

常微分方程教学改革的探索与实践

加羊杰

青海师范大学数学系, 青海 西宁

收稿日期: 2023年7月3日; 录用日期: 2023年8月1日; 发布日期: 2023年8月7日

摘要

常微分方程是数学类本科专业开设的一门专业主干课程, 常微分方程的教学现状对应用型人才的培养是不利的。本文结合作者的实际教学体会, 提出要注重培养学生的学习兴趣, 突出教学中的师生互动与课程的教学现状, 对于如何学好本课程, 提升课堂教学、促进创新思维的培养及丰富教学资源等方面作了一些初步的探讨。

关键词

常微分方程, 教学改革, 教学方法, 启发式教学

Exploration and Practice of Teaching Reform on Ordinary Differential Equation

Yangjie Jia

Department of Mathematics, Qinghai Normal University, Xining Qinghai

Received: Jul. 3rd, 2023; accepted: Aug. 1st, 2023; published: Aug. 7th, 2023

Abstract

Ordinary differential equation is a major course for undergraduates of mathematic major. But its current teaching situation is not favorable to applied talents training. Based on the author's practical teaching experience, this paper puts forward that we should pay attention to the cultivation of students' interest in learning, highlight the interaction between teachers and students in teaching and make some preliminary discussions on how to learn the course well, strengthen classroom teaching, promote the cultivation of innovation and enrich teaching resources.

Keywords

Ordinary Differential Equation, Teaching Reform, Teaching Method, Heuristic Teaching

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

常微分方程是数学门类中历史悠久的一门学科，是大学数学专业中的一门主干必修课程。随着非线性科学在学界广受追捧，力学、机械工程、生物、电力工程等也相应快速发展[1]，自然对常微分方程的教学也做出了更高要求。一般来说，地方应用型高校是以培养适合社会需要的一线实用型人才为目标，如何将这个理念渗透到实际的教学实际中去是眼下常微分方程课程教学所面临的关键问题。因此，在教学内容和教学方法上可遵循“精讲以求实用，应用培养能力”的原则，通过对常微分方程课程的学习，使学生具备能够自主分析和解决问题的能力，这是适应社会、满足岗位技能要求的重要保证。然而在实际的常微分方程课程教学活动中，却常面临诸如教学理念落后、教材陈旧、教学方式单一等情况。因此，通过引入新的教学模式、优化教材、更新理念来促进常微分方程教学改革，不失为一条切实可行的重要途径。

2. 注重培养学生的学习兴趣

兴趣是学生学习的直接动力[2]。是否具有浓厚的学习兴趣直接决定了学生学习是否有主动性，当然这也是建立在对课程的内容与性质充分了解的基础上，因此教师应充分激发学生学习兴趣来认识常微分方程的重要性。我认为在讲授常微分方程的具体内容之前更应该要求学生明确个人的理想，只有志存高远，才能激起一个人的学习斗志，也才能在不管遇到什么困难时都能迎难而上。同时也要求学生将志向具体分解成几个阶段，将每一个阶段的学习任务完成好了，最终的志向也就实现了。

教师在此过程中应将常微分方程这门课的精髓和不同学科领域中的主导地位全貌梗概性的展示给学生，让学生充分认识到学习常微分方程的重要性，并将对这门课程的学习衔接到阶段性的任务之中去，最终为理想的实现服务。教师还可以适当地介绍常微分方程的历史来激发学生的学习兴趣，使学生从中受到启迪与感悟。

教师在教学过程中，要保证深入钻研教材，把握教材的相关知识点，让学生了解常微分方程的重要性、历史以及其应用研究来激发学生的学习兴趣 and 自主性只有这样才会由学生更好地发挥出来。

3. 突出教学中的师生互动

在教学过程中，首先要求学生自学，由学生自己提出各种问题，并将之带入课堂，同时要求教师让每个学生充分参与到课堂教学过程中来。课堂上的互动可以按以下方式进行，一是讲授中允许学生提问，二是精心设计问题让学生回答，三是课堂上留足充分的时间以供学生讨论。

4. 根据学习内容选择适当的教学方法

教学方法的不同将导致教学效果差异明显。常微分方程是大学本科数学系数学与应用数学专业师范生人才培养目标的核心课程之一[3]。自然界许多纯数学理论对其他学科领域的研究和应用都是通过微分

