Advances in Education 教育进展, 2023, 13(4), 1649-1653
Published Online April 2023 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ae
https://doi.org/10.12677/ae.2023.134262

《高等数学》教学中课程思政的探索

潘佳佳

上海理工大学理学院，上海

收稿日期：2023年3月7日；录用日期：2023年4月4日；发布日期：2023年4月12日

摘　要

《高等数学》课程蕴含丰富的思想政治教育元素，基于立德树人的根本任务，文章立足数学和高等数学发展史、数学家的奋斗历程以及课程知识，结合教学实践探索思政元素，潜移默化地将德育融入教学实践，实现知识传递与价值引领的有效结合。

关键词

高等数学，课程思政，数学史，数学家，课程知识

Exploration of Curriculum Ideology and Politics in Higher Mathematics Teaching

Jiajia Pan

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 7th, 2023; accepted: Apr. 4th, 2023; published: Apr. 12th, 2023

Abstract

Advanced Mathematics curriculum contains abundant elements of ideological and political education. Based on the basic task of educating people by virtue, this paper explores ideological and political elements in combination with teaching practice by basing on the development history of mathematics and advanced mathematics, the struggle course of mathematicians and curriculum knowledge, and imperceptibly integrates moral education into teaching practice, so as to realize the effective combination of knowledge transfer and value guidance.

文章引用: 潘佳佳. 《高等数学》教学中课程思政的探索[J]. 教育进展, 2023, 13(4): 1649-1653.
DOI: 10.12677/ae.2023.134262

Keywords

Advanced Mathematics, Curriculum Ideology and Politics, History of Mathematics, Mathematician, Curriculum Knowledge

1. 引言

《高等数学》课程是本科一年级非数学专业开设的一门基础必修课，是学习其他课程的基础，且广泛应用于许多学科领域。相较于初等数学，《高等数学》课程的内容十分丰富，包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程、向量代数与空间解析几何、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线与曲面积分、无穷级数[1]，具有知识点多、抽象性高、逻辑性强等特点。传统教学模式下的《高等数学》课程教学侧重课程知识的教授，较少发挥德育功能。基于课程思政教育教学改革以及习近平新时代中国特色社会主义思想进课程、进学术、进学科的重要论述，立足数学发展史、数学家以及课程知识深入探索《高等数学》课程的思想政治教育元素，并将之有机融入教学过程中，不仅能帮助学生理解和掌握抽象的理论知识，还有助于培养学生的科学态度、科学精神及正确的人生观和价值观，从而实现知识传递与价值引领的有效结合。

2. 立足数学和高等数学发展史，探索课程思政元素

数学大致可以分为四个发展时期[2]：公元前 6 世纪是数学的起源与早期发展时期，该时期的数学以计算为主，被亚里士多德定义为量的科学；公元前 6 世纪至 16 世纪是初等数学时期，该时期数学的主要研究对象是常量，其最基本的成果构成了中学数学的主要内容；17 世纪至 18 世纪是近代数学时期，数学的研究对象从常量变成了变量，解析几何的发明和微积分的创立是近代数学的两个里程碑；1820 年至今是现代数学时期，该时期数学主要研究最一般的数量关系与空间形式，其基本部分包括泛函分析、抽象代数、拓扑学[3]。

高等数学的研究对象是变量，而变量研究的理论基础是极限思想，因此，《高等数学》课程教材的第一章介绍了函数与极限。极限思想从萌芽到成熟花了两千多年的时间，十七世纪，牛顿和莱布尼兹基于极限理论创立了微积分理论，但当时的极限理论还很不成熟，微积分也因此遭受许多争议，直至 19 世纪德国数学家魏尔斯特拉斯才给出了确切的极限定义，即著名的 $\varepsilon - N$ 定义，奠定了极限思想在数学学科的地位。后来，实数理论的建立为极限理论提供了严密的理论基础。极限思想揭示了两组对立统一关系：常量和变量、有限和无限，是近代数学思想和方法的基础和出发点，也是《高等数学》课程的基础。

