

基于DELC的初中数学概念教学实践与研究

罗贊耶, 叶丽霞*

浙江外国语学院数学系, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年11月20日; 录用日期: 2023年12月18日; 发布日期: 2023年12月25日

摘要

深度学习是强调学生对知识深入理解、使用批判性思维接受新知、将新旧知识结合运用到新情境中的学习过程。基于DELC深度学习环路, 笔者提出改进后的初中数学概念教学设计路线, 包含“前端分析”“预备、激活先期知识”“获取与深度加工新知”和“评价与反思”四个流程。然后选取浙教版《立方根》章节, 依据此路线进行教学实践, 课后通过学生问卷调查学生深度学习情况。问卷分析表明, 建构的深度学习路线及教学设计案例能达到较好的效果。

关键词

深度学习环路, 数学概念教学, 教学实践

Practice and Research on Middle School Mathematics Concept Teaching Based on DELC

Zanye Luo, Lixia Ye*

Department of Mathematics, Zhejiang International Studies University, Hangzhou Zhejiang

Received: Nov. 20th, 2023; accepted: Dec. 18th, 2023; published: Dec. 25th, 2023

Abstract

Deep learning is a learning process that emphasizes students' in-depth understanding of knowledge, acceptance of new knowledge by critical thinking, and application of old and new knowledge to new situations. Based on Deeper Learning Cycle, the author proposes an improved junior

*通讯作者。

high school mathematics concept teaching design route, which is mainly divided into four processes such as front-end analysis, preparation and activation of prior knowledge, acquisition and deep processing of new knowledge and evaluation and reflection. The author selects the Zhejiang edition of Cube Root chapter, according to this route, to design teaching cases and teaching practice. After class, the deep learning situation of students is understood through questionnaires and other forms. Data analysis shows that the constructed deep learning route and teaching design cases achieve good results.

Keywords

Deeper Learning Cycle, Mathematics Concept Teaching, Teaching Practice

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

深度学习与浅层学习对立, 是强调学生对知识深入理解, 使用批判性思维接受新知, 将新旧知识结合运用到新情境中的学习过程[1], 符合教育改革的要求。学生发生深度学习时, 主要有联想与结构、活动与体验、本质与变式、迁移与应用和价值与评价这五个特征[2]。情境认知理论和布鲁姆的认知目标分类理论与深度学习理论观点相似, 这些都可作为深度学习相关研究的理论基础。

以中国知网作为检索平台, 以“深度学习”为主题词检索, 共收录文献 132,763 篇, 从文献发表年度趋势分析可知, 在 2016 年前后, 国内学者们纷纷加入深度学习的理论研究行列, 相关文献年发表量呈爆发式增长。以“深度学习”为主题词并篇名包含“数学”检索, 只检索到 4710 篇文献, 其中期刊论文 400 篇, 学位论文 361 篇; 以“深度学习”为主题词并篇名包含“数学概念”检索, 只检索到 146 篇文献, 其中期刊论文 4 篇, 学位论文 20 篇, 将这些文献进行主要主题分布分析, 可发现文献大多是关于深度学习数学概念教学策略等方面的研究, 且集中在小学与高中阶段, 初中阶段的相关研究较少, 因此本文的研究很有必要。

本文结合深度学习的五个特征、深度学习教学设计的三阶段和概念教学的四阶段及交互模式[2] [3] [4] [5], 以已有的 DELC (Deeper Learning Cycle) 深度学习路线为基础, 提出改进后的初中数学概念教学设计路线。然后选取浙教版《立方根》章节, 依据此路线设计教学案例, 并进行教学实践, 课后通过学生问卷等形式调查学生深度学习情况。最后对构建的深度学习路线及教学设计案例总结和评价。

2. 基于 DELC 的初中数学教学设计路线改进

DELC 深度学习路线包含七个步骤[6], 如图 1。



Figure 1. DELC deep learning route

图 1. DELC 深度学习路线

针对初中数学课堂教学的实际情况, 将上述 DELC 深度学习路线进行改进, 将原来的七个步骤简化为四个流程, 分别是“前端分析”“预备、激活先期知识”“获取与深度加工新知”和“评价与反思”。同时, 按时间顺序, 将教学设计过程分为准备、导入、主体和评价四个环节, 其中后三个环节在课堂中实施。改进后的初中数学概念教学设计路线如图 2。

