

应用型大学数学课程融合模式的探索与实践

王 兵

滁州学院数学与金融学院, 安徽 滁州

收稿日期: 2024年2月1日; 录用日期: 2024年3月5日; 发布日期: 2024年3月12日

摘 要

本文以地方性新建本科院校大学数学课程教学为例, 以提升教学质量为目标, 以强化应用数学能力为导向, 从教学内容融合、教学案例设计等方面对大学数学课程融合进行了理论探索和教学实践。

关键词

课程融合, 大学数学, 案例教学

The Exploration and Practice of Mathematics Curriculum Integration Model of Applied University

Bing Wang

School of Mathematics and Finance, Chuzhou University, Chuzhou Anhui

Received: Feb. 1st, 2024; accepted: Mar. 5th, 2024; published: Mar. 12th, 2024

Abstract

With the purpose of improving the teaching quality and strengthening students' applied mathematics ability, this paper takes mathematics courses of newly established local universities as an example and makes some theoretical exploration and teaching practice on the integration of college mathematics on teaching content integration and teaching case design.

Keywords

Curriculum Integration, College Mathematics, Cases Study

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

1.1. 大学数学课程融合的意义

2017年2月以来,教育部积极推进新工科建设,在主要建设途径层面重点强调了继承与创新、交叉与融合、协调与共享的新理念。在当前新工科如火如荼建设的背景下,高校工科教育对大学数学等基础支撑学科的教学内容设计、教学方式、效果评价等方面提出了全新的要求。如何根据新工科创新人才的培养需求进一步加强大学数学类基础课程建设,实现数学课程之间乃至大学数学课程与专业课程间的交叉融合,提高获取理论知识、解决复杂问题的综合能力和高级思维培养的融合是摆在所有大学数学教学工作面前的首要任务。

在20世纪80年代,美国部分高等院校开始对大学数学课程进行旨在提升培养学生理解数学问题、解决数学问题能力的全面改革。1990年代,美国高等教育界针对线性代数和计算机技术的融合进行了尝试。这次教学改革实践丰富了线性代数课程中的案例教学环节,体现了数学知识的广泛应用性,取得了显著的课程交叉与融合成效。在此期间,德国、日本、英国等国家也进行了大量的数学课程教学改革。这些成功经验为我国大学数学教育的学科整合、课程融合交叉等改革探索提供了全新视角。国内高校也充分意识到学科交叉、课程融合的重要性,并依托各高校现行的课程结构体系开展大学数学类课程群体系的新建和相关的教学改革实践活动。与传统的课程教学相比,课程融合更能够凸显课程教学内容的趣味性、多样性、实用性和探究性等特点。课程融合教学模式更能够激发当代大学生的学习兴趣和研究潜能,更能够培养大学生的团队协作意识和创新精神。在大学数学课程群的建设中,迄今国内已经进行了诸多尝试和研究,取得了一定的效果。如大学数学教学领域考虑数学课程融合的意义[1];在服务专业方面探讨数学在工科专业的教学方案设计[2];在教学手段方面探讨新工科背景下信息技术与数学课程教学的融合[3];在课程群的构建方面围绕大学数学课程群整合与应用案例设计提供课程群教学改革新思路[4];在新形势下探究大学数学课程教材建设改革等[5][6]。

1.2. 新建本科院校大学数学课程教学现状分析

我国95%以上的高校属于地方院校,其中滁州学院(以下简称“我校”)是一典型的多学科应用型本科院校。我校的大学数学教学现状在同类院校中有一定的代表性。长期以来,大学数学课程(主要以高等数学、线性代数、概率统计为主,部分专业开设复变函数与积分变换、计算方法、运筹学和数学建模等课程,其中数学建模课程主要围绕报名参赛的学生进行短期集训)由于课程难度大,课程之间融合不足,课程与专业课程联系不够紧密,不能对专业学习起到更好的支撑作用,因此部分工科专业在制定人才培养方案时把大学数学课程的教学课时逐渐让渡于更多的专业课程或专业的实验实践课程。这也使得大学数学教学任务进一步加重,知识点之间的结合、相近课程之间以及基础课程与专业课程的融合进一步缺失,教学效果也随之出现明显的滑落。

大学数学课程的教学问题在教学过程中表现明显。数学的高度抽象化、推理化的模式通常让学生望而生畏,数学类课程的教育更多的是单纯传授知识的教育,体现的是知识的继承,是一种结果性的教育方式。遵照相对严格的教学计划,数学的学习变成了一种既紧张又茫然的状态。学生对教学内容的掌握过于碎片化、不清楚教学内容的内涵和外延,也就很难将数学运用到实际生产生活场景中去。显然现行

