

《数学分析》课程思政的课堂教学方法探索

——以牛顿莱布尼茨公式为例

吴欣诺, 孙庆有

杭州师范大学数学学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2023年11月25日; 录用日期: 2023年12月21日; 发布日期: 2023年12月28日

摘要

课程思政是每个教育工作者的责任, 也是国家切实关注的教育重点。根据《高等学校课程思政建设指导纲要》, 本文以牛顿莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式为切入点, 深挖《数学分析》的思政元素, 并从数学思维、人生态度、爱国主义和未来目标这四个方面探讨在《数学分析》课程中如何巧妙地将课堂教学与思政元素相结合。其目的是引导学生们理解牛顿莱布尼茨公式的同时, 形成良好的数学思维和健康的人生态度, 培养爱国主义精神, 领略时代精神, 从而提高对《数学分析》的理解和认同。

关键词

课程思政, 数学分析, 牛顿莱布尼茨公式, 课堂教学方法

The Exploration of the Classroom Teaching Methods for Ideological and Political Education in “Mathematical Analysis” Curriculum

—Taking Newton-Leibniz Formula as an Example

Xinnuo Wu, Qingyou Sun

School of Mathematics, Hangzhou Normal University, Hangzhou Zhejiang

Received: Nov. 25th, 2023; accepted: Dec. 21st, 2023; published: Dec. 28th, 2023

Abstract

Ideological and political education in the curriculum is the responsibility of every educator, but

also a real concern of the state of education focus. According to the guiding outline of the construction for ideological and political education in the curriculum in colleges and universities, this paper takes Newton-Leibniz formula as the starting point and digs into the ideological and political elements of "Mathematical Analysis" curriculum, and from the mathematical thinking, life attitude, patriotism and future goals of these four aspects of mathematical analysis of the curriculum how to skillfully combine teaching method and ideological and political elements. Its aim is to guide students to understand Newton-Leibniz formula, at the same time, to form a good mathematical thinking and healthy attitude towards life, and to cultivate patriotism, appreciate the spirit of the times so as to improve the understanding and identity to "Mathematical Analysis".

Keywords

Ideological and Political Education in the Curriculum, Mathematical Analysis, Newton-Leibniz Formula, Classroom Teaching Methods

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在 2016 年召开的全国高校思想政治工作会议上, 习近平总书记表示“高校思想政治工作关系高校培养什么样的人、如何培养人以及为谁培养人这个根本问题。要坚持把立德树人作为中心环节, 把思想政治工作贯穿教育教学全过程, 实现全程育人、全方位育人, 努力开创我国高等教育事业发展新局面。”[1]强调了教育在发展过程中必须重视人才的更全面培养, 确保思政教育更符合实际, 更具亲和性, 也真正地满足了当前学生成长的实际需求[2]。2020 年 5 月 28 日, 教育部印发了《高等学校课程思政建设指导纲要》, 更加明确地为各类学科提供了专业性的指导意见。其中提及“理学类专业课程, 要注重科学思维方法的训练和科学伦理的教育, 培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感。”[3]这个建议为理学类的教师提供了一个课程思政的价值遵循, 即在培养学生专业学科能力的同时, 也应高屋建瓴地站在历史的高度上看待学科的去现在与未来, 从中获取契合的价值观并传输给学生。需要强调的是, 所谓的《数学分析》课程思政并不是单独开设一门新的课程, 而是将对学生的思政教育融入到《数学分析》的学习中, 从教学改革这一突破口深入, 并将其贯穿于整个立德树人的全过程中[4]。

定积分是作为《数学分析》课程中最重要的一个部分, 其思政意义可谓重大, 而牛顿莱布尼茨公式作为定积分问题一个有效且便捷的解决方法, 极大程度上促进了积分学的发展, 其背后丰富的思政元素也值得我们探究。高校教师可以在牛顿莱布尼茨公式的概念教学中培养学生的思维, 使其拥有严谨的逻辑和实用思想; 在公式的推导中引导学生积极的思想认识, 增加对人生的思考; 在公式的思考里融入爱国主义, 提高学生的精神境界; 在公式应用中树立未来目标, 确定自己想要成为什么样的人。

2. 在概念教学中培养思维

数学作为一门基础学科, 不仅是对其它学科有辅助作用, 而且具有强大的育人意义。数学自远古时代发展至今, 在历史的长河中不断锤炼、推演, 经过一代又一代的数学家们呕心沥血, 时至今日, 其背后蕴藏的数学思维已经璀璨无比。其育人意义主要有两点: 逻辑思维的提和和实践思维的培养。逻辑思维主要强调的是数学的严谨性和专业性; 实践思维则强调数学的现实意义, 将抽象的数学思维转化成现

