思政教育教学改革的实践探索[J]. 高教学刊, 2020(20): 153-155.
- [5] 徐闻, 代子超. 大学生党员树立和增强“核心意识”的几点思考[J]. 教育, 2018(1): 234.