的宽口径、基础化的大学数学教育模式所培养的人才已经不足以满足不同工科专业对数学的要求。然而围绕课程融合开展的教学实践和改革,包括诸多线上教学资源建设,大部分仍恪守教材体系,教学内容相对单一陈旧,课程延展性不足、时代性不强、专业应用缺乏,课程教学改革研究一般也基于单一课程的教学模式,没有与其他相关课程形成合力。鉴于许多实际问题的解决需要诸多学科知识的融合和灵活应用,因此从学以致用角度来看,大学数学课程教学整体上在引导学生思考问题和探究研究方面体现不明显,未能呈现从实际问题出发、建立模型、解决问题的整个应用流程,很难吸引学生学习兴趣、唤醒学生学习的主动性、创造性,进而达到良好的教学效果。

相比单纯传授知识的教育,培养智慧的教育重点关注问题的处理、关键点的转化应用、更加本质的思考等过程。智慧教育很大程度上依赖于知识的理解,决定于对各种知识相互关联的掌握[7]。同时,提升学生数学素养也是我国大中小学数学教学改革的关键词,如何科学构建学生数学素养,揭示学生数学素养的现实图景和课堂教学的现实样态,如何把握数学素养培养的必要性 and 理性开展培养学生素养实践的原则[8],是课程改革成败的关键所在。

因此,为适应新工科的发展以及培养应用数学能力的新工科复合人才需要,对大学数学课程之间以及大学数学课程与专业课程之间的融合和交叉研究势在必行。本文将围绕“课程融合”和智慧教育理念探讨我校新工科大学数学课程建设,重点阐述如何在教学实践中利用问题导向初步实现大学数学课程之间的有机融合以及由此带来的关于课程理论探索和教学实践的尝试。

2. 大学数学课程融合的切入点

2.1. 大学数学内容的相关性

我们知道高等数学的主要研究内容是变量的微分和积分。研究微分的本质是“以直代曲”,因为对非线性的关系很难研究,所以可以尝试用自变量的线性函数去逼近它。根据函数是单变量或多变量、以及一维还是多维,微分可以有多种表现形式,如数、向量、矩阵等。这些不同的表现形式都可以看成是线性代数课程中的重要研究对象——矩阵的特殊情形。所以用矩阵去乘以自变量增量,就能得到函数值的增量的估计。最值优化问题是高等数学研究的重要内容,也是高等数学在实际问题应用的突出体现。如果函数的一阶导数(或偏导数)为零,就可以根据二阶导数(或所有二阶偏导数)构成的矩阵的正定性去判别函数在该点的极值性。此外,梯度、曲线积分、曲面积分等重要的高等数学内容,都可以用代数或几何的相关知识刻画。

相比高等数学与线性代数的内容关联度,概率统计课程与高等数学相关度更高。如离散型分布列涉及级数的绝对收敛,连续型随机变量涉及到积分和导数,诸多重要的概率统计概念,如期望、方差、协方差、矩、分位数等,均需借助级数或积分来表示。复变函数是高等数学的后续课程,对高等数学的依赖度很高。复变函数的解析函数、积分公式、级数理论等内容可以看成高等数学相关内容的延拓版本。同时复变函数的相关理论和方法可以有效地解决高等数学课程中很难解决的一类积分问题和微分方程求解问题。同样地,在高等数学中遇到的很多未能解决积分问题和微分方程求解问题,都可以借助计算方法课程中的数值积分和数值微分方法得到近似解。

2.2. 大学数学内容的应用性

大学数学课程的理论性很强,应用性也很广泛。有很多实例来源于生产生活的各个方面,如利用直纹曲面设计的常见事物(如利用单叶双曲面特性设计的桌椅、利用马鞍面设计的世博公园“引力波”开放舞台、利用抛物面特性设计的汽车车灯等)。诚然,随着工程技术、信息技术、经济管理、社会科学等领域的迅猛发展,数学的应用体现也越来越广泛和深刻。然而实现纯数学到应用数学的过渡,把数学理论

和方法转换成实用的方法，或者反过来把现实世界中有趣的现象抽象成纯数学问题进行研究，都需要各个领域的研究者共同努力。因此，要想让学生体会到数学的重要性，尤其是与时俱进的重要应用体现，数学的教育工作者就需要与各领域的专家学者学习交流，把握比较精准的尺度，才能确保大学课程案例的鲜活性和适用性，让学生深刻认识到数学的应用价值和前景。