微积分包括微分学和积分学，是《高等数学》教材的重要组成部分，涵盖了教材第二章至第六章、第九章至第十一章。微积分的思想源远流长，可追溯到古希腊时代，而十七世纪科学面临的主要问题促使了微积分的创立。事实上，微分学和积分学是相互独立发展起来的，牛顿和莱布尼兹建立了二者之间的联系，从而创立了微积分。当时，微积分的理论基础并不十分严密，其初步概念仍依赖运动学和几何学。十八世纪，数学家们借助导数和积分技术解决了椭圆积分问题，并创立了无穷级数和微分方程等重要内容，进而解决了许多实际问题。十九世纪，确切的极限理论和实数理论的建立进一步推动了微积分

理论的发展[4]。

教材第八章介绍了向量代数和空间解析几何。解析几何最重要的贡献是在数学中引进了变量，使数学进入了新的发展时期。解析几何的发展经历了漫长的过程，十七世纪法国数学家笛卡尔提出了平面坐标的概念，他的著作《几何学》奠定了解析几何的基础；牛顿关于直径的一般理论推动了解析几何的进一步发展；欧拉在《分析引论》中论述并发展了解析几何；拉格朗日将二维数组与平面上的有向线段对应起来，形成了后来的向量，向量理论已发展成为解析几何的重要组成部分；克莱洛和拉盖尔把空间上的点与三维数组对应起来，将解析几何推广到了三维空间[5]。经过不断地发展，现代解析几何的内容更加丰富、方法更加多样。

教材第七章介绍了微分方程的基本概念以及几种常用微分方程的解法。微分方程起源于 17 世纪，它的形成和发展与其他学科的发展以及科学技术的发展密切相关。微分方程按研究内容可分为四个发展阶段：以通解为主要研究内容的经典阶段、以定解问题的适定性理论为研究内容的适定性理论阶段、以解析理论为研究内容的解析理论阶段、以定性与稳定性理论为研究内容的定性理论阶段[6]。在微分方程发展的过程中，数学的其他分支，如组合拓扑学、复变函数、李群等，对微分方程的发展也产生了深远的影响，电子计算机的快速发展也促进了微分方程的广泛应用和深入研究。

无穷级数是教材的第十二章。无穷的思想源远流长，我国战国中期哲学家庄子在《天下篇》中提出“一尺之锤，日取其半，则万世不可竭也”；十四世纪，欧洲数学家奥姆雷明确指出了等比级数和调和级数的敛散性并求出了很多级数的和，为无穷级数理论的发展做出了重要贡献；十七世纪到十八世纪，法国数学家弗朗索瓦·韦达给出了等比级数的求和公式，莱布尼兹给出了判别交错级数收敛性的方法，柯西、麦克劳林、阿贝尔、达朗贝尔、泰勒等科学家也为无穷级数以及数学的发展做出了重要贡献。

3. 立足数学家，探索课程思政元素

高等数学的发展倾注了众多数学家的心血和努力，更有许多定义和定理以数学家的名字命名，在课程中融入数学家的故事，培养学生不懈奋斗的科学精神、严谨的科学态度和战胜困难的勇气。

刘徽(约公元 225 年至 295 年)是我国魏晋时期伟大的数学家，也是我国古典数学理论的奠基人，他首次明确提出了极限的思想并将之应用于“割圆术”，为计算圆周率奠定了严密的理论基础和算法基础；除“割圆术”外，他提出的“求徽数”思想与现代求无理根近似值的方法完全一致，促进了十进小数的产生；他改进了线性方程组的新解法，建立了等差级数的前项求和公式。事实上，在我国古代封建社会，统治阶层重文轻理，数学家的地位十分低下，刘徽却将一生都献给了数学，研究成果领先世界，他作注的《九章算术》在隋唐时期被译成多种文字，广泛流传于朝鲜、日本、西欧等多个国家，促进了世界数学的发展。

