

# Maple软件在常微分方程教学中的应用

李 钊

成都大学, 计算机学院, 数学基础部, 四川 成都

收稿日期: 2024年2月15日; 录用日期: 2024年3月14日; 发布日期: 2024年3月22日

## 摘 要

Maple软件是一个非常重要的数学软件之一, 具有强大的符号计算和数值计算能力。本文最主要的目的是将Maple软件应用在常微分的定性分析和求解的教学过程中。一方面, 通过Maple软件绘制相图, 通过平面相图, 更容易获得微分系统的平衡点的中心点和鞍点。另外一方面, 基于Maple软件的强大计算功能, 可以很容易获得常微分方程的通解。

## 关键词

常微分方程, Maple软件, 定性分析

# The Application of Maple Software in Teaching Ordinary Differential Equation

Zhao Li

Department of Mathematics Fundamentals, School of Computer Science, Chengdu University, Chengdu Sichuan

Received: Feb. 15<sup>th</sup>, 2024; accepted: Mar. 14<sup>th</sup>, 2024; published: Mar. 22<sup>nd</sup>, 2024

## Abstract

Maple software is one of the most important mathematical software, which has powerful symbolic and numerical computing capabilities. The main purpose of this article is to apply Maple software in the teaching process of qualitative analysis and solution of ordinary differential equations. On the one hand, drawing a phase diagram using Maple software makes it easier to obtain the center and saddle points of the equilibrium point of the differential system through a planar phase diagram. On the other hand, based on the powerful computing capabilities of Maple software, it is easy to obtain general solutions to ordinary differential equations.

## Keywords

Ordinary Differential Equations, Maple Software, Qualitative Analysis

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

近年来,随着科学技术的快速发展,常微分方程的定性分析和求解问题已经成为了物理学、通信和工程技术等领域中必不可少的数学工具,也是非线性常微分方程理论研究的必备基础理论[1] [2]。在常微分方程的教学中,有一章节专门介绍了微分方程的定性分析方法和求解问题,由于常微分方程课程的内容具有高度的抽象性,并且学时非常少,不容易被学生所理解。为了提高常微分方程的课堂教学质量,激发学生对常微分方程定性分析和求解的学习兴趣,适应高等学校教育教学改革的需要,在常微分方程教学中,在多媒体教学背景下引入 Maple 软件[3] [4] [5]的教学是迫在眉睫的事情。

## 2. Maple 软件的简介和应用

Maple 软件[6]是由加拿大滑铁卢大学研发是一个非常强大的数学和工程计算软件,被广泛应用在物理学、数学、工程技术和教育等领域中,它不但可以处理大量的数学运算,还具有非常强大的符号计算能力,被称为“数学家的软件”。近年来,随着计算机技术的快速发展,Maple 软件已经被广泛的应用在数学的教学和科研中。例如,在文献[7] [8] [9]中,许多专家和学者已经将 Maple 软件应用在高等数学和线性代数的教学中,并且获得了非常好的教学效果,还进一步激发了学生的学习热情和学习兴趣。在文献[6]中,李姝敏从一阶常微分方程的求解、常微分方程的级数解等方面介绍了 Maple 软件的应用。但是,对于 Maple 软件在常微分方程的相图的绘制、复杂的高阶的常微分的求解等方面,目前报道的文献仍然还很少。本文基于 Maple 软件的强大计算功能,将其应用在常微分方程定性分析和求解的教学中,目的是将复杂的数学公式可视化,提高课堂的教学质量。

## 3. 利用 Maple 绘制微分系统的相图

常微分方程的相图是指微分方程的解在相平面上的轨迹所组成的图形,相平面是以微分方程的未知函数及其导数为坐标轴的平面。在不求解微分方程的情况下,可以通过绘制相图分析微分方程解的行为。通过 Maple 软件,绘制常微分方程的相图,这样可以通过可视化的方式进一步理解常微分方程的解的行为和性质。

例 1: 考虑如下的微分系统的平面相图

$$\begin{cases} \frac{dy}{d\xi} = z \\ \frac{dz}{d\xi} = -az + bz^3 \end{cases} \quad (1)$$

