

金课视域下融入课程思政的高等数学 教学案例设计

——以《数列的极限》为例

张作政, 王 晶

长沙学院数学学院, 湖南 长沙

收稿日期: 2023年12月25日; 录用日期: 2024年1月23日; 发布日期: 2024年1月30日

摘 要

本文以数列的极限为例将思政教育与高等数学教学有机结合, 在知识传授和能力培养的同时对学生价值观塑造进行引导, 剖析了数列极限中蕴含的思政元素, 并给出了数列的极限教学中实施课程思政的具体教学设计过程。

关键词

高等数学, 课程思政, 数列极限

Case Design of Higher Mathematics Teaching with Integration of Ideological and Political Education from the Perspective of Golden Course

—Taking “Limit of Series” as an Example

Zuozheng Zhang, Jing Wang

College of Mathematics, Changsha University, Changsha Hunan

Received: Dec. 25th, 2023; accepted: Jan. 23rd, 2024; published: Jan. 30th, 2024

Abstract

Taking the concept of the limit of the number series as an example, this paper organically com-

bines ideological and political education with the teaching of higher mathematics, guides the shaping of students' values while teaching knowledge and ability training, analyzes the ideological and political elements contained in the limits of the number series, and gives the specific teaching design process of implementing curriculum ideology and politics in the teaching of the concept of the limit of the number series.

Keywords

Advanced Mathematics, Curriculum Ideology and Politics, Sequence Limits

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

立德树人是我国高等教育的核心任务,要育人必先立德。2016年,在全国高校思想政治工作会议上,习近平总书记强调要坚持把立德树人贯穿于教育教学全过程,实现全过程育人、全方位育人,努力开创我国高等教育事业发展新局面[1]。2018年6月,在新时代全国高等学校本科教育工作会议上,教育部部长陈宝生提出只有将价值塑造、知识传授和能力培养三者融为一体才能落实立德树人的根本任务,要把加强“课程思政”建设提升到中国特色高等教育的制度层面来认识,同时提出建设有深度、难度、挑战度的“金课”[2],阐述了建设“金课”高阶性、创新性和挑战度的“两性一度”的“金课”建设标准。随后,教育部印发通知,要求全国高校全面梳理各门课程的教学内容,切实提高课程教学质量。剔除“水课”、建设“金课”,合理提升学业挑战度、增加难度与深度。建设“金课”,是新时代我国高等教育改革的重要目标,是落实立德树人根本任务的具体举措。“金课”建设的实质是要提高高等教育本科教学质量,促进大学质量文化建设。“金课”建设着眼高水平本科教育的核心环节,通过深化与本科课程相关的教育教学改革,力图把教学改革成果落实到课程建设上,也是在高等教育本科领域坚持教育改革、积极践行、尝试中国教育之路的创举。各高校在金课建设中都特别关注课程中思政元素的融入与方法,课程思政一度成为老师们教学过程中的焦点与难点。

高等数学作为理工科专业的一门公共基础课,蕴含了丰富的思想政治教育资源,只要教师在教学过程中找到合适切入点,将二者有机结合在一起,就能真正做到全程育人,全方位育人。本文将以高等数学课程中“数列的极限”为例,阐述一流课程建设中如何通过渗透思政元素达到“金课”的标准。彭双阶等人强调,在专业课程教学中实施课程思政,需要把知识传授、能力提升、价值引领有机融合[3]。朱永婷等立足于高等数学的教学内容,将知识传授与价值引领相结合,从数学中的历史故事、哲学思想、数学家的典故、人文素材等四个方面探讨了如何在高等数学课堂上融入思政教育[4]。吴慧卓[5]以《高等数学》为例,阐述了课程思政的内涵,以实现从思政课程到课程思政的转化。孙和军等[6]结合数学学科特点和课程育人定位,设计切合实际的思政映射和融入点,选择合适的教学手段和方法,无痕地将思政元素融入课程教学。潘璐璐等以函数曲线的凹凸性为例,提出了一种理工科教师实践课程思政的逻辑架构[7]。本文主要是从思政元素与实际案例的结合为出发点,给出了课程思政元素融入高等数学教学设计的具体过程。