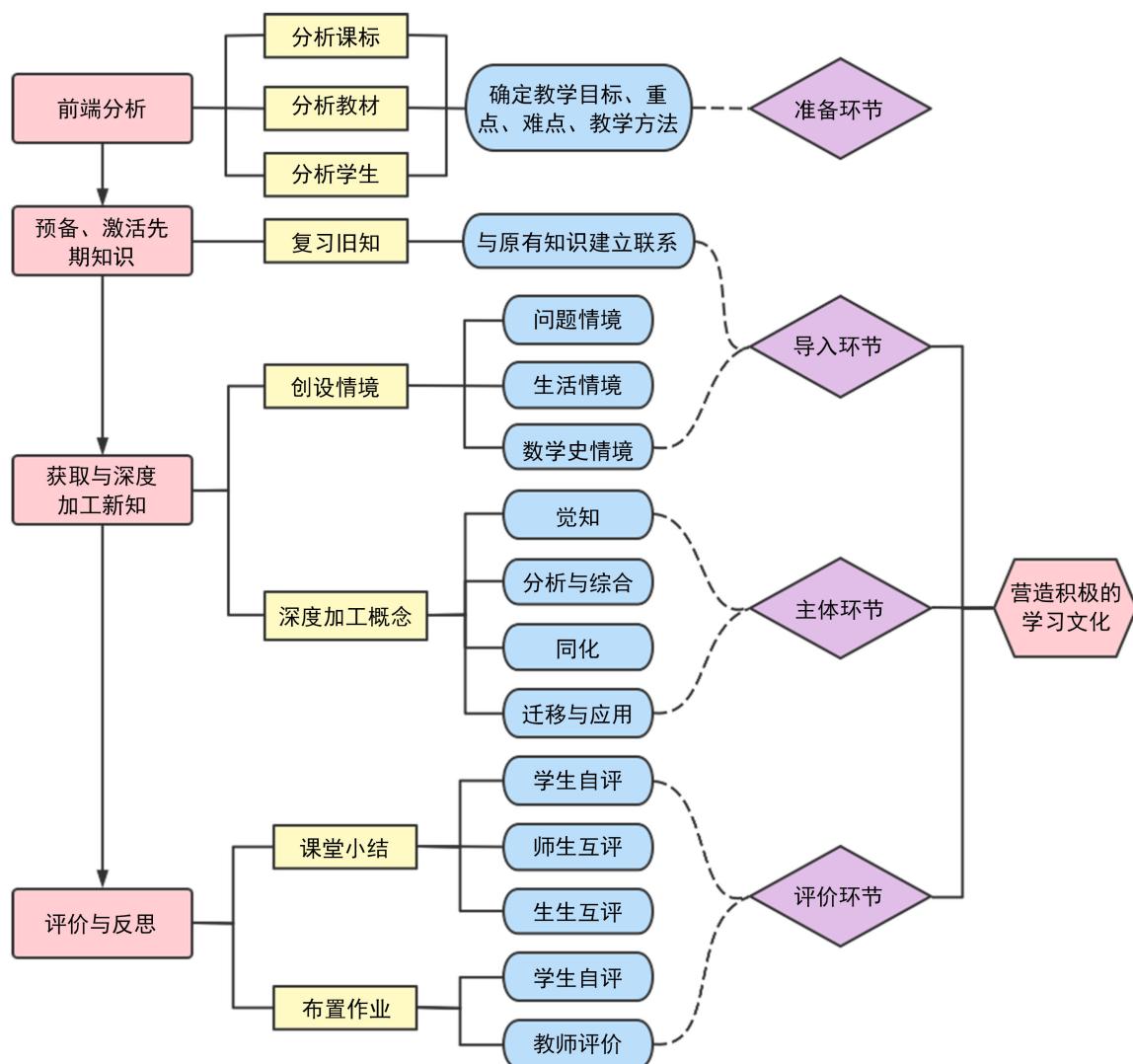


Figure 2. Improved design route for middle school mathematics concept teaching
图 2. 改进后的初中数学概念教学设计路线

3. 《立方根》教学设计案例

下面选取浙教版《立方根》章节, 依据上述路线进行教学设计。

3.1. 前端分析

【课标分析】

在 2022 年版的《义务教育数学课程标准》[7]的第四学段“数与代数”领域的“数与式”中指出: “了解立方根的概念, 会用根号表示数的立方根, 会用立方运算求千以内完全立方数(及对应的负整数)的立方