实生活中的实际问题。

培养数学思维是一个循序渐进的过程, 需要高校教师持之以恒的努力, 在课前、课中、课后持续地渗透知识。牛顿莱布尼茨公式从本质上来讲, 是微分和积分联系的桥梁, 是“微积分”真正意义的体现。在课程开始之前, 教师可以利用数字化平台, 如学习通、智慧树等发布几道关于微分知识和定积分概念的选择或判断题目, 可以帮助同学们回顾旧知识, 例如: 导数的概念和几何含义, 定积分的基本定义和第二定义等。这些题目既复习了导数和定积分的基本概念和几何意义, 又检验了学生的学习成果, 锻炼了他们对于所学知识的应用能力。而且选择和判断题不需要输入大量的计算步骤, 平台的数据统计可以快速直观的反映完成情况, 在一定程度上促进了同学们的良性竞争。同时, 可以发挥新媒体的作用, 利用数字化平台搭建讨论群/区, 培养同学们的思维能力。通过线上课前的讨论与交流, 既培养了学生们的预习能力, 锻炼数学思维, 又让教师快速了解学生的学习难点, 在课堂上对症下药。

为了快速启发思维, 教师可以引导同学们观察并思考牛顿莱布尼茨公式中微分与积分的关系, 即: 通过公式 $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b$, $F'(x) = f(x)$ 。可以发现公式的左侧是一个先求导后积分的运算, 结果等于本身, 体现了积分与求导为互逆运算。这样就形成了一个非常巧妙的局面, 因为我们知道积分和微分的本质是不太相同的。微分是个局部概念, 它表示的是函数在一点附近的变化情况, 从运动学的角度来看可以理解为瞬时速度; 而积分则是整体概念, 表示的是函数与坐标轴围成的面积, 从运动学的角度来看可以理解为路程。所以, 在本质方面这两个概念是对立的。但是, 这两个概念却可以通过一个表达式串联统一, 可见微分与积分中蕴含着的对立统一思想。恩格斯指出: “微积分本质上不外是辩证法在数学方面的运用” [5]。而牛顿莱布尼茨公式中蕴含的对立统一思想恰好证明了这一点。学生在学习牛顿莱布尼茨公式时, 也能从数学方面理解对立统一的本质与妙处, 开发他们的数学思维, 使其思考问题更加严谨, 在遇到矛盾却又融合的事情时多一份探究和思考。所以, 数学虽然是自然科学的典型代表, 但也蕴含着极为丰富的唯物辩证思想, 因此数学知识与个体思想之间是存在相互依存关系的[6]。

不仅如此, 作为积分学的主干, 牛顿莱布尼茨公式还可以用于证明定积分换元公式、积分第一中值定理和积分型余项的泰勒公式等, 甚至可以从一维推广到多维, 比如推广到格林公式、高斯公式、斯托克斯公式, 具有非常强大的实践意义。

3. 在公式推导中引导积极态度

斯大林有一句耳熟能详的名言: “教师是人类灵魂的工程师。”这是对教师工作本质的真实写照。教师所教并非拘于知识, 学生所得也远不止成绩。教师除了要传授知识, 更需要在课堂甚至课后培养学生的品质, 雕刻学生的人生态度。可能在大部分同学和家长的眼中, 品德的建立与数学课毫无关系。牛顿莱布尼茨密密麻麻的推导公式往往给人以混乱难懂的感觉, 但是其中确实蕴含了许多人生道理。通过对牛顿莱布尼茨公式的推导与解读, 不仅能提高学生们的兴趣, 使数学课堂更有吸引力, 也能帮助同学们领会人生感悟和处世之道, 实现教育的最终目标。

首先, 可以在推导之前跟同学们讲述牛顿和莱布尼茨推导公式的故事。虽然说牛顿莱布尼茨公式是结合了两位的名字, 但是他们却不是通过合作关系共同推导的。牛顿, 众所周知, 以其在物理学方面的成就而名扬天下, 因为万有引力、三大运动定律和光学等研究的需要, 牛顿推理出来微积分(他称为“流数学”)。他从物理学出发, 运用集合方法研究微积分, 在应用上也更多的结合了运动学, 更具有造谐性。而莱布尼茨则是因为对数学浓厚的兴趣, 从而发现了微积分, 并规定了相关的符号, 沿用至今。他是从几何问题出发, 运用分析学方式引入微积分概念, 得出相关法则, 更展现了数学的严密性。而我们如今学习的牛顿莱布尼茨公式则是结合了两位的研究成果。

从公式背后的故事中, 我们不难发现, 即使从不同的角度入手, 不同的方式推导, 依旧可以得出相

似的结论。就像俗话说的“条条大路通罗马”，当我们在生活中遇到难题，不能钻牛角尖的死磕一种方法，也不能因为一次的失败就轻易放弃。可以转换思考的角度，多换几种方式，就像“横看成岭侧成峰”所言，换一个角度也许就可以发现不一样的点。