微积分公认的创立者和奠基人是英国数学家牛顿和德国数学家莱布尼茨。牛顿出生于英格兰林肯郡的一个小村落，少年时虽成绩一般，但非常喜欢读书，后迫于生活停学在家期间也会寻找机会埋头读书，重新回到学校后更是孜孜不倦地学习。牛顿被誉为百科全书式的“全才”，著有《光学》和《自然哲学的数学原理》。牛顿最卓越的数学成就是创立了微积分，此外，他还证明了广义二项式定理，提出了求解函数零点的牛顿法，并为幂级数的研究做出了贡献；他的三大运动定律和万有引力定律奠定了物理学的科学观点，成为现代工程学的基础。莱布尼兹出生于罗马帝国莱比锡，家境优渥，14 岁进入莱比锡大学念书，专攻法律和哲学。莱布尼兹博士毕业后供职于高等法庭，因工作需要常常往返于各个大城镇，他在颠簸的马车上完成了许多公式的推导。不同于牛顿，莱布尼兹从几何学方面发明了微积分，关于二人谁先发明微积分的争论在数学界至今没有定论，不过数学界普遍认为莱布尼兹使用的符号具有更广泛的适用范围；他还发现并完善了二进制、提出了判别交错级数收敛性的莱布尼兹判别法。莱布尼兹是历

史上少见的通才，在政治学、伦理学、哲学、语言学等许多领域都留有著作，被誉为十七世纪的亚里士多德。

罗尔(1652 年至 1719 年)是法国数学家，仅受过基础教育，年轻时生活艰难，靠担任公证人与律师抄录员勉强养活家庭，但他利用业余时间自主学习了代数与丢番图分析理论。罗尔的成就主要在代数方面，他在《方程的解法》中证明了：多项式方程在两个相邻的实根之间至少有一个实根。此时，这一结论与微分学并没有联系。一百多年后的 1846 年，意大利数学家尤斯托将这一结论推广到了可微函数并命名为罗尔定理，以此纪念罗尔。事实上，罗尔所处的时代时值微积分诞生之初，微积分遭受了诸多争议，罗尔是批评者之一，直到多年后他才充分认识到无穷小分析方法的价值。

拉格朗日(1736 年至 1813 年)是 18 世纪的著名科学家，他在数学、天文学和力学领域都有重大贡献，其中最突出的贡献是把数学分析脱离于几何和力学，凸显了数学的独立性。拉格朗日的研究成果为百余年来数学领域的许多新成就提供了坚实的基础，被誉为“欧洲最伟大的数学家”。他把数学看作一件有趣的工作，总是不满意自己现有的成果，这是一位不断超越自我的科学家，他的目光始终注视着新的更大的挑战，而不是囿于已获得的成果。

柯西(1789 年至 1857 年)出生于法国巴黎，他的父亲与大数学家拉格朗日和拉普拉斯交往密切，他们对柯西十分赏识，拉格朗日可以说是柯西在数学研究上的老师和指路者。柯西曾担任过交通道路工程师，后因身体原因放弃职位而专注研究纯数学。他将极限概念引入微积分，并在极限理论的基础上建立了微积分发展史上的精华——逻辑清晰的分析体系，为科学发展做出了巨大的贡献[7]。此外，他还将微积分理论推广到了复变函数，在物理学领域也做出了突出贡献。柯西是数学史上的多产数学家，其论著数量仅次于数学家欧拉，数学中的许多定理和不等式，如柯西中值定理、柯西不等式、柯西审敛原理等，都是以柯西的名字命名。

泰勒(1685 年至 1731 年)出生于埃德蒙顿，后移居伦敦，获法学硕士及博士学位，曾担任英国皇家学会秘书，后以健康为由辞去职位。泰勒是 18 世纪早期英国牛顿学派代表人物之一，著有《正的和反的增量方法》以及《线性透视论》。拉格朗日称泰勒定理是微分学基本定理，然而泰勒在证明过程中忽略了级数的收敛性，导致证明过程不严谨，后由柯西完成。泰勒定理开创了有限差分理论，使泰勒成了有限差分理论的奠基人。

4. 立足课程知识，探索课程思政元素

立足课程知识，以极限的概念、导数概念、微分中值定理、定积分为例，探索思想政治教育元素并与知识讲授相结合，培养学生的辩证思维和积极向上的生活态度。

数列极限是《高等数学》课程的基础，结合极限的定义

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a \Leftrightarrow \forall\varepsilon > 0\text{，存在正整数 } N\text{，当 } n > N \text{ 时，有 } |x_n - a| < \varepsilon$$