根。”由此可知, 本节课最重要的是让学生会用符号表示数的立方根和会开立方运算。

【教材分析】

《立方根》选自浙教版数学七上第三章第三节。本节内容从求立方体的棱长这一实际问题入手, 引出立方根的概念, 体现了学习立方根的重要性。通过求数的立方根, 领会一个数的立方根具有唯一性和得出立方根的性质。

本节内容安排在《实数》之后, 可以加深对实数的认识。同时, 在实数范围内求数的立方根, 认知和表述都更加精简, 为后面学习代数、立体几何等内容奠定基础。因此, 本节课非常重要, 起着承前启后的作用。

【学情分析】

学生已经学习了平方根的相关内容, 对平方根的概念、性质、表示方法和求法已经很熟悉。《平方根》和《立方根》这两课在内容上相似, 且知识的展开顺序基本一致, 因此学生可以类比学习, 实现知识正迁移[8]。由于立方根概念较抽象, 教师在教学中仍要让学生再次经历其形成过程, 明晰类比学习法, 让学生学会所有“方根”的学习。同时, 学生容易将立方根和平方根的有关内容混淆, 教师要着重强调区分, 加深学生的印象。

【教学目标】

- 1) 通过实例, 经历立方根概念的形成过程。
- 2) 了解立方根的概念, 会用根号表示。
- 3) 理解立方根的相关事实。
- 4) 了解开立方与立方互为逆运算, 会用立方运算求立方根。

【教学重难点】

重点: 了解立方根的概念和会开立方运算。

难点: 会正确进行有关开平方和开立方的混合运算。

【教学方法】

本节课主要通过“讲授法”、“问答法”, 再加以运用“自主思考 + 小组讨论学习法”, 辅以“练习法”完成。

3.2. 预备、激活先期知识

【复习旧知】

问题 1: 什么是平方根? 一个数 a 的平方根用符号怎么表示?

学生活动: 回忆平方根的概念及符号表示, 举手作答。

问题 2: 什么是开平方运算? 与平方运算是什么关系?

学生活动: 回忆相关知识, 举手作答。

问题 3: 平方根有哪些性质?

师生活动: 在教师提示下, 学生从正数、0 和负数三方面回忆平方根的性质。

设计意图: 让学生回忆平方根的有关内容, 为本节课立方根的学习做好准备。

3.3. 获取和深度加工新知

【创设情境】

问题 4: 要做一个体积为 8 cm^3 的立方体模型, 它的棱长为多少?

学生活动: 设立方体的棱长为 a , 则 $a^3 = 8$, $a = 2$ 。立方体的棱长为 2 cm 。

追问 1: $a^3 = 8$ 是已知什么求什么的运算?

学生活动: 已知幂、指数, 求底数的运算。

追问 2: 这一运算接触过吗?

学生活动: 在平方根学习中接触过。

教师活动: 但又有不同, 平方根的学习中, 指数是 2, 而这里指数是 3, 这将是本节课要学的内容“立方根”。

设计意图: 从求立方体的棱长这一实际问题入手, 创设问题情境, 分析算式的结构特点, 引出课题“立方根”, 激发学生的学习兴趣。

【深度加工概念】

(一) 觉知

问题 5: 你能类比平方根的定义, 给立方根下定义吗?

师生活动: 学生思考并举手作答, 教师必要时规范学生的语言。

问题 6: 平方根有符号语言, 那立方根的符号语言是什么呢?

教师活动: 讲授立方根的符号表示, 让学生动手写一写, 并举具体的例子帮助学生理解, 如 2 是 8 的立方根, 即 $\sqrt[3]{8} = 2$; -2 是 -8 的立方根, 即 $\sqrt[3]{-8} = -2$ 。期间还需强调根指数 3 不能省略, 与平方根的符号语言进行比较。

问题 7: 求一个数的平方根的运算, 叫做开平方。那求一个数的立方根的运算, 称为什么呢?

学生活动: 开立方。

设计意图: 类比平方根的学习, 得出立方根的概念、表示方法及开立方的概念。学生在已有平方根有关知识的基础上学习立方根, 更容易理解。

(二) 分析与综合

填空: $(-2)^3 = ()$, $()^3 = -8$ 。

学生活动: 左边填-8, 右边填-2。

追问 1: 它们分别是什么运算呢?