其次，便是公式的推导。在推导之前，我们需要思考定积分的几何意义——一段函数与坐标轴围成的面积。结合生活中的速度与位移便不难理解，我们将 x 轴看成时间， $f(x)$ 视作速度函数，其围成的面积就是这段时间内的位移。所以，若 $s(t) = \int_a^t f(x) dx$ ，那么 $s(b) - s(a) = \int_a^b f(x) dx$ ，这正是牛顿莱布尼茨公式。从中我们可以看出，数学来源于实践的思想。其实，世界上有非常多的学科都依赖于实践，最最直观的一个学科便是物理学，实验是它最普遍的一个实践方式。所以，当我们在遇到无法理解或者无法想象的知识时，我们可以将其结合实际问题进行思考，这往往会给我们带来一些意想不到的启发和思路。

那么假设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 连续，并且 $H(x) = \int_a^x f(t) dt, (a \leq x \leq b)$ ，接下来证明 $H'(x) = f(x)$ 。

我们取一个绝对值足够小的 Δx ，使得 $x + \Delta x \in (a, b)$ ，那么， $H(x + \Delta x) = \int_a^{x+\Delta x} f(t) dt$ 。用其减去 $H(x)$ ，则有

$$\Delta H = H(x + \Delta x) - H(x) = \int_a^{x+\Delta x} f(t) dt - \int_a^x f(t) dt = \int_x^{x+\Delta x} f(t) dt。$$

根据积分中值定理，可以得到，存在 $\delta \in (x, x + \Delta x)$ 使得 $\Delta H = f(\delta)\Delta x$ ，即 $f(\delta) = \frac{\Delta H}{\Delta x}$ 。由于 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，且 $\Delta x \rightarrow 0$ ，所以 $\delta \rightarrow x$ 。因此 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(\delta) = f(x)$ ，这就证明了 $H'(x) = f(x)$ 。

在这段证明中，运用了微元法、极限和积分中值定理等多种方法，给我们日常生活带来一些启发。当我们遇到较为复杂的问题时，应该要灵活的运用多种知识甚至多学科进行交叉，也许就能巧妙的解决问题。

最后，我们假设 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的任一原函数，那么 $F(x) - H(x) = C$ (C 为一个常数)。令 $x = a$ ，则 $F(a) - H(a) = C$ ，通过 $H(x)$ 的定义知道 $H(a) = 0$ ，那么 $F(a) = C$ 。又 $H(x) = \int_a^x f(t) dt$ ，代入可得： $F(x) - \int_a^x f(t) dt = C = F(a)$ ，即， $\int_a^x f(t) dt = \int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a)$ 。

我们把 b 代入，则 $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \triangleq F(x) \Big|_a^b$ 。这便是牛顿莱布尼茨公式。

其中我们可以发现许多巧妙的代换，这也给我们的生活带来一点启示，即在生活中也应注意和人相处的等量代换原则，正如“投我以李桃，报之以琼瑶”，对于周围的人我们应当学会付出。

4. 在公式思考里融入爱国主义精神

在《数学分析》的教学中融入爱国主义具有一定的难度，所以我们通过深挖教材，将《数学分析》和爱国主义教育建立起了联系。在人类探索并改造世界的征途中，数学起到了异常重要的作用。它不仅散发着科学理性的光辉，也蕴含着深厚的人文素养。纵观古今中国的数学成就，远至先秦商高的勾股定理，近至陈省身的在微分几何上的成就，中国的数学发展史灿烂而悠长。回看微积分的相关定理却很少能看到中国人的名字，但这并不代表中国人在微积分的研究里毫无建树。微积分在漫长的数学史中由许许多多的数学家不断完善，而其中作为基础的极限思想，我国的数学家很早就提出了相似的想法。《庄子·天下篇》有言“一尺之锤，日取其半，万世不竭”，这边是极限思想的体现。不仅如此，沈括的“会圆术”和刘徽的“割圆术”里边也体现了极限和与“以直代曲”的思想，这也正是微积分中定积分定义和运算的基础。在牛顿莱布尼茨公式的教学中，我们可以引导同学们思考其中蕴含的数学思想和方法，例如极限和代换思想等。通过这个方式来引入中国数学家在相关方面做出的贡献，就显得顺其自然。当