微分系统有如下的首次积分:

$$H(y, z) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{a}{2}z^2 - \frac{b}{4}z^4 = h \quad (2)$$

可以根据系统(1)和系统(2)绘制平面系统(1)的相图,如图1所示。

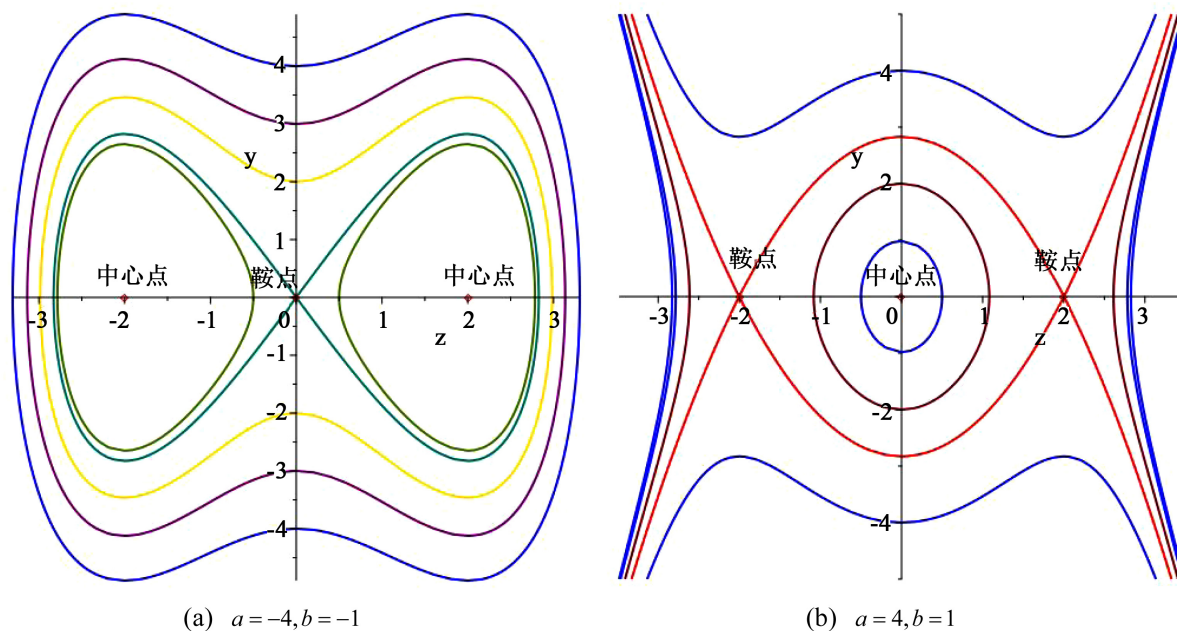


Figure 1. Plane phase diagram of system (1)

图 1. 系统(1)的平面相图

可以通过运行如下的程序可以绘制图 1(a)。

```
restart;with(plots);
b := -1;a := -4;
H := (z, y) -> 1/2*y^2 - 1/4*b*z^4 + 1/2*a*z^2;
solve(b*z^3 - a*z = 0, z);
z0 := 0;z1 := 2;z2 := -2;
A := implicitplot({H(z, y) = H(0, 2), H(z, y) = H(0, 3), H(z, y) = H(0, 4), H(z, y) = H(0.5, 0), H(z, y) =
H(z0, 0), H(z, y) = H(z1, 0), H(z, y) = H(z2, 0)}, z = -10 .. 10, y = -5 .. 5, color = blue, thickness = 2);
B := plots[pointplot]([[2, 0], [-2, 0], [0, 0]], axes = normal, thickness = 6, color = red);
display(A, B);
```

运行(Enter 键),即可得到图 1(a)。同时,也可以通过 Maple 软件绘制图 1(b)的相图。由于图 1(b)的程序与图 1(a)的程序相似,因此,这里省略。