学生活动: 左边是立方运算, 右边是求-8 的立方根, 是开立方运算。

追问 2: 这两个运算之间有什么关系呢?

学生活动: 互为逆运算。

问题 8: 填空 $(-30)^3 = ()$, 请问-27,000 的立方根是什么?

学生活动: -27,000, -30。

教师活动: 可以发现, 在求一个数的立方根时, 首先是回到立方运算。

设计意图: 通过分析具体的例子, 得出开立方和立方互为逆运算, 可以用立方运算求立方根。

例 1 求下列各数的立方根:

$$(1) 27 \quad (2) -27 \quad (3) \frac{1}{27} \quad (4) -0.064 \quad (5) 0$$

师生活动: 教师先带领学生一起作答第(1)题, 并板书示范, 剩余几题让学生开小火车的方式回答, 其余学生在草稿纸上写一写符号语言。

设计意图: 例 1 让学生说一说、写一写各数的立方根, 运用概念。最开始老师示范, 起到规范格式的作用。

师生活动: 教师让学生翻开课本, 将平方根和立方根的有关内容对照起来看, 可以发现平方根的概念学习和立方根的概念学习很相似。教师要让学生知道这种可以把学习方法迁移到学习新的类似知识中

去的方法叫类比学习法。以此类推, 可采用这种方法学习四次方根、五次方根。

设计意图: 将立方根学习和平方根学习进行对比, 明晰类比学习法, 使学生学会所有“方根”的学习。

问题 9: 根据例 1 的数及其立方根, 类比平方根的性质探究, 探究立方根有什么性质?

师生活动: 通过教师引导, 学生小组讨论, 从正数、0 和负数三方面得出立方根的性质。

追问: 请观察(1) 27 (2) -27 (3) $\frac{1}{27}$ 及其立方根, 再进一步探究立方根还有什么性质?

师生活动: 通过教师引导, 学生小组讨论, 再得出有关相反数、倒数的立方根性质。

设计意图: 类比平方根的性质探究, 通过观察例 1 的数及其立方根, 小组讨论得出立方根的性质, 充分发挥学生的主观能动性, 体会数的立方根的唯一性。

(三) 同化

问题 10: 试比较立方根的性质与平方根的性质有哪些相同与不同之处?

学生活动: 通过自主思考, 得出答案, 举手作答。

追问 1: 由平方根及立方根的性质可知, 当 a 作为平方根中的被开方数时, a 有什么取值范围要求?

学生活动: 思考并作答, $a \geq 0$ 。

追问 2: 当 a 作为立方根中的被开方数时, 又有什么要求?

学生活动: 思考并作答, a 为任意实数。

辨一辨 判断下列说法是否正确, 并说明理由。

- 1) 8 的立方根是 ± 2 。
- 2) 负数不能开立方。
- 3) 4 的平方根是 2。
- 4) 互为相反数的数的立方根也互为相反数。
- 5) 立方根是它本身的数只有 0。
- 6) 平方根是它本身的数只有 0。
- 7) 一个数的立方和它的立方根不可能相等。
- 8) 一个数的立方根和它的平方根不可能相等。

学生活动: 每句话先一起大声朗读, 再做出判断, 并说明理由。

设计意图: 让学生比较立方根和平方根的性质区别, 并通过辨一辨有关表述来巩固性质。

例 2 先读出下列各式, 并说出其意义, 再计算。

$$(1) \sqrt[3]{8} \quad (2) -\sqrt{0.81} \quad (3) \sqrt[3]{-64}$$

$$(4) \pm \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \quad (5) \sqrt[3]{-0.125} \quad (6) \sqrt{\frac{9}{4}}$$

师生活动: 教师请举手的或者基础较薄弱的学生回答。

设计意图: 通过平方根和立方根的有关计算, 运用概念, 使学生能区分。

(四) 迁移与应用

练习 1 计算。

$$\begin{array}{lll} (1) -\sqrt[3]{-1} & (2) \sqrt[3]{|-27|} & (3) \sqrt[3]{(-4)^3} \\ (4) \sqrt[3]{0.001} + \sqrt{0.01} & (5) \sqrt[3]{1-9} - \sqrt{25} & (6) \sqrt{(-4)^2} - \sqrt[3]{-64} \end{array}$$