方程来实现的，众所周知的牛顿运动定律、万有引力定律等都能归结为常微分方程描述的数学模型。作为教师应当在课堂教学中让学生尽可能深入地从事物属性的实际背景出发来建立和构造相应的微分方程模型，引导学生运用所学的知识来解方程，并让学生建立微分方程模型，对模型做出合理正确的解释和评价以解决实际问题，进而实现提高学生就业竞争力的目的。同时，在布置习题作业时也应注意渗透数学建模思想，依据学生的实际情况引入数学模型，设置一些实用性、拔高性、趣味性、开放性的习题，为学生提供可以拓展思维和探索创新的空间。

常微分方程第一章讲述基本概念和发展历程。这部分建议分配给学生，让学生课后去查阅资料，提出问题，课堂讨论，最后由教师进行点评和总结。这样可以让学生都能参与到教学中来，充分地调动学生的学习自主性。

第二章为一阶微分方程的初等解法。在第二章内容的讲解过程中，任课教师可列举一些现实生活中的具体例子穿插进教学活动中，使得所学知识点数学模型和理论更加真实、直观、生动。这样可以使学生更加明确学习目的，使教师能更加充分地调动起学生的学习积极性。任课教师还可以有针对性地将一些具体的例子布置成课后作业，让他们用所学的基本理论知识建立数学模型，在实践中学习理论，用所得理论指导实践。

第三章为一阶微分方程解的存在定理。这部分内容是常微分方程的理论核心。因为比较抽象，所以学生学习起来普遍觉得枯燥、困难。这部分内容在讲授之前要求学生必须提前预习，任课教师可借助多媒体，对解的存在唯一性定理、解的延拓定理、解对初值的连续性和可微性定理的证明步骤和思路展开详细讲解。在本章讲解结束后，可以给学生概括性的用泛函分析中的 Banach 不动点理论证明和唯一性定理，拓展学生视野。

第四章为高阶微分方程。高阶微分方程是一阶微分方程的理论推广，它与一阶微分方程理论既有联系又有区别。这部分内容的讲解更适用于启发式的教学方法，启发和引导学生发现问题，解决问题。(啥意思，不懂：从不同类型的高阶微分方程模型的求解方法，并找出这些模型解决方法的区别和联系，以及这些方法的适用范围。)

第五章为线性微分方程组理论[4]。将内容的理论、证明、解题思想和一阶微分方程的基本理论完美融合了矩阵理论。故而结合一阶微分方程的基本内容，即采用类比法进行教学是学习这部分内容的有效途径。

第六章为非线性微分方程。这章内容研究价值和应用性比较强，任课教师可以向同学们讲解各种具体的数学模型，这样大大降低了学习难度。

5. 重视教学手段的利用

随着信息技术高速发展，很多常微分方程问题都可以用数学软件来进行求解，大幅度节约了人力、物力。如将多媒体教学引入课程教学中，可使学生在解题过程中，在有限的时间内学到更多的知识。或者利用多媒体课件的特点，图文和音频共同作用，营造一个良好的教学情境，让学生的各种感官有机结合起来，充分调动学生的学习积极性。也可以开发网络资源共享平台，利用网络环境的开放性、创造性、交互性，实现资源共享、优势互补。让教师和学生之间由传统的教与学关系转化为平等讨论、互相促进的关系，同时也有利于学生培养自觉学习的主动性。亦或是课外探究撰写小论文，鼓励学生对感兴趣的内容进行课后探究，撰写小论文。

因此，要求学生掌握一定的数学软件并学会以此来求解常微分方程是非常有必要的。任课教师可根据学生在课堂上的接受程度每周适当安排学生上机，使用数学软件来解决一些基础的常微分方程问题。

6. 科研与教学相结合

学生学习的效果如何, 必须通过有效的方式进行考核。当前课程的期中和期末考试命题一般都是课本上的理论部分, 缺乏开放性的应用题以及考查学生灵活应用所学知识解决实际问题的题目, 不能充分体现学生学习的积极性和主动性。我们必须要在考试命题和考试方式上做一些改革, 改变以前的考试模式[5]。在学习常微分方程过程中有针对性地训练学生的科学研究能力, 有利于学生今后选择从事科学研究工作。仅仅学习书本上的基础理论是不行的, 教会学生运用所学知识解决现实生活中的具体问题很有必要。任课教师可以根据学生的实际情况提供一些基础的科研题目让学生试着去做, 并给予具体的指导, 也可以定期邀请国内外的专家来学校讲学和开展讨论课, 让学生了解常微分方程领域学术前沿。通过同科研专家的交流, 可以使学生更加了解这门课的重要意义、增强学生克服困难的能力。