2. 融入课程思政的数列的极限概念教学设计

2.1. 学情分析

该课程的授课对象是大学一年级理工科各专业的学生,学生刚从中学阶段的应试教育阶段向大学里

的专业技能教育转变阶段, 学生具备一定的初等数学基础知识, 大部分学生都是被动式学习, 主动学习意愿不强, 要结合发展前沿生动有意义的案例来进行学习, 提高学生们的学习兴趣, 从“要我学”转变为“我要学”。为将来的专业学习打下良好的基础。

2.2. 教学目标

知识目标: 理解数列极限的概念并掌握极限的思想方法; 了解数列极限的定义, 并能够证明一些简单数列的极限; 理解数列极限的几何意义。

能力目标: 培养学生的思维能力, 充分挖掘学生思维的批判性和深刻性, 以及潜在的发现能力和创造能力; 引导学生自主探究, 培养学生深入思考自主学习的能力和观察抽象概括能力。

情感目标: 培养学生的数学学习兴趣, 同时通过数列极限概念的教学, 来揭示数学世界中的辩证关系, 引导学生从有限中认识无限、从近似中认识精确、从量变中认识质变, 培养学生的辩证唯物主义观点; 了解中国古代数学文化, 激发学生的文化自信和民族自豪感, 增强爱国主义情怀; 培养学生探索的精神以及数学转化的思想。

2.3. 教学重点与难点

教学重点: 数列极限概念的理解。

教学难点: 利用数列极限定义证明数列极限。

3. 教学过程

3.1. 课前任务

老师发布课前任务, 同学们自行完成任务。

任务 1: 回顾数列的相关知识;

任务 2: 通过阅读芝诺悖论, 了解有限与无限的辩证关系;

任务 3: 思考判断等式“ $0.99999\dots = 1$ ”是否成立。

3.2. 创设情境, 兴趣导入

首先播放飞人刘翔夺得 110 米栏世界记录视频, 通过视频情景, 让同学体会人类速度极限的意境。生活中“极限”二字一般出现在人们认为不可逾越的数值。挑战极限成了当今最时髦的词语和活动。登珠峰, 穿越两极, 打破 100 米的世界记录等是冲击人类体能的“极限”, 中央电视台大型励志挑战节目《挑战不可能》都是对人类各种本领的“极限”的挑战。通过生活中的极限引起学生的情感共鸣, 激发学生学习的热情, 了解社会整体运动科技水平, 提高国情意识, 促进社会责任感。

数列极限是大学一年级新生接触的较难的知识点, 为了使得学生更好的理解和掌握数列极限的思想, 可向学生介绍我国古代学者对数列极限思想的贡献。从两个问题出发来寻找共性。

1) 我国魏晋时期大数学家刘徽利用圆的内接正多边形来推算圆的周长的方法——割圆术。

2) 战国时期哲学家庄周在《庄子·天下》写道: “一尺之捶, 日取其半, 万世不竭。”非常形象地描述了一个无限的过程。

学生了解中国古代学者创造的辉煌历史, 激发学生的文化自信和民族自豪感, 厚植了爱国主义情怀。

3.3. 归纳总结, 形成概念

刘徽的“割圆术”和庄周的“截丈问题”, 理论上可行, 实际上达不到。提出问题: 这种无限的思想在数学上怎么解释呢? 先回顾高中数列定义:

定义 1: 若函数的定义域为全体自然数 N , 则称函数 $x_n = f(n)$ 为数列, 记作 $\{x_n\}$ 。

用无限的思维研究数列就是讨论当 n 无限增大时, 对应的 $x_n = f(n)$ 能否无限接近于某个确定的值。探索下列数列的变化趋势:

$$1、x_n = \frac{n-1}{n}, \quad 2、x_n = \frac{1+(-1)^{n-1}}{2},$$

$$3、x_n = 2n, \quad 4、x_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n}。$$

可结合 Matlab 软件绘图观察数列的变化趋势, 见图 1。

总结出数列极限的描述性定义:

定义 2: 对于数列 $\{x_n\}$, 如果当 n 无限增大时, 数列的一般项 x_n 无限地接近于某一确定的数值 a , 则称常数 a 是数列 $\{x_n\}$ 的极限, 或称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a 。记为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a。$$

如果数列没有极限, 就说明数列 $\{x_n\}$ 是发散的。

极限思想中体现了量变与质变的辩证关系。没有量变的积累, 质变就不会发生; 量变达到一定程度一定会引起质变的发生; 事物发展形式都是从量变开始, 到质变终结。结合中国共产党的百年奋斗历程, 教育学生在学习中要有追求卓越的精神, 树立远大目标, 然后选择科学的方法, 一步一个脚印脚踏实地向前进。

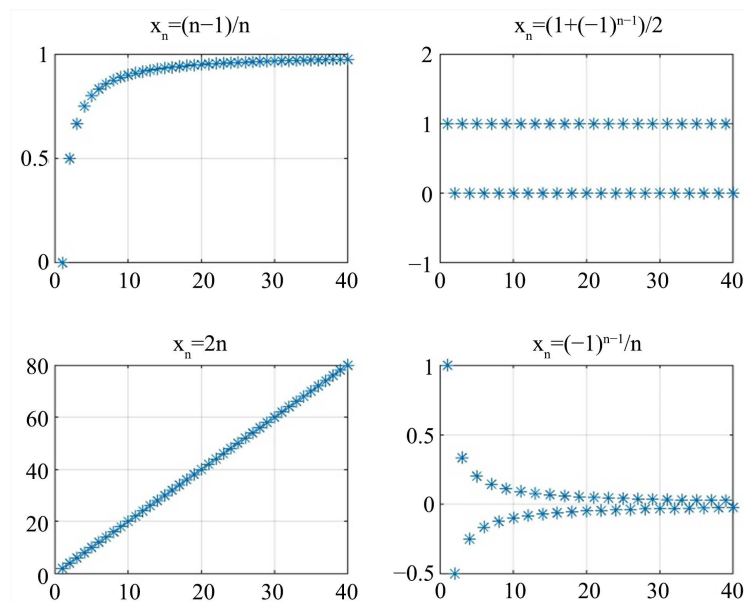


Figure 1. Sequence image
图 1. 数列图像

3.4. 深入探究, 强化概念

再次观察图 2 中数列 $x_n = \frac{n-1}{n}$ 的极限?

观察得到数列 $x_n = \frac{n-1}{n}$ 的极限为 1。

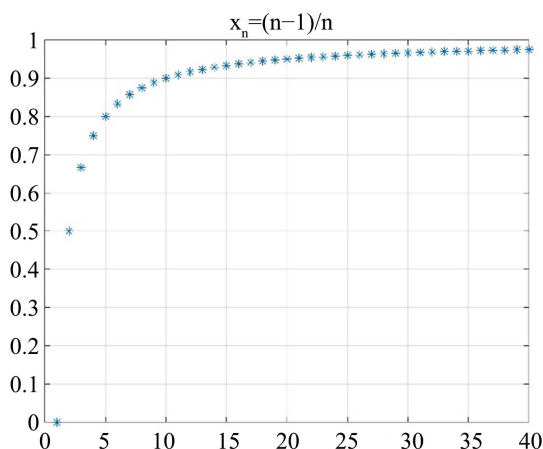


Figure 2. Sequence $x_n = (n-1)/n$

图 2. 数列 $x_n = (n-1)/n$

提问: 数列 $x_n = \frac{n-1}{n}$ 的极限为什么是 1, 而不是 1.1 或 1.01?

让学生体会到数列极限的描述性定义虽然通俗易懂, 但不精确, 不能够精准刻画极限的本质特征。科学的极限定义必须超越直观与想象, 能在逻辑推理与运算中具有可操作性, 必须将“无限增大”, “无限接近”定性描述转化为精准的定量刻画。

思考 1: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} = 1$ 表示当 n 无限增大时, 数列的一般项 $\frac{n-1}{n}$ 无限地接近 1, 那么如何用数学语言描述 n 无限增大时, $\frac{n-1}{n}$ 无限接近 1?