师生活动: 教师请 3 位学生到黑板上计算, 其他学生自行计算, 片刻后教师对黑板上的答案批改并

适当表扬。

练习 2 已知 a 是 -64 的立方根, b 的算术平方根为 2。

- 1) 写出 a, b 的值。
- 2) 求 $3a - b$ 的平方根。

师生活动: 教师引导学生寻找解决此题的难点, 加以突破, 再让学生自主思考计算, 并作答。

练习 3 要做一个体积为 8 cm^3 的立方体模型, 如图 3, 它的棱要取_____cm。

- 1) 若体积扩大为原来的 8 倍, 棱要取_____cm, 棱长变为原来的_____倍。
- 2) 若体积扩大为原来的 27 倍, 棱要取_____cm, 棱长变为原来的_____倍。
- 3) 若体积扩大为原来的 n 倍, 棱要取_____cm, 棱长变为原来的_____倍。

师生活动: 教师和学生一起讨论探究, 得出答案。

设计意图: 三道练习题层层深入。练习 1 加入了算术平方根、立方根、绝对值、相反数等混合运算, 考验学生对这些概念的理解、区分和迁移; 练习 2 加入了字母运算, 难度再次提升, 为后面的代数式章节学习作铺垫; 练习 3 再次回到实际问题, 首尾呼应, 体现了数学来源生活又服务生活, 培养学生迁移应用的能力。

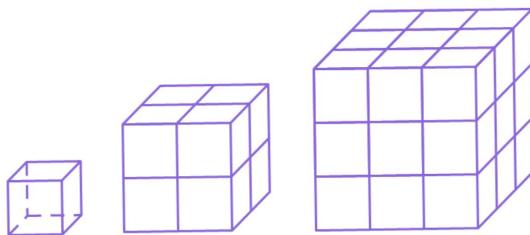


Figure 3. Cube model

图 3. 立方体模型

3.4. 评价与反思

【课堂小结】

采用生生评价、师生评价、自我评价的方式进行小结。最后教师以思维导图的形式呈现本节课的内容, 如图 4。

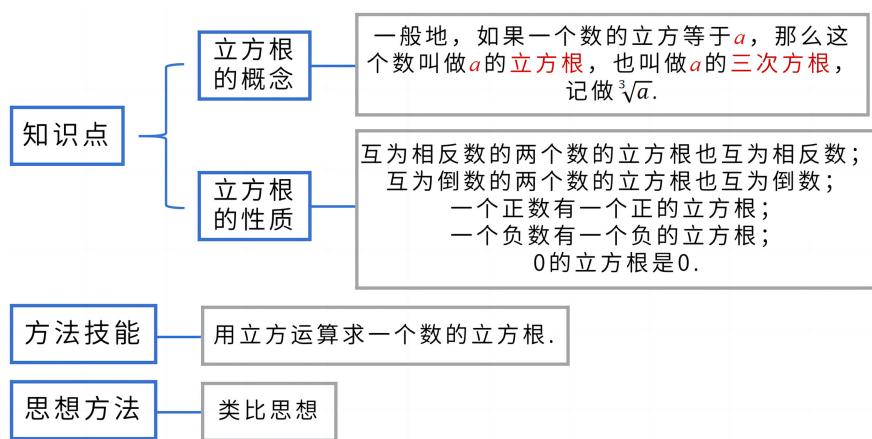


Figure 4. Summary of this section

图 4. 本节小结

设计意图: 通过这种方式, 既让学生回顾所学知识, 又让教师了解学生的学习情况, 此方式体现了以学生为主体, 有利于构建积极的学习文化。以思维导图的形式呈现知识, 清晰明了, 让学生在脑海中有一个大致的框架。

【布置作业】

作业本和校本作业的立方根这一课。

设计意图: 学生通过作业了解对立方根的掌握情况, 及时填补漏洞。教师根据学生的作业质量, 及时调整教学进度。

4. 《立方根》教学效果评价

笔者将上述《立方根》教学设计在杭州市某中学的两个班级 100 名学生中进行了教学实践。课后, 通过学生问卷、作业质量分析等形式了解学生深度学习情况, 来评价教学效果。