7. 融入数学思想方法升华教学内容

在常微分方程这门课程的课堂教学过程中, 主要以具体的教学内容为载体, 将数学证明、推导、思想方法融入其中, 从而促进学生深入理解知识, 全面开拓思维, 同时提高学生的综合素质。如化归数学思想在微分方程模型的解题中, 在常数变易法、代换法、逐次逼近法中都有所体现。化归思想主要是指在数学问题的模型解决过程之中, 将需要解决的数学模型问题进行转化, 由繁化简, 将复杂困难的问题通过不同求解方法转化成简单的问题, 将特别复杂的数学模型未解决的问题化为已解决的问题[6], 在一阶微分方程的初等解法中, 抓住数学模型可分离变量方程和恰当方程两个中心, 利用化归思想将其他几种类型的方程都归结为这两种方程。在待解决的问题与已解决的问题之间, 化归思想相当于两者之间的桥梁, 构架起了两者之间的联系, 因此, 教师在教学的过程中将数学思想方法融入其中, 不仅可以让学生更加深入的了解问题的本质, 使得学生可以在更高的层次看待问题, 理解学习的内容, 还能够体会问题的内涵和意义[7], 从而促进学生领悟学习方法。学生在掌握和加深了解之后, 也会在课程学习之中形成将数学思想方法融入问题解决过程意识, 对于问题敢于接受挑战。

除此之外, 学生的已有认知结构概括度越来越高, 所涉及的范围也越来越广, 那么就更容易对新的知识进行同化。例如在微积分和线性代数的学习中, 微积分和线性代数包含大量数学的经典思想、方法和原理, 换元法会经常被使用, 主要是由于换元法的概括度高并且所包容的范围比较广, 该方法通过换元把复杂的数学模型化简单, 化难为易, 实现了从未知向已知的转化, 进而达到解决问题的目的。这一方法在常微分方程中关于一阶非齐次微分方程或者可以化为齐次微分方程的求解问题、Bernoulli 方程的求解问题、常微分方程的参数解以及 Riccati 方程的求解问题也都有巧妙的计算和应用。

8. 结合数学建模竞赛运用微分方程基本理论

常微分方程课程的特点是“从实践中来, 到实践中去”微分方程在力学、光学、火箭、生物技术、物理、化学等学科中都有微分方程的应用, 可以称之为是对自然科学领域和工程技术领域中各种不同系统的数学描述, 很多常微分方程反映的是物理、生物、化学以及气象中的关系模型, 因此, 教师应该重视对微分方程的应用, 并在实际的教学过程中加强应用, 将培养学生的学习兴趣和增强学生学习的积极性双向并举, 激发学生的热情。教师在教学时要应当注意将数学建模思想引入其中, 可以先给学生们讲述一些生活中的实际背景, 建立数学模型将理论求解以及解的实际意义, 还可以结合全国数学建模竞赛培训课程给学生介绍捕鱼问题、单摆问题等。能够使使学生更加理解常微分方程模型, “从实践中来, 到实践中去”的含义, 激发学生对常微分方程的学习兴趣。

9. 小结

总之,常微分方程教学适应新时代的发展要求,势在必行。教学过程中必须结合数学专业培养模式和数学专业培养目标,真正做到以学生为中心,切实提高学生的实际应用能力和独立创新能力,任课教师要成为学生实践能力的指导者和教学质量的监控者,让一切教学都服务于学生的成长。教学过程是师生之间共同活动、共同参与的纽带和桥梁,只有在教师的教与学生的学共同努力下,才能真正提升常微分方程课程的教学质量,才能真正意义上提高学生的数学素养,才能提高每个学生的就业竞争力。如何通过常微分方程教学改革更有效地培养学生成为应用型人才,仍然是当今社会以及我们数学教育所面临的一个十分重要的研究课题,我们将更加努力地探索和实践。

基金项目

青海省科技厅基础研究项目(2021-ZJ-708);青海师范大学教学研究项目(qhnujy2021126)。

参考文献

- [1] 王高雄,周之铭,等.常微分方程[M].第四版.北京:高等教育出版社,2020.
- [2] 钟秀蓉.本科自动化专业常微分方程教学之改革与实践[J].内江科技,2009,15(4):46.
- [3] 张伟年.本科数学专业常微分方程教学改革与实践[J].高等理科教育,2003,13(1):19-21.
- [4] 刘会民,等.常微分方程课程教学模式的改革与探索[J].数学教育学报,2006,15(1):72-74.
- [5] 张宝善.大学数学教学现状和分级教学平台构思[J].大学数学,2007,23(5):5-7.
- [6] 陈林.浅析常微分方程教学改革[J].科技视界,2018(18):63-64.
- [7] 何春花,郑群珍,姬利娜.常微分方程课程教学改革的探索与实践[J].河南教育学院学报(自然科学版),2014,23(2):68-69.