可知当自变量 n 趋于无穷时，数列 $\{x_n\}$ 无限接近某一个确定的数，这一过程诠释了永远运动、无限接近的思想。极限的定义用最简洁的语言生动描述了最深刻的道理，充分体现了数学的简洁美和严谨美。等比数列的极限是数列极限的典型代表，即

$$\lim_{n\to\infty} q^n = \begin{cases} 0, & |q| < 1 \\ \infty, & |q| > 1, \\ 1, & |q| = 1 \end{cases}$$

当取 $q = 0.99$ 和 $q = 1.01$ 时可观察到

$$\lim_{n\to\infty} 0.99^n = 0 \text{ 和 } \lim_{n\to\infty} 1.01^n = \infty,$$

两种结果对比强烈，差异显著，积跬步以至千里，积怠惰以至深渊，人生中差别不大的 0.01 不可小觑，微小的勤奋只要坚持下去也会成就非凡，微小的惰性日积月累亦会带来巨大的失败。

导数精确描述了函数的变化率，现实生活中有许多关于变化率的问题，如高铁车厢内显示屏上的数字表示了高铁在当前时刻的瞬时速度，描述了位置函数在当前时刻的变化率，以此引出我国高铁的发展历程，培养学生的爱国精神和民族自豪感。中国首趟动车组列车于 2007 年 4 月 18 日在上海站始发，截止 2021 年年底，中国高铁运营里程破四万公里，稳居世界首位，“四纵四横”高铁网提前建成运营，中国成为了全球唯一高铁成网运行的国家，京沪高铁“复兴号”动车组实际运营线路实现 350 公里时速，创世界高铁商业运营最高速度。经过十几年的发展，我国高铁实现了从无到有，从追赶到领跑的历史性变化，这种变化离不开国家的支持和一代一代铁路人的不懈努力。

导数应用的理论基础是微分中值定理，包括罗尔定理、拉格朗日中值定理和柯西中值定理。罗尔定理反映了函数值与一阶导数值为零的关系，拉格朗日中值定理反映了区间端点处函数值之差与一阶导数值的关系，柯西中值定理反映了两个函数在区间端点处的函数值之比与一阶导数值之比的关系。事实上，拉格朗日中值定理是柯西中值定理取 $F(x)=x$ 时的特殊情形，罗尔定理是拉格朗日中值定理取 $f(a)=f(b)$ 时的特殊情形。在实际教学中，采用类比法教授这三个定理，使学生体会从简单到复杂、从特殊到一般的思想，进而了解事物发展的普遍规律。

定积分是微积分学的重要组成部分，结合定积分的定义，求解定积分可分为四个步骤：分割、近似、求和、取极限，其中蕴含了“化整为零”和“化零为整”的思想，受其启发，我们在遇到困难时，可以先将问题分解成若干个小问题，然后分步骤各个击破，进而解决整个问题。

5. 小结

《高等数学》课程不仅包含丰富的基础知识，还蕴含丰富的思政元素，基于立德树人的根本任务，教师应结合实际教学活动探索《高等数学》课程中的思政元素并将之潜移默化地融入课堂教学，在传递知识的过程中渗透德育教育。

基金项目

上海高校青年教师培养资助计划(编号：ZZ202203130)。

参考文献

[1] 同济大学数学系. 高等数学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
[2] 李文林. 数学史概论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
[3] 牛志忠. 基于数学发展史学习的高等数学教学方法研究[J]. 创新创业理论研究与实践, 2019, 2(17): 60-61.
[4] 宋基华, 陈子真. 微积分发展史与高等数学教学改革[J]. 北京电子科技学院学报, 1994, 2(1): 80-81.
[5] 尹洪武, 赵会娟. 解析几何发展简史[J]. 中国环境管理干部学院学报, 2003, 13(3): 58-60.
[6] 张良勇, 董晓芳. 常微分方程的起源与发展[J]. 高等函授学报(自然科学版), 2016, 20(3): 34-36+39.
[7] 刘明颖, 李文涛. 泰勒公式课堂教学的研究[J]. 高师理科学刊, 2015, 35(9): 79-83+100.