通过以上的例子,可以得出一个重要的结论: Maple 软件辅助常微分方程教学的重要性,可以通过 Maple 软件与常微分方程学习的章节之间的衔接点,利用 Maple 软件的强大计算能力和可视化能力,将现代的 Maple 数学软件辅助教学引入到常微分方程的教学中,给课堂教学全新的、生动的和可视化的教学体验。而且,通过运行 Maple 数学软件的代码,学生可以通过平面相图更清晰的和高效的获得平面相图的轨道性质。因此, Maple 数学软件辅助教学是一个非常重要的教学尝试。

#### 4. Maple 在常微分方程求解方面的应用

在常微分方程的教学中,经常需要求解方程的通解,但是对于一些复杂的高阶的常微分方程的求解问题通过人工直接求解仍然是十分困难的事情,而且求解过程需要大量的计算,对于数学基础比较薄弱

的学生来说,在计算过程中还存在很大的挑战。因此,在常微分方程的教学中,引入 Maple 数学软件辅助教学完成求解常微分方程的解的问题。

例 2: 考虑常系数线性方程  $y'' - 2y' + 2y = 0$  的通解。

利用 Maple 软件编程后,可得上述方程的通解为:  $y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ 。

相应的 Maple 程序如下:

```
with(DEtools, odeadvisor);
ode := diff(y(x), x, x) - 2*diff(y(x), x) + 2*y(x) = 0;
odeadvisor(ode);
dsolve(ode);
```

运行(Enter 键),即可得到以上方程的通解。

例 3: 考虑方程  $y^{(4)} - 2y''' + 5y'' = 0$  的通解。

利用 Maple 软件编程后,可得上述方程的通解为:

$$y = C_1 + C_2 x + e^x (C_3 \cos 2x + C_4 \sin 2x)$$

相应的 Maple 程序如下:

```
with(DEtools, odeadvisor);
ode := diff(y(x), x, x, x, x) - 2*diff(y(x), x, x, x) + 5*diff(y(x), x, x) = 0;
odeadvisor(ode);
dsolve(ode);
```

运行(Enter 键),即可得到以上方程的通解。

可见,通过利用 Maple 软件辅助常微分方程的教学,在 Maple 软件中输入代码,很容易获得常微分方程的通解。这相比传统的教学模式要好的多,可以进一步激发学生对于常微分方程的学习兴趣。

## 5. 总结

本文利用 Maple 软件绘制常微分方程的平面相图,并且求解了常微分方程的通解。通过利用 Maple 软件绘制二维常微分方程的相图,可以更容易观察平面相图的平衡点的中心点和鞍点。而且,利用 Maple 软件获得了常微分方程的通解。Maple 软件在常微分教学中的应用可以极大的激发学生对于常微分方程的学习兴趣,进一步提高教学质量。在常微分方程的教学中引入 Maple 软件的教学意义重大。

## 参考文献

- [1] 丁同仁,李承治.常微分方程教程[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [2] 刘正荣.微分方程定性方法和数值模拟[M].广州:华南理工大学出版社,2013.
- [3] Lynch, S. (2010) *Dynamical Systems with Applications using Maple*. Birkhäuser, Boston.
- [4] 吕海炜,陈冲,刘启宽.一类非线性系统的定性分析研究[J].成都信息工程学院学报,2009,24(6):619-622.
- [5] 史珍珍,高芳.一类非线性微分系统的定性分析[J].重庆科技学院学报(自然科学版),2012,14(4):168-172.
- [6] 李姝敏.数学软件 Maple 在常微分方程教学中的应用[J].阴山学刊(自然科学版),2013,27(4):55-57.
- [7] 刘兴元.Maple 动画功能在高等数学教学中的应用示例(II) [J].邵阳学院学报(自然科学版),2019,16(3):104-109.
- [8] 杨晓波.Maple 软件在高等数学定积分教学中的应用[J].教育现代化,2020,3(20):1-4.
- [9] 刘转玲.计算软件 Maple 在线性代数教学中的应用[J].菏泽学院学报,2013,35(5):75-78.