4.1. 深度学习情况调查与分析

4.1.1. 问卷的编制

根据 Hewlett 基金和 NRC 融合下的深度学习能力框架, 从三领域六维度编制问卷, 调查学生在“立方根”这节课上的深度学习情况。问题的设置参照胡秋立研究得出的基于三领域六维度的初中生数学概念深度学习具体表征[9]和结合“立方根”这一课的具体教学内容。各领域维度所对应题号见表 1。每道题都设置非常符合、符合、比较符合、不符合和非常不符合五个选项, 采用李克特的 5 级计分方法, 从非常符合到非常不符合, 分值从 5 依次递减到 1。学生得分越高, 则深度学习情况越好。

Table 1. Questionnaire survey breakdown table

表 1. 问卷调查细目表

领域	维度	题号
认知领域	掌握核心学科知识	第 1 题、第 2 题、第 3 题
	批判性思维和复杂问题解决	第 4 题、第 5 题
人际领域	团队协作	第 6 题、第 7 题
	有效沟通	第 8 题、第 9 题
个人领域	学会学习	第 10 题、第 11 题
	学会毅力	第 12 题、第 13 题、第 14 题

4.1.2. 问卷的信度分析

问卷收集后, 根据计分标准得到每位同学的每道题得分, 以克隆巴赫系数(Cronbach's α)为信度指标, 利用 SPSS27.0 分析问卷信度, 结果见表 2。

Table 2. Questionnaire reliability analysis

表 2. 问卷信度分析

维度	Cronbach's Alpha	项数
认知领域	0.743	5
人际领域	0.862	4
个人领域	0.830	5
问卷整体	0.879	14

由表可知, 整份问卷的 Cronbach's α 为 0.879, 介于 0.8~0.9 间, 认为该问卷可靠性高, 可作进一步分析。

4.1.3. 问卷的效度分析

本问卷的效度采用 KMO 和巴特利特检验, 结果见表 3。

Table 3. Questionnaire validity analysis

表 3. 问卷效度分析

KMO 取样适切性量数。	0.806
近似卡方	549.090
巴特利特球形度检验	自由度 91 显著性 <0.001

由表可知, 整份问卷的 KMO 值为 0.806, 且显著性小于 0.001, 认为该问卷结构效度高, 可作进一步分析。

4.1.4. 调查结果与分析

问卷调查对象是授课班级的学生, 共发放 94 份问卷, 回收有效问卷 86 份, 有效回收率 91.4%。各维度平均分见表 4。

Table 4. Average score of each dimension

表 4. 各维度平均分

领域	维度	平均分
认知领域	掌握核心学科知识	4.286
	批判性思维和复杂问题解决	4.261
人际领域	团队协作	4.284
	有效沟通	4.221
个人领域	学会学习	4.302
	学会毅力	4.271

从整体来看, 学生在各领域维度的平均得分都高于 4 分, 题目对应的选项是符合到非常符合之间, 说明他们在“立方根”这节课上有较好地深度学习。同时可以发现, 三领域六维度中, 位于人际领域的有效沟通维度平均分相较于其他维度较低, 设置的题目是“在小组讨论中, 针对不同数学学习能力的组员, 能改变自己的表达方式”和“在课上能够清晰地用语言或者书写向同学们展示对某个问题或某道题的解答”, 说明学生在交流、语言表达能力方面较弱, 教师在教学设计时可多设置让学生展示、讨论的环节, 同时自己要多构思解题思路, 思考如何用标准的数学语言表达, 然后在课上及时纠正规范学生的回答。

学生问卷各题得分情况如图 5。

从各题细看学生的得分, 可以发现有 2~3 名学生在大部分题上得分为 1~2 分, 对应的选项为不符合或非常不符合, 说明在课堂上并没有深度学习, 甚至连浅层学习都没有达到。还有 13、14 名学生在某一些题上得分为 3 分, 对应的选项为比较符合, 说明在“立方根”学习中对一些概念在达到深度学

习的边缘。结合两个班级学生的数学学习情况, 推断这些学生的数学位于中下水平。对于这些学生, 教师课后要选择性地对他们单独辅导, 通过沟通交流发现影响他们概念深度学习的因素, 给予帮助。同时, 教师在课堂上要善于观察, 多关注这些学生, 促进他们深度学习数学概念。另外还可以发现, 相较于其他题, 学生在第14题得分为1~2分的人数最多, 对应的选项为不符合或非常不符合, 该题考察的是学生个人领域的学会毅力维度, 设置的题目是“学习立方根时, 我通过练习查漏补缺, 直到能完全理解”, 说明学生的毅力较差, 虽然在学习立方根时遇到不理解的地方, 但是不能够很好地坚持通过练习等方式把它弄懂, 这也从另一方面反映出学生对自己能够学会的信心不够。因此, 教师可以多采取鼓励的教学方法给予学生信心, 教会他们如何利用练习查漏补缺, 并通过代币法等奖励培养他们的毅力。