大学数学课程中确实有部分涉及物理学、工程学、经济学等方面的应用，然而不足之处在于限于篇幅，很多问题的背景交代不清，变量之间的关系式是直接给出的，学生仍旧是在应用框架下作计算。然而相比计算过程，可能学生更感兴趣的问题是变量之间的关系式是如何建立起来的、求解结果是否与实际情形吻合等等。同时很多案例也带着诸多限制：如在高等数学中利用拉格朗日乘法时，约束条件均为等式约束，但很多现实问题如生产运输等问题中约束条件既有等式约束，也有不等式约束。合理转化不等式约束显得尤为重要。概率统计中很多随机变量之间都需要独立性条件，在实际问题中如何判定两个影响因素之间是否独立？只有将这样的问题处理好，才能够将理想的理论知识与实际问题相结合。在这个环节中，教师需要围绕教学内容，精选案例嵌入点，以完整的案例形式将问题的提出、转化、建模、计算、分析、反思等过程呈现出来。教师应将学生引导至相关模块，让学生了解问题背景，通过学习理论去思考如何分析问题、转化问题、并最终解决问题。比如在针对网络工程专业的线性代数教学中，行列式的计算涉及到的主要方法为高斯消元法。结合网络工程专业特点，让学生围绕小型、中型行列式、特殊行列式等去分组编程实现行列式的算法，并分析算法的优缺点。在编程过程中，学生不仅掌握了消元法的步骤，而且对算法实现行列式的计算以及算法的复杂性有效性等都进行了有效思考和分析。

3. 内容融合的实现途径

3.1. 关联课程的内容整合

课程融合的目标是知识的延伸和拓展以及知识的应用体现。这一过程或多或少会增加教学内容，因此教材内容的整合就很有必要。内容整合的大致思路是重点讲解概念背景、问题由来、问题转化，摒弃或淡化严格的推理过程和大量重复的脱离实际背景的练习，同时对相近或相关的知识点进行整合处理，强调重要概念的提纲挈领的主线作用。比如在学习不定积分和定积分的积分法时，就可以重点讲两者研究对象的差异，而从不定积分继承过来的换元与分部积分法就可简要带过；在讲完定积分后，后续的二重积分、三重积分、曲线积分、曲面积分等都可以重点讲背景、讲转化，同时微积分基本公式都可以统一成广义的 Stokes 公式，引导学生从更一般的层面看待结论。在学习线性代数中的向量组的线性关系时，可以围绕线性方程组的求解理论这一主线展开，一定程度上摒弃掉一些等价命题或者二级结论。在学习概率统计课程中，期望、方差、协方差、矩的概念本质上都是期望，因此，强调概念的应用意义比简单的计算更重要等等。

3.2. 自然的问题引入

课程融合离不开案例教学。在这个过程中问题引入要恰当，既不能太简单，让学生轻易得到答案，也不能过于艰涩难懂，让学生望而生畏。一个合适的问题要紧紧密结合课堂内容，又能够让学生积极思考，带着问题去探究，下面举例说明。

$$\text{问题一：} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = ?$$

问题分析：如果取 $n = 100,000$ ，则可知 $12 < \sum_{i=1}^{100,000} \frac{1}{i} < 15$ ，直观上感觉这个和式应该是有限数(增长速度过慢)，但该级数实际上是发散的，也即它的值为无穷大，这种冲突产生的内在原因是什么？

问题二：在考虑微分积分这对互逆的运算时，为什么积分要复杂得多？为什么有些可积函数的原函数不是初等函数？

问题分析：在以往的加减互逆运算、乘除互逆运算中，互逆的两种运算复杂性相当。这里的微分积分互逆运算表现却截然不同。如何说明一个可积函数没有初等函数形式的原函数是一个有趣但又不能容易解决的问题，解决策略需要涉及到数学的多个分支。

以上两个问题都属于认知冲突类型，学生在学习这些概念时会产生疑问，如果加以引导，以问题作驱动，让学生开展探究活动会极大程度地加深学生对概念的认识。

问题三：在方程 $f(x) = 0$ 求根问题中，二分法是非常有效的，如果 $f(x)$ 可导，有没有更好的方法？

问题四：如果积分 $\int_a^b f(x) dx$ 存在，但原函数求不出，借助积分估值不等式可以得到一个近似值，但是如果给定精度，如何才能得到一个符合要求的近似值？