然, 最好借助多媒体等辅助工具, 运用照片和视频, 可以使讲述更生动, 也更能实现教育的目的, 从而提升同学们的爱国主义热情, 增强民族自信心。

同时, 教师们也可以带领同学们思考: 既然, 许多中国数学家在微积分方面已经打下来坚实的基础, 为什么最后是在十七世纪的西欧诞生了微积分呢? 要知道, 一个新的学科或者分支定义的出现还与当时的社会背景与人文环境息息相关。一些古代的发明或者发现恰恰反映了当时社会的需求, 例如汉字的出现反映了人们对于交流的需求, 纸的出现反映了人们对于记录、储存的需求。而微积分诞生的十七世纪, 西欧的大多数国家已经逃离了中世纪的黑暗, 其经济、政治、军事、科技等领域快速发展, 特别是工业革命的兴起为数学学科提供了许多亟待解决的问题, 而数学又由此进入到了一个新阶段。而因为当时的中国统治阶级的要求、对数学发展的不重视和与外国文化差异等诸多因素, 导致即使我国古代拥有丰富的微积分启蒙思想, 也难以在近代发展出微积分等数学理论。这也能激发同学们的爱国热情, 认识到党的政治路线的正确性, 并萌生“少年强则国强”的觉悟。

5. 在公式应用中树立未来目标

随着杭州亚运会的圆满闭幕, 中国成功地让世界看到了中国科技的力量。开幕式上跃动的数字火炬手跨过钱塘江, 点燃了圣火, 现场万人 AR 互动, 这些无不向世界展示着如今中国的繁荣富强。而这些高新科技的背后离不开数学的支持, 当然也离不开微积分的应用。因此, 将我国如今飞速发展的科技同牛顿莱布尼茨公式相结合, 能使学生深切地体会到牛顿莱布尼茨公式应用的魅力, 也能帮助学生们树立好未来目标。在实际应用中, 牛顿莱布尼茨公式可以运用于物理学上功的计算, 如: 运算宇宙中一个物体从一定点 A 运动到另一定点 B, 地球万有引力所做的功, 将其联系至 2023 年 10 月 25 日发射的神舟十七号载人飞船, 让学生们意识到从第一艘载人飞船神舟五号至如今的神舟十七号, 中国一直在航天领域奋斗探索, 希望能有朝一日破解宇宙的奥秘。牛顿莱布尼茨公式还可以运用于飞机翼型面积的测算, 将其同中国自主研发的歼-20 相结合, 让学生们体会到正是无数的军事专家为中国的军事力量鞠躬尽瘁死而后已, 才有了如今傲立世界和不惧外敌的底气。

在牛顿莱布尼茨公式的教学中, 将公式应用同社会热点相结合, 不仅让学生更直接地领悟到牛顿莱布尼茨公式的应用意义, 更能让学生们树立未来的目标, 认识到只有学习好专业知识, 才能为社会的发展做贡献, 成为新时代的创造者。

6. 总结

本文以牛顿莱布尼茨公式为例, 以小见大地简要探讨了《数学分析》课程思政的课堂实施方法和思路, 提出在概念教学中培养思维、在公式推导中引导积极态度、在公式思考里融入爱国主义精神、在公式应用中树立未来目标这四点主要的课程思政课堂教学方法, 从数学思维、人生态度、爱国主义和未来目标四个维度培养学生的数学思政觉悟。《数学分析》的教学不仅要培养学生的能力, 更要浸润学生的心灵, 提高学生的积极性和主动性。

当然, 《数学分析》课程还是要以教授数学知识为主, 即对相关知识的定义概念、运算法则、定理推论等的理解与掌握, 思政元素应以如盐入汤、润物无声的方式渗透于课程中, 不能喧宾夺主, 淡化了同学们对专业知识的理解与掌握, 那就得不偿失了。

基金项目

2022 年浙江省高等学校课程思政教学研究项目: 师范专业课程思政的协同育人模式探索——以《数学分析》课程为例。浙江省学位委员会办公室“十四五”研究生教育改革项目: 数学学科基础课课程思政教学团队。2023 年杭州师范大学课程思政示范教学团队项目: 数学拔尖人才核心课程群教学团队。

参考文献

- [1] 宿党辉. 全国高校坚持把立德树人作为中心环节, 把思想政治工作贯穿教育教学全过程培养担当民族复兴大任的时代新人[N]. 人民日报, 2021-12-10(001).
- [2] 段桂花. 课程思政融入《数学分析》的教学实践探索[J]. 秦智, 2022(11): 92-94.
- [3] 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[EB/OL].
http://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-06/06/content_5517606.htm, 2020-05-28.
- [4] 邓建. 课程思政融入“中国古代文学”教学的实践与探索[J]. 黑龙江教育: 高教研究与评估, 2022(6): 81-83.
- [5] 恩格斯. 反杜林论[M]. 北京: 人民出版社, 1970.
- [6] 王观宏, 冯睿智, 茹忠亮. “课程思政”理念融入高校采煤学课程的教学探索与实践[J]. 科学咨询, 2022(16): 99-101.