思考 2: 若可以用 $\left| \frac{n-1}{n} - 1 \right|$ 的值来度量 $\frac{n-1}{n}$ 与 1 的接近程度, $\frac{n-1}{n}$ 无限接近 1 等价于 $\left| \frac{n-1}{n} - 1 \right|$ 无限小, 那么如何证明当 n 无限增大时, $\left| \frac{n-1}{n} - 1 \right|$ 无限小?

教师引导学生继续观察图像, 可以发现随着项数的增加, x_n 与 1 之间的距离越来越近, 即 $|x_n - 1| \rightarrow 0$, 也即 $|x_n - 1|$ 可以任意小。于是若给定任意小的正数, 从某项之后, 所有项都满足 x_n 与 1 之间的距离小于这个正数。下面是具体定量分析见表 1。

Table 1. Quantitative analysis of sequences

表 1. 数列的定量分析

给定的正数 ε	从 $N+1$ 项开始	都有 $\left \frac{n-1}{n} - 1 \right < \varepsilon$
$\varepsilon = 0.1$	$N = 10$	$\left \frac{n-1}{n} - 1 \right < 0.1$
$\varepsilon = 0.001$	$N = 1000$	$\left \frac{n-1}{n} - 1 \right < 0.001$
$\varepsilon = 0.00001$	$N = 100000$	$\left \frac{n-1}{n} - 1 \right < 0.00001$
.....

归纳总结: 可引入希腊字母 ε 表示任意小的正数, 对于给定的 ε , 都可以找到一个 N , 当 $n > N$ 时, $\left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon$ 。

数列极限的精确($\varepsilon-N$)定义:

定义 3 若对任何 $\varepsilon > 0$, 总存在正整数 N , 当 $n > N$ 时, $|x_n - a| < \varepsilon$, 则称数列 $\{x_n\}$ 收敛, a 称为数列 $\{x_n\}$ 当 $n \rightarrow \infty$ 时的极限, 记为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

若数列 $\{x_n\}$ 不收敛, 则称该数列发散。

注:

1) 定义中的正整数 N 与有 ε 关, 一般说来, N 将随 ε 减小而增大, 但 N 不唯一, 我们只注重 N 的存在性。

2) 几何解释: $\{x_n\}$ 收敛于 a , $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 含有 $\{x_n\}$ 的无穷多项, 它之外只有有限项, 即 n 充分大时, x_n 全落在 $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ 内。

数列极限精确定义的探索过程好比“要想铁杵磨成针只要功夫深”, 从而鼓励学生们要勤奋刻苦, 不怕困难。精益求精, 方得始终。

3.5. 实例讲解, 巩固创新

进一步讲解极限例题, 进一步深化巩固概念:

例 1 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ 。

分析: $\varepsilon > 0$ (不妨设 $\varepsilon < 1$), 要使 $\left| \frac{1}{2^n} - 0 \right| < \varepsilon$, 只要 $2^n > \frac{1}{\varepsilon}$, 即 $n > \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) / \ln 2$ 。

证明: $\forall \varepsilon > 0$, 取 $N = \ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) / \ln 2$, 则当 $n > N$ 时, 有 $\left| \frac{1}{2^n} - 0 \right| < \varepsilon$ 。由极限定义可知

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$$

通过这这个例子, 我们看到:

- 1) 首先解不等式 $|x_n - a| < \varepsilon$ (n 是变量), 不等式有解就说明极限存在, 同时也求找到了 N ;
- 2) 整个证明分两段, 前一段是分析, 找 N , 找到 N 后必须给出证明;
- 3) N 是正整数, 所以必需是要取整;

N 不唯一, 所以在解 $|x_n - a| < \varepsilon$ 不等式时, 为使 N 的寻找比较方便, 有时可以适当放大。通过对定理的推导证明过程, 使学生深刻体会科学的科学性和严谨性。帮助学生养成良好的学习习惯、严谨的思维和求实的工作作风; 培养学生持之以恒、坚持不懈的品质精神。