以上两个问题在高等数学教学中都有涉及，但解决问题的效果有待提高，属于方法推广改进型。进一步研究该类问题涉及到计算方法的相关内容：问题三需要考虑尽可能快的收敛速度(如梯度下降法、牛顿切线法等)，问题四则涉及到精度高的数值积分方法(矩形公式、梯形公式、辛普森公式等)。这些方法是高等数学课程中所提及方法的推广，也有非常明显的继承性特征。学生可以在自主思考的前提下通过查阅资料完成学习。

3.3. 课程融合的教学实践与效果

理工科学生学习数学的目标之一就是运用数学解决专业学习中的问题或者实际生产生活中的问题。因此，问题驱动的教学方法的恰当使用将有益于整个课程教学环节。在课程教学环节中，需要做到适时跳出教材框架，将问题的研究深化、具体化、应用化。让学生在探索过程中保持学习的兴趣，也能获得深入思考的乐趣，解决问题的成就感。结合本校实际，我们主要围绕如下两个方面开展教学实践。

一是梳理数学课程之间的知识融合点，结合专业特色拓展教学案例，将案例教学作为课程教学的一个常规手段，将应用数学解决实际问题作为课程过程性考核的重要指标。

二是将教学过程分层为教师理论教学、学生实验、学生写作、师生交流反馈等环节。其中教师理论教学部分主要是教师在优化教学设计基础上讲授概念、证明思路、算法思想以及提出相关的应用问题；学生实验则是在理论教学后按照课程教学设计，在每章节后按照教师布置的相关应用问题分组，围绕具体问题建立模型、完成算法设计、编程实现和复杂性分析、问题推广与演变分析等；学生写作是基于教师理论教学和学生实验的基础上，继续查阅文献，阅读资料，将所研究的应用问题提出背景、发展历程、解决方案以及研究前言进行整理完善，重点是突出问题的完整性、程序的有效性、结果的合理性等；师生交流反馈是课程教学是教学过程的落脚点，通过积极反馈互动，让学生对知识理解更全面更深刻，同时引导学生如何做研究，如何去转化分析解决实际问题。在教学过程结束后向学生发放调查问卷，充分了解课程融合的成效和不足，为后续教学持续改进提供方向。如最近一个学期，结合我校 23 级某理工类专业 116 名同学高等数学课程教学中融合效果及反馈设计了调查问卷，问卷主要包括以下几类问题：课程融合的特色和认可度；课程融合的参与度及对自己学习方式的影响；课程融合的效果和反馈意见等。提交的问卷调查可以反映出学生能够认识到课程融合的重要性和必要性；大部分同学反映课程融合提升了自己应用数学的能力以及沟通表达、逻辑思维等能力，开阔了视野；同学们也提出了很好的建议，如可以加入更多的时事案例和工程案例，通过身边的话题更能够引起大家的兴趣，提升课程融合教学的参与度等等。下面我们罗列问卷调查中的三个问题的统计数据(下图 1、2、3)。

问题一、你觉得课程融合模式教学的优势是什么？(多选)

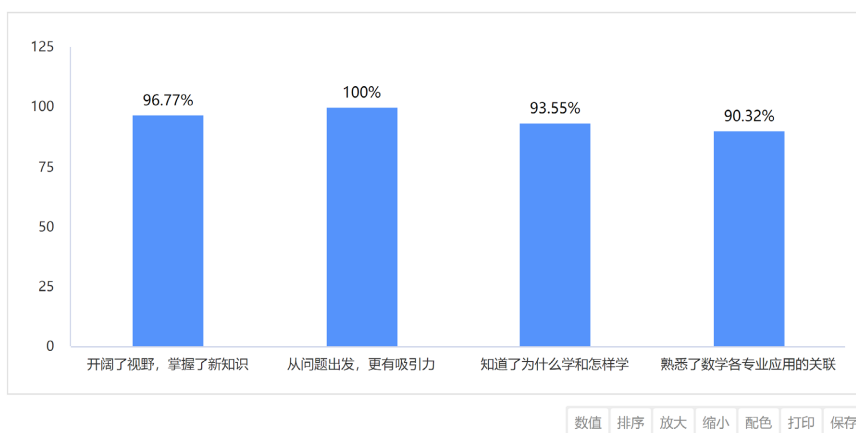


Figure 1. Question 1 statistics

图 1. 问题一统计数据

问题二、你觉得课程实践还有哪些可以改进的地方? (多选)