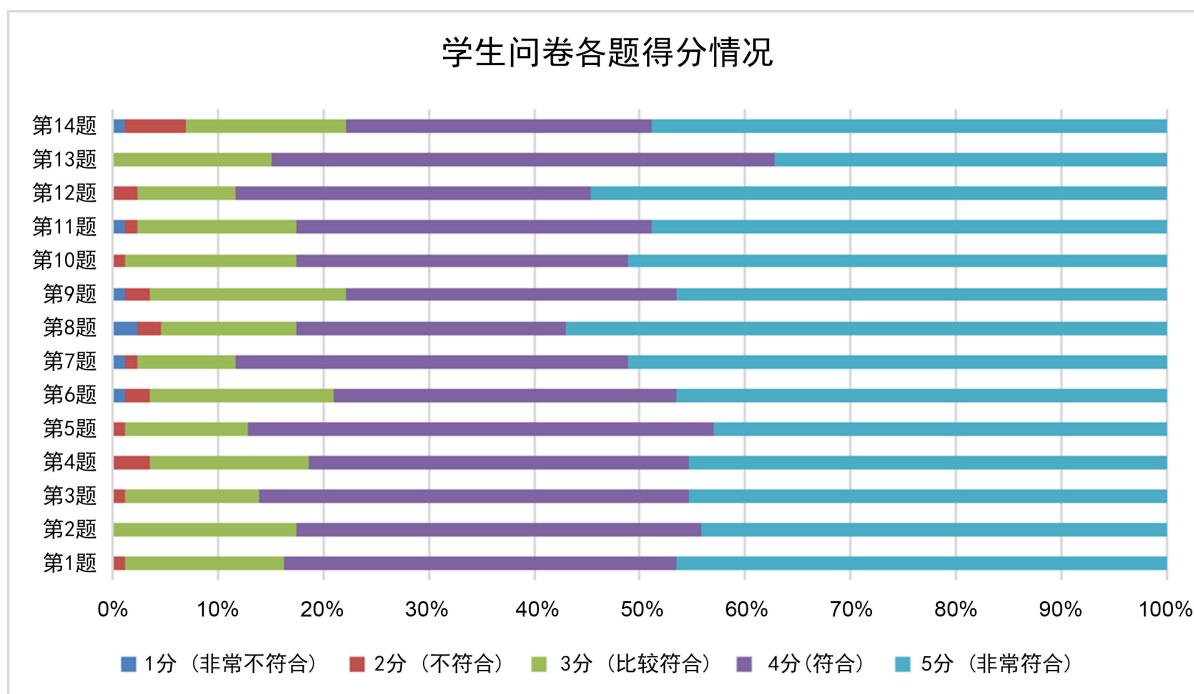


Figure 5. Score of each question in the student questionnaire
图5. 学生问卷各题得分情况

4.2. 《立方根》作业质量分析

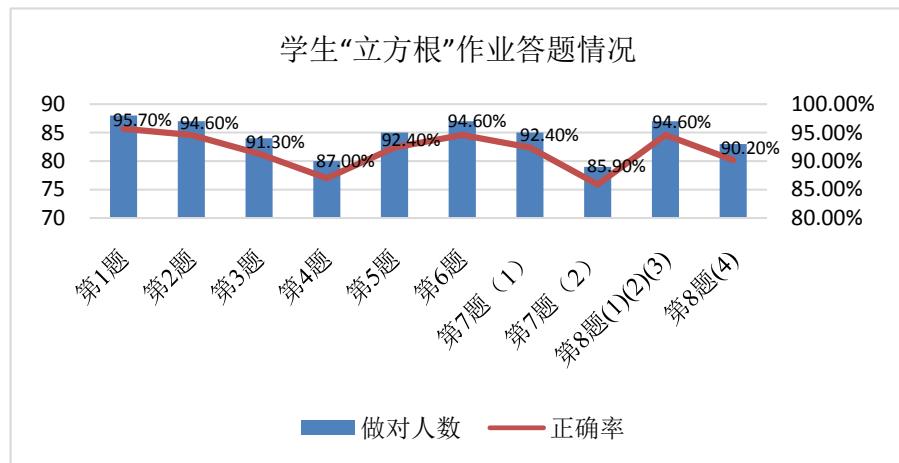
为客观反映学生的课后作业质量, 选取校本作业的部分题目进行分析。结合何玲、黎加厚给出的深度学习定义、布鲁姆的目标分类理论和“立方根”的教学目标, 认为若学生能够区分平方根、立方根的有关知识, 能将它们迁移应用, 解决较为复杂的问题情境, 则达到深度学习“立方根”概念。各题的考察内容及相应达到的立方根概念的学习程度见表5。