3.6. 课堂小结, 提炼本质

总结数列极限的求解过程如下:

ε 描绘了数列 $\{x_n\}$ 与 a 之间的接近程度, 具有任意性和确性; N 表示 n 增大的程度, 具有不唯一性; 定义中的逻辑关系: 对于任意给定的 ε , 按照 $|x_n - a| < \varepsilon$ 找到 N , 使得当 $n > N$ 时, $|x_n - a| < \varepsilon$ 成立, 也就是从结论出发找条件, 如果满足结论的条件可以找到, 那么结论自然成立。

这个静止的极限符号向我们默默诠释着永远运动, 无限接近的过程。极限就如同我们最初的理想,

不忘初心, 砥砺前行, 精益求精, 无限接近, 方得始终。

3.7. 课后拓展

为了提升学生学以致用能力, 课后选择一些问题, 让学生进行思考、分析解决。同时可以向学生推荐一些数学科普著作, 让学生体会到生活中的数学无处不在, 激发学生在生活中思考数学的热情。

思考题: 科赫(Koch)曲线, 也称雪花曲线, 证明: 它具有无穷大的周长, 而所围的面积确是有限的。

扩展阅读: 阅读数学科普著作《梦想相遇无穷》, 进一步理解极限的概念。通过课后作业的思考与阅读, 进一步认识到数学极限之广, 极限之美, 极限之用。

4. 结语

立德树人是新时代中国特色社会主义教育理论体系的重要组成部分, 把立德树人作为高等教育的根本任务, 是适应新时代、新形势的需要。全面推进课程思政建设是落实立德树人根本任务的战略举措。本教学设计以高等数学中数列的极限知识点为例, 就高等数学课程如何融入课程思政展开了探讨。本教学设计以“飞人刘翔夺得 110 米栏世界记录”视频引入, 然后列举我国古代学者对极限思想的贡献, 激发学生的民族自豪感和民族自信心, 然后归纳总结, 概念深化, 创新拓展这一教学思路进行展开, 对数列极限概念不断探索, 归纳总结。采用启发式直观的教学方式, 让学生由感性到理性, 由有限到无限, 推动学生对数列极限概念知识的建立、理解、运用和拓展。将课程思政元素“润物无声”地融入到数列极限这一概念学习过程中, 最终使得学生在有效的教学情境中达到理解数列极限的概念、领会极限的思想、让学生体验到了数学的理性精神。从而完成学生对知识的感知阶段、理性认识阶段、概括阶段和运用阶段四个阶段的升华, 提高学习兴趣, 达到教书育人的目的。

基金项目

湖南省普通高等学校教学改革研究项目(批准号: HNJG-2021-0210); 湖南省教育科学“十三五”规划课题(批准号: XJK19CGD053)。

参考文献

- [1] 习近平在全国高校思想政治工作会议上的强调: 把思想政治工作贯穿教育教学全过程, 开创我国高等教育事业发展新局面[N]. 人民日报, 2016-12-09(001).
- [2] 吴岩. 建设中国“金课”[J]. 中国大学教学, 2018(12): 4-9.
- [3] 彭双阶, 徐章韬. 大学数学课程思政的课堂教学实现[J]. 中国大学教学, 2020(12): 27-30.
- [4] 朱永婷, 吴奇明. 如何在高等数学课堂融入思政教育[J]. 高等数学研究, 2021, 24(7): 106-108.
- [5] 吴慧卓. 高等数学教学中渗透课程思政的探索与思考[J]. 大学数学, 2019, 35(5): 40-43.
- [6] 孙和军, 王海侠. 科学素养与人文精神的融通——大学数学课程思政教学改革探析[J]. 高等理科教育, 2020(6): 22-27.
- [7] 潘璐璐, 徐根玖, 台炳龙, 张莹. 理工类课程实践课程思政的逻辑及方法——以高等数学函数曲线的凹凸性为[J]. 高等数学研究, 2020, 23(1): 22-25.