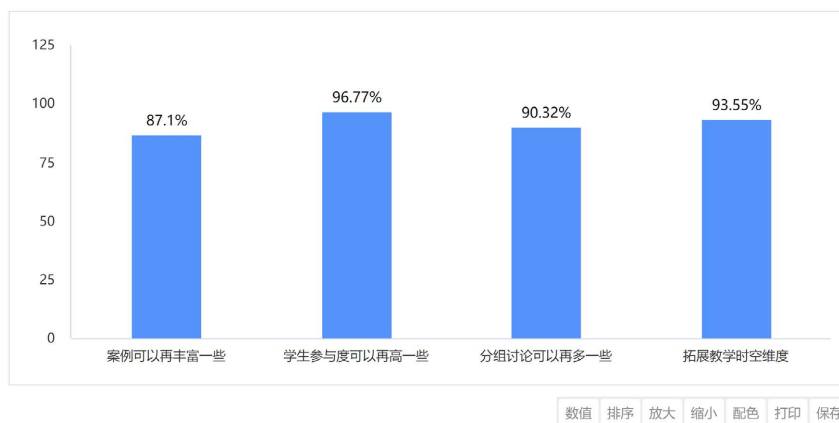


Figure 2. Question 2 statistics

图 2. 问题二统计数据

问题三、你对我们课程融合实践效果的满意度如何? (单选)

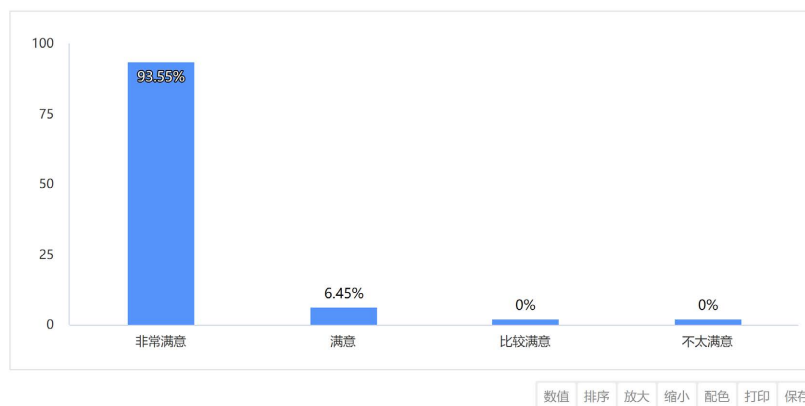


Figure 3. Question 3 statistics

图 3. 问题三统计数据

三是利用好在线课程教学平台,充分发挥平台教学资源容量大、题材丰富以及师生交流互动方便等特点。知识点的融合一定程度上体现了知识的拓展性,交叉学科的知识融合应用也需要不同特长的学生进行思想碰撞。学生们可以围绕一个共同问题展开充分讨论,在分析解决问题的同时,提升了应用数学解决实际问题的能力以及团队协作、积极进取的科学素养。

4. 结语

目前,课程融合、多学科融合交叉是解决科学和技术问题的创造性方法之一。应用所学知识解决实际问题的模式已经成为各高校培养学生创新能力的一种重要方式。通过案例教学可以将学生的视野吸引到解决实际问题上,进而提高学生的学习积极性和主动性,提升学习效能。本文以数学类课程之间的融合为引,初步探讨知识融合的必要性和部分教学实践设置,以期为将来数学课程在专业课程教学和专业应用方面发挥更好的作用提供助力。

基金项目

安徽省教学研究项目(编号 2020jyxm1338, 2020jyxm0653);滁州学院教学研究项目(编号 2019jyz021)。

参考文献

- [1] 洪湖兴. 在教学中加强《高等数学》与线性代数的联系[J]. 工科数学, 1994(10): 164-172.
- [2] 张长勤, 岳超慧. 工程数学教学改革探索与实践[J]. 大学数学, 2014, 30(4): 45-47.
- [3] 谢加良, 朱荣坤, 宾红华. 新工科理念下线性代数课程教学设计探索[J]. 长春师范大学学报(自然科学版), 2018, 37(2): 131-133+138.
- [4] 杨文霞, 何朗, 刘扬. 新工科背景下工程数学课程群教学改革与实践——以武汉理工大学为例[J]. 大学教育, 2020(1): 25-27.
- [5] 李晓峰. 新形势下高校优秀教材的特征与开发建设[J]. 中国大学教学, 2020(9): 86-90.
- [6] 杨慧卿. 地方应用型本科高校经管类“高等数学”教材建设实践[J]. 滁州学院学报, 2021, 23(2): 124-126.
- [7] 史宁中, 柳海民. 素质教育的根本目的与实施路径[J]. 教育研究, 2007(8): 10-14, 57.
- [8] 吴晓红. 数学素养: 从理论到实践[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2019: 1-59.