本次共收集了92本校本作业, 通过批改统计, 正确率81.5%, 具体的答题情况如图6。

由图可知, 基于构建的路线设计的“立方根”教学案例能让全班85%左右的学生深度学习立方根概念, 效果较好。同时, 有10%左右的学生比较符合深度学习立方根概念, 未能达到真正深度学习有读题或计算粗心、立方根知识理解不透彻、平方根知识掌握不扎实、知识迁移应用能力弱等原因。有5%左右的学生不能掌握立方根最基本的知识——概念、求法等, 只停留在浅层学习, 甚至连浅层学习都没有达到, 这些学生在课堂上并没有进入学习状态, 这与其本身的数学基础、上课状态有一定的关系。

Table 5. Topic learning level and examination content
表 5. 题目学习程度、考察内容

学习程度	题号	考察内容
浅层学习	第 1 题	立方根的求法
	第 2 题	立方根的概念
	第 3 题	立方根与平方根的概念、表示法辨析
	第 4 题	立方根与平方根的性质辨析
深度学习	第 5 题	开立方、平方、开平方的混合运算
	第 6 题	立方根的实际应用(简单)
	第 7 题(1)	立方根的实际应用(简单)
	第 7 题(2)	立方根和平方根的综合实际应用(较复杂)
	第 8 题	立方根的找规律题(高阶思维)

**Figure 6.** Student's "Cube Root" homework answers**图 6. 学生“立方根”作业答题情况**

针对以上问题, 可采取以下具体措施:

- 1) 教师在课上注重预备、激活先期知识环节的实施, 培养学生调动先期知识、与新知结合同化的能力。
- 2) 教师在课上要多关注后进生的上课状态, 及时提醒, 使他们融入课堂; 课后对他们进行单独辅导, 给予信心, 使他们努力跟上课程进度。
- 3) 教师在课上可以培养学生的读题、计算、应用能力, 注重知识点的总结。

5. 总结

数据分析表明, 建构的深度学习路线及教学设计案例达到较好的效果。但是, 本文仍存在依据路线设计教学案例只有 1 篇、将教学设计案例只应用于 2 个班级等不足。今后, 可根据设计的路线多设计教学案例, 应用于不同环境的实际教学中, 结合问卷调查、作业质量等反馈信息, 继续改进教学设计路线, 希望能给初中数学教师的概念教学提供参考和指导, 促进学生深度学习数学概念。

基金项目

浙江省高等教育学会 2023 年度高等教育研究课题(KT2023190)。

参考文献

- [1] 何玲, 黎加厚. 促进学生深度学习[J]. 现代教学, 2005(5): 29-30.
- [2] 郭华. 深度学习及其意义[J]. 课程·教材·教法, 2016, 36(11): 25-32.
- [3] 代洋, 郭俊杰, 马兆玉. 基于 DELC 的深度学习教学设计模型研究[J]. 教育观察, 2021, 10(42): 110-112.
- [4] 王华强. 初中数学概念教学策略研究[D]: [硕士学位论文]. 聊城: 聊城大学, 2017.
- [5] 聂东明. 数学概念教学中的交互模式与策略[J]. 教育理论与实践, 2012, 32(3): 48-50.
- [6] 詹森. 深度学习的 7 种有力策略[M]. 温暖, 译. 上海: 华东师范大学出版社, 2010: 8-19.
- [7] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022: 64.
- [8] 王丽红. 浅谈类比在初中数学教学中的应用[J]. 基础教育论坛, 2014(13): 43-44.
- [9] 胡秋立. 促进深度学习的初中数学概念教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津师范